

RESUMEN DE COMBINATORIA

Factorial de un número natural

Es el producto de los "n" factores consecutivos desde "n" hasta 1. El **factorial de un número** se denota por **n!**

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$
$$0! = 1$$

Variaciones

Se llama **variaciones ordinarias de m elementos tomados de n en n** ($m \geq n$) a los distintos grupos formados por n elementos de forma que:

No entran todos los elementos.

Sí importa el orden.

No se repiten los elementos.

$$V_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3) \dots (m-n+1)$$

También podemos calcular las **variaciones** mediante **factoriales**:

$$V_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Las **variaciones** se denotan por V_m^n o $V_{m,n}$

Variaciones con repetición

Se llama **variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n** a los distintos grupos formados por n elementos de manera que:

No entran todos los elementos si $m > n$. **Sí** pueden entrar todos los elementos si $m \leq n$

Sí importa el orden.

Sí se repiten los elementos.

$$VR_m^n = m^n$$

Permutaciones

Sí entran todos los elementos.

Sí importa el orden.

No se repiten los elementos.

$$P_n = n!$$

Permutaciones circulares

Se utilizan cuando los elementos se han de ordenar "en círculo", (por ejemplo, los comensales en una mesa), de modo que el primer elemento que "se sitúe" en la muestra determina el principio y el final de muestra.

$$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$$

Permutaciones con repetición

Permutaciones con repetición de m elementos donde el **primer elemento** se repite **a** veces, el **segundo b** veces, el **tercero c** veces, ... ($m = a + b + c + \dots = n$) son los distintos grupos que pueden formarse con esos m elementos de forma que :

Sí entran todos los elementos.

Sí importa el orden.

Sí se repiten los elementos.

$$PQR_n^{a,b,c,\dots} = \frac{P_n}{a! b! c! \dots}$$

Combinaciones

Se llama **combinaciones de m elementos tomados de n en n** ($m \geq n$) a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que:

No entran todos los elementos.

No importa el orden.

No se repiten los elementos.

$$C_m^n = \frac{V_m^n}{P_n}$$

También podemos calcular las **combinaciones** mediante **factoriales**:

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Combinaciones con repetición

Las **combinaciones con repetición de m elementos tomados de n en n** ($m \geq n$), son los distintos grupos formados por n elementos de manera que:

No entran todos los elementos.

No importa el orden.

Sí se repiten los elementos.

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Números combinatorios

El número C_m^n se llama también **número combinatorio**. Se representa por $\binom{m}{n}$ y se lee "**m sobre n**":

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Propiedades de los números combinatorios

1. $\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1$

2. $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$

3. $\binom{m}{n-1} + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n}$

Binomio de Newton

La **fórmula** que nos permite hallar las **potencias de un binomio** se conoce como **binomio de Newton**.

$$(a \pm b)^n = \binom{n}{0} a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 \pm \dots \pm \binom{n}{n} b^n$$

Ejercicios de combinatoria

1.- ¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de presidente, vicepresidente y tesorero de un club de fútbol sabiendo que hay 12 posibles candidatos?

2.- Con las letras de la palabra LIBRO, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal?

3.- ¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de tres en tres?

4.- ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares? ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?

5.- ¿De cuántos partidos consta una liguilla formada por cuatro equipos?

6.- A una reunión asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?

7.- Con las cifras 1, 2 y 3, ¿cuántos números de cinco cifras pueden formarse? ¿Cuántos son pares?

8.- ¿Cuántas apuestas de Lotería Primitiva de una columna han de rellenarse para asegurarse el acierto de los seis resultados, de 49?

9.- ¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de fútbol teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta de la portería?

10.- Con el punto y raya del sistema Morse, ¿cuántas señales distintas se pueden enviar, usando como máximo cuatro pulsaciones?

11.- Una mesa presidencial está formada por ocho personas, ¿de cuántas formas distintas se pueden sentar, si el presidente y el secretario siempre van juntos?

12.- ¿Cuántas diagonales tiene un pentágono y cuántos triángulos se puede informar con sus vértices?

13.- Un grupo, compuesto por cinco hombres y siete mujeres, forma un comité de 2 hombres y 3 mujeres. De cuántas formas puede formarse, si:

a. Puede pertenecer a él cualquier hombre o mujer.

b. Una mujer determinada debe pertenecer al comité.

c. Dos hombres determinados no pueden estar en el comité.

Soluciones: http://www.vitutor.com/pro/1/a_a.html

¿Importa el orden?	No	Combinaciones
¿Se pueden repetir?	Sí	VR
¿ $m=n$?	Sí	Permutaciones

Combinatoria. Evaluación

1.- Halla el número de capicúas de ocho cifras. ¿Cuántos capicúas hay de nueve cifras?

2.- Cuatro libros distintos de matemáticas, seis diferentes de física y dos diferentes de química se colocan en un estante. De cuántas formas distintas es posible ordenarlos si:

a. Los libros de cada asignatura deben estar todos juntos.

b. Solamente los libros de matemáticas deben estar juntos.

3.- Una persona tiene cinco monedas de distintos valores. ¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas?

4.- Se ordenan en una fila 5 bolas rojas, 2 bolas blancas y 3 bolas azules. Si las bolas de igual color no se distinguen entre sí, ¿de cuántas formas posibles pueden ordenarse?

5.- Resolver las **ecuaciones combinatorias**:

1. $6 \cdot V_x^3 = V_x^5$

2. $V_x^4 = 20 \cdot V_x^2$

3. $2 \cdot V_{x-1}^2 - 4 = V_{x+1}^2$

4. $VR_x^2 - V_x^2 = 17$

6.- Resolver las **ecuaciones combinatorias**:

1. $P_x = 132 \cdot P_{x-2}$

2. $12P_x + 5P_{x+1} = P_{x+2}$

3. $P_x = 2 \cdot V_5^3$

7.- Resolver las **ecuaciones combinatorias**:

1. $V_m^x = 120 \cdot C_m^x$

2. $C_x^6 = 7C_x^4$

3. $4C_{19}^x = 19C_{17}^x$

8.- Resolver las **ecuaciones combinatorias**:

1. $\binom{25}{x} = \binom{25}{7}$

2. $\binom{7}{3} + \binom{7}{x} = \binom{8}{4}$

3. $\binom{x}{4} = 20 \cdot \binom{x}{2}$

4. $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} + \binom{x-2}{2} = 136$