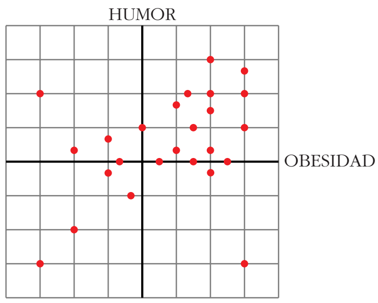
UNIDAD 9 DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

Página 220

1. ***Los miembros de un club gastronómico han sido valorados mediante estos baremos y sus resultados han sido representados en la gráfica anterior. Cada punto representa una persona.***



a) Trata de reconocer algunos puntos:

- **Dámaso es un obeso cascarrabias. ¿Puedes verlo en la gráfica?**
- **Felipe es muy delgado, pero tiene bastante buen humor. ¿Identificas cuál es el punto con el que se representa?**

b) Salvo las dos excepciones que citamos en el apartado anterior, observa que, entre los miembros de este imaginario club, hay una cierta tendencia a tener tanto mejor humor cuanto más gordos sean.

Si tuvieras que concretar esa tendencia con una recta, ¿te parecería adecuada la que tiene la siguiente ecuación?: $y = 1 + \frac{3}{5}(x - 1)$.

Represéntala y si no te parece adecuada, dibuja la recta que, según tú, marca la tendencia de esa población.

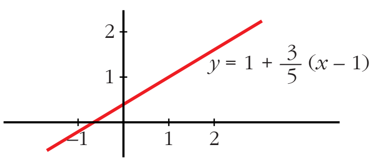
c) Va a ingresar un nuevo socio en este club. Sabemos que su obesidad es de +1. ¿Entre qué valores te parece más probable que esté su "humor"?

d) ¿Sería razonable escribir una fórmula que dé directamente el valor del "humor" en función de la "obesidad"?

a) Dámaso → Punto más hacia la derecha y hacia abajo.

Felipe → Punto más a la izquierda y hacia arriba.

b) Sí es la recta adecuada.

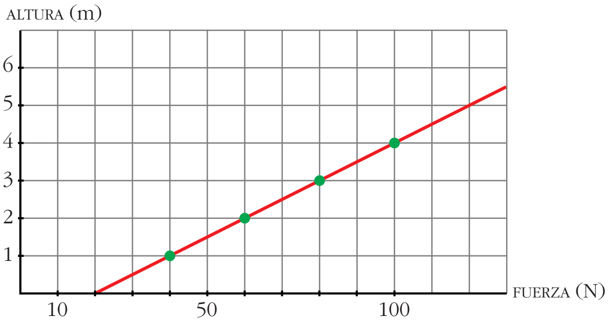


c) Entre 0 y 2.

d) No.

Página 221

2. ***Distintas personas lanzan hacia arriba una misma piedra de 2 kg de masa, que alcanza más o menos altura según la fuerza con que ha sido impulsada. (La fuerza actúa en un tramo de 1 m.)***



a) ¿Qué altura, por encima de la mano, alcanzará la piedra si se impulsa con una fuerza de 110 newtons (110 N)?

b) ¿Podríamos escribir una fórmula que dé directamente la altura que alcanza la piedra, desde el momento en que se la suelta, en función de la fuerza con que es impulsada hacia arriba?

a) 4,5 m

b) Altura $= \dfrac{F}{20} - 1$ para $F \geq 20$

Obtención física de la fórmula:

La fórmula en la que se basa todo el desarrollo posterior es:

$$v = \sqrt{2ad}$$

donde v: Aumento de la velocidad en el tramo d.

a: Aceleración constante con la que se mueve el móvil.

d: Espacio que recorre con la aceleración a.

Así, la velocidad con que sale de la mano es:

$$v_s = \sqrt{2a\,1} = \sqrt{2a}$$

Además:

$$F = m(a + g) \rightarrow a = \frac{F}{m} - g = \frac{F}{2} - 10$$

Luego:

$$v_s = \sqrt{2\left(\frac{F}{2} - 10\right)} = \sqrt{F - 20}$$

Por otra parte, si se deja caer una piedra desde una altura h, adquiere una velocidad:

$$v_s = \sqrt{2gh}$$

O bien, si se empuja una piedra hacia arriba de modo que salga con una velocidad v_s, alcanza una altura h.

En este caso:

$$v_s = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot h} = \sqrt{20h}$$

Igualando:

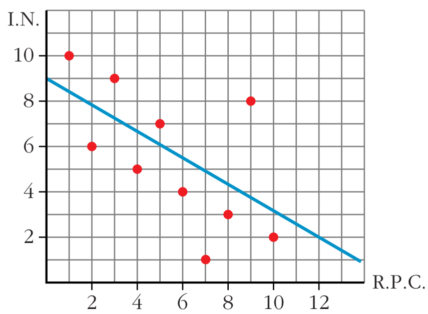
$$\sqrt{F - 20} = \sqrt{20h} \rightarrow h = \frac{F}{20} - 1$$

Para que $h \geq 0$, debe ser $F \geq 20$.

Página 223

1. Esta tabla muestra cómo se ordenan entre sí diez países A, B, C… según dos variables, R.P.C. (renta per cápita) e I.N. (índice de natalidad). Representa los resultados en una nube de puntos, traza la recta de regresión y di cómo te parece la correlación.

PAÍSES	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
R.P.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I.N.	10	6	9	5	7	4	1	3	8	2



La correlación es negativa y moderadamente alta (–0,62).

Página 225

1. Obtén mediante cálculos manuales los coeficientes de correlación de las distribuciones *Matemáticas-Filosofía* y *Distancia-Número de encestes* del apartado anterior de este tema. Hazlo también con una calculadora con MODO LR.

Matemáticas-Filosofía:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i\,y_i$
2	2	4	4	4
3	5	9	25	15
4	2	16	4	8
4	7	16	49	28
5	5	25	25	25
6	4	36	16	24
6	6	36	36	36
7	6	49	36	42
7	7	49	49	49
8	5	64	25	40
10	5	100	25	50
10	9	100	81	90
72	63	504	375	411

$$\bar{x} = \frac{72}{12} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{63}{12} = 5,25$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{504}{12} - 6^2} = 2,45$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{375}{12} - 5,25^2} = 1,92$$

$$\sigma_{xy} = \frac{411}{12} - 6 \cdot 5,25 = 2,75$$

Por tanto: $r = \dfrac{2,75}{2,45 \cdot 1,92} = 0,58$

Distancia-Número de encestes:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i\,y_i$
1	9	1	81	9
2	10	4	100	20
3	6	9	36	18
4	4	16	16	16
5	2	25	4	10
6	0	36	0	0
7	1	49	1	7
8	0	64	0	0
36	32	204	238	80

$$\bar{x} = \frac{36}{8} = 4,5 \qquad \bar{y} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{204}{8} - 4,5^2} = 2,29$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{238}{8} - 4^2} = 3,71$$

$$\sigma_{xy} = \frac{80}{8} - 4,5 \cdot 4 = -8$$

Por tanto: $r = \dfrac{-8}{2,29 \cdot 3,71} = -0,94$

Página 234

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

1 **Para cada uno de los siguientes casos indica:**

- **Cuáles son las variables que se relacionan.**
- **Cuál es el colectivo de individuos que se estudia.**
- **Si se trata de una relación funcional o de una relación estadística.**
- **El signo de la correlación.**

a) Familias: estatura media de los padres – estatura media de los hijos mayores de 17 años.

b) Entre los países europeos: volumen de exportación – volumen de importación (con España).

c) Entre los países del mundo: índice de mortalidad infantil – número de médicos por cada 1 000 habitantes.

d) kW · h consumidos en cada casa de una ciudad durante el mes de enero – coste del recibo de la luz.

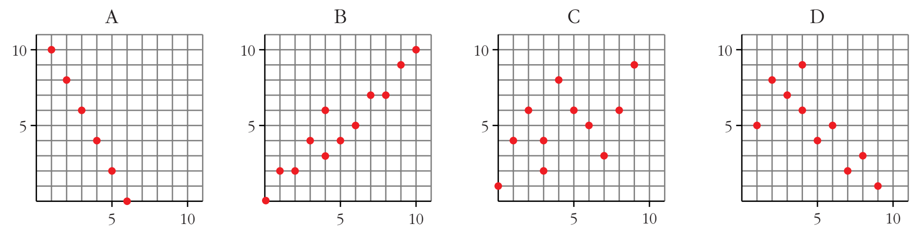
e) Coste del recibo de la luz – número de personas que viven en cada casa.

Las variables que se relacionan están claras en todos los casos. El colectivo sobre el que se hace el estudio también está claro salvo, acaso, en los apartados d) y e) en qué es un grupo de casas (todas las de una barriada, una ciudad, un país…).

Sólo hay relación funcional en d), el resto son relaciones estadísticas.

La correlación es positiva en a), d) y e), y es negativa en b) y c).

2 **a) Traza, a ojo, la recta de regresión en cada una de estas distribuciones bidimensionales:**



b) ¿Cuáles de ellas tienen correlación positiva y cuáles tienen correlación negativa?

c) Una de ellas presenta relación funcional. ¿Cuál es? ¿Cuál es la expresión analítica de la función que relaciona las dos variables?

d) Ordena de menor a mayor las correlaciones.

b) B y C tienen correlación positiva; A y D, negativa.

c) La A es relación funcional: $y = 12 - 2x$.

d) C, D, B, A (prescindiendo del signo).

3 **Una distribución bidimensional en la que los valores de x son 12, 15, 17, 21, 22 y 25, tiene una correlación $r = 0{,}99$ y su recta de regresión es $y = 10{,}5 + 3{,}2x$. Calcula $\hat{y}(13)$, $\hat{y}(20)$, $\hat{y}(30)$, $\hat{y}(100)$.**

¿Cuáles de las estimaciones anteriores son fiables, cuál poco fiable y cuál no se debe hacer?

Expresa los resultados en términos adecuados. (Por ejemplo: $\hat{y}(13) = 52{,}1$. Para $x = 13$ es muy probable que el valor correspondiente de y sea próximo a 52.)

$$\hat{y}(13) = 52{,}1; \quad \hat{y}(20) = 74{,}5; \quad \hat{y}(30) = 106{,}5; \quad \hat{y}(100) = 330{,}5$$

Son fiables $\hat{y}(13)$ e $\hat{y}(20)$, porque 13 y 20 están en el intervalo de valores utilizados para obtener la recta de regresión.

$\hat{y}(30)$ es menos fiable, pues 30 está fuera del intervalo, aunque cerca de él.

$\hat{y}(100)$ es una estimación nada fiable, pues 100 está muy lejos del intervalo [12, 25].

4 **Los parámetros correspondientes a esta distribución bidimensional, son:**

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

$\bar{x} = 4{,}4$ $\quad \bar{y} = 4{,}9$ $\quad \sigma_{xy} = 3{,}67$

$\sigma_x = 2{,}77$ $\quad \sigma_y = 2{,}31$ $\quad r = 0{,}57$

Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, y represéntalas junto con la nube de puntos.

$$m_{yx} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = 0{,}48$$

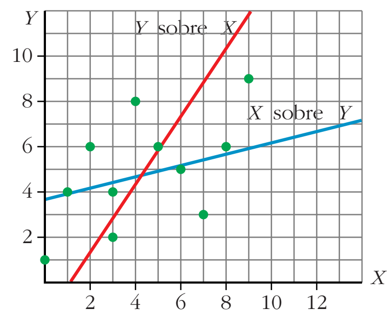
Recta de regresión de Y sobre X:

$$y = 4{,}9 + 0{,}48(x - 4{,}4) \rightarrow y = 0{,}48x + 2{,}79$$

$$m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = 0{,}69$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x = 4{,}4 + 0{,}69(y - 4{,}9) \rightarrow y = 1{,}45x - 1{,}48$$



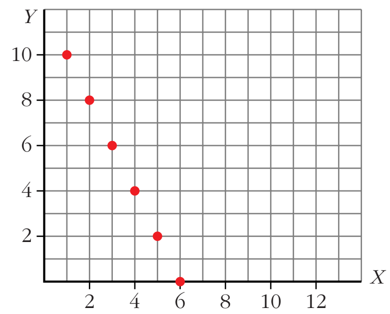
5 **Represente estos puntos y, sin efectuar cálculos, contesta las siguientes preguntas:**

x	1	2	3	4	5	6
y	10	8	6	4	2	0

a) ¿Cuánto vale el coeficiente de correlación?

b) ¿Cómo son las dos rectas de regresión? Escribe su ecuación.

c) A la vista de la respuesta anterior, da el valor de m_{yx} y el de m_{xy}.



a) Los puntos están alineados todos ellos sobre la recta $y = 12 - 2x$. Por tanto, el coeficiente de correlación es –1: $r = -1$.

b) Las dos rectas de regresión son coincidentes. Su ecuación es $y = 12 - 2x$.

c) $m_{yx} = -2$ (pendiente de la recta de regresión de Y sobre X).

$m_{xy} = -1/2$

6 **Calcula el coeficiente de correlación entre estas dos variables:**

x: ALTITUD	365	450	350	220	150
y: LITROS DE LLUVIA	240	362	121	145	225

$r = 0,5$

7 **La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 kg y la de sus estaturas, 170 cm.**

Las desviaciones típicas son 5 kg y 10 cm, respectivamente, y la covarianza de ambas variables es 40.

a) ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

b) Calcula la recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.

c) ¿Cuánto estimas que pesará un individuo de 180 cm de estatura?

a) $r = 0,8$

b) $y = 65 + 0,4(x - 170) = 0,4x - 3 \rightarrow \begin{cases} x: \text{ estaturas en cm} \\ y: \text{ pesos en kg} \end{cases}$

c) $\hat{y}(180) = 69$ kg

Página 235

PARA RESOLVER

8 **Estudia la correlación entre estas dos variables y explica el resultado:**

	Esp.	Hol.	Gre.	Ita.	Irl.	Fra.	Din.	Bél.	Lux.	Al.	R.U.
ÍNDICE MORTALIDAD	7,4	8,2	8,7	9,4	9,4	10	10,8	11,1	11,3	11,6	11,8
MAYORES 64 AÑOS	11,3	11,6	13,2	13,6	10,7	15,4	14,5	14,4	13,5	15,3	15,3

$r = 0,77$

Hay una clara relación entre las dos variables.

9 **De un muelle se cuelgan pesas y se obtienen los siguientes alargamientos:**

x: MASA DE LA PESA (g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALARGAMIENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

Halla la recta de regresión de Y sobre X y estima el alargamiento que se conseguirá con pesos de 100 g y de 500 g. ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

$r = 0{,}999$; $y = -0{,}01 + 0{,}051x$

100 g $\rightarrow$ 5,09 cm

500 g $\rightarrow$ 25,49 cm (Esta última es menos fiable.)

10 **La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos por centímetro cúbico de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido:**

Nº DE HORAS	0	1	2	3	4	5
Nº DE GÉRMENES	20	26	33	41	47	53

a) Calcula la recta de regresión para predecir el número de gérmenes por cm^3 en función del tiempo.

b) ¿Qué cantidad de gérmenes por cm^3 es predecible encontrar cuando hayan transcurrido 6 horas? ¿Es buena esa predicción?

a) $y = 19{,}81 + 6{,}74x$, donde: $x \rightarrow$ número horas, $y \rightarrow$ número de gérmenes

b) $\hat{y}(6) = 60{,}25 \approx 60$ gérmenes.

Es una buena predicción, puesto que $r = 0{,}999$ (y 6 está cercano al intervalo de valores considerado).

11 **En un depósito cilíndrico, la altura del agua que contiene varía conforme pasa el tiempo según la siguiente tabla:**

TIEMPO (h)	8	22	27	33	50
ALTURA (m)	17	14	12	11	6

a) Halla el coeficiente de correlación lineal entre el tiempo y la altura e interprétalo.

b) ¿Cuál será la altura del agua cuando hayan transcurrido 40 horas?

c) Cuando la altura del agua es de 2 m, suena una alarma. ¿Qué tiempo ha de pasar para que avise la alarma?

a) $r = -0{,}997$. Hay una relación muy fuerte entre las dos variables, y negativa. A medida que pasa el tiempo, la altura va bajando (se va consumiendo el agua).

b) La recta de regresión es $y = 19{,}37 - 0{,}26x$, donde: $x \rightarrow$ tiempo, $y \rightarrow$ altura.

$\hat{y}(40) = 8{,}97$ m

c) $2 = 19{,}37 - 0{,}26x \Rightarrow x = 66{,}8$ h

12 **En una cofradía de pescadores, las capturas registradas de cierta variedad de pescados, en kilogramos, y el precio de subasta en lonja, en euros/kg, fueron los siguientes:**

x (kg)	2 000	2 400	2 500	3 000	2 900	2 800	3 160
y (euros/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,20

a) ¿Cuál es el precio medio registrado?

b) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

c) Estima el precio que alcanzaría en lonja el kilo de esa especie si se pescasen 2 600 kg.

a) $\bar{y} = 1,51$ euros

b) $r = -0,97$. La relación entre las variables es fuerte y negativa. A mayor cantidad de pescado, menor es el precio por kilo.

c) La recta de regresión es $y = 2,89 - 0,0005x$

$\hat{y}(2\,600) = 1,59$ euros

Página 236

13 **Sobre un coche nos aseguraban un consumo medio de 6,5 litros por cada 100 km. Durante 10 días realizamos mediciones (litros consumidos y kilómetros recorridos) según la tabla:**

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

a) ¿Cuál es la diferencia entre el consumo medio según la tabla y el que nos anunciaron?

b) Halla el coeficiente de correlación lineal y la recta de regresión de Y sobre X.

c) Si queremos hacer un viaje de 500 km, ¿qué cantidad de combustible debemos poner?

a) $\bar{x} = 100$ km; $\bar{y} = 6,75$ l. Hay una diferencia de 0,25 litros.

b) $r = 0,99$; $y = 0,157 + 0,066x$

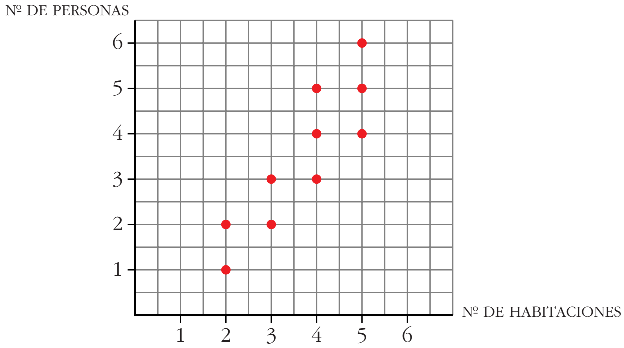
c) $\hat{y}(500) = 33,16$ litros. Unos 34 litros

14 **En una zona de una ciudad se ha tomado una muestra para estudiar el número de habitaciones de que dispone un piso y el de personas que viven en él, obteniéndose estos datos:**

Nº DE HABITACIONES	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5
Nº DE PERSONAS	1	2	2	3	3	4	5	4	5	6

a) Representa la nube de puntos.

b) Calcula e interpreta el coeficiente de correlación.

a) 

b) $r = 0,88$. Hay una correlación alta entre las dos variables.

15 **El consumo de energía “per cápita” en miles de kW/h y la renta “per cápita” en miles de euros de seis países de la U.E. son las siguientes:**

	ALEMANIA	BÉLGICA	DINAMARCA	ESPAÑA	FRANCIA	ITALIA
CONSUMO (y)	5,7	5,0	5,1	2,7	4,6	3,1
RENTA (x)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

a) Calcula la recta de regresión del consumo de energía (y) sobre la renta (x).

b) Indica el coeficiente de correlación entre el consumo y la renta.

c) ¿Qué predicción podemos hacer sobre el consumo de energía “per cápita” de Grecia si su renta es de 4,4 miles de euros?

a) $y = 0,8 + 0,4x$

b) $r = 0,93$

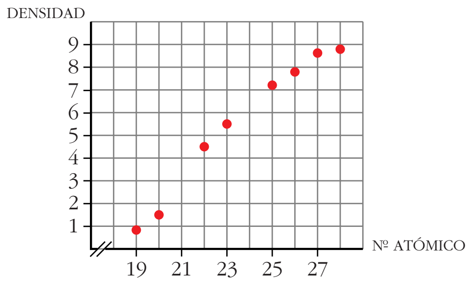
c) $\hat{y}(4,4) = 2,56$ kW/h

16 **La siguiente tabla relaciona el número atómico de varios metales de la misma fila en el sistema periódico (periodo 4), con su densidad:**

ELEMENTO	K	Ca	Ti	V	Mn	Fe	Co	Ni
NÚMERO ATÓMICO	19	20	22	23	25	26	27	28
DENSIDAD (g/cm^3)	0,86	1,54	4,5	5,6	7,11	7,88	8,7	8,8

Representa los puntos, calcula el coeficiente de correlación y halla la ecuación de la recta de regresión. A partir de ella, estima la densidad del cromo (Cr), cuyo número atómico es 24.

Haz otro tanto con la del escandio (Sc), de número atómico 21.



$r = 0{,}98$ $\qquad \hat{y} = -16{,}5 + 0{,}93x$ $\qquad \hat{y}(24) = 5{,}86$ $\qquad \hat{y}(21) = 3{,}06$

Las densidades del Cr y del Sc son, aproximadamente, 5,86 y 3,01. (Los valores reales de estas densidades son 7,1 y 2,9.)

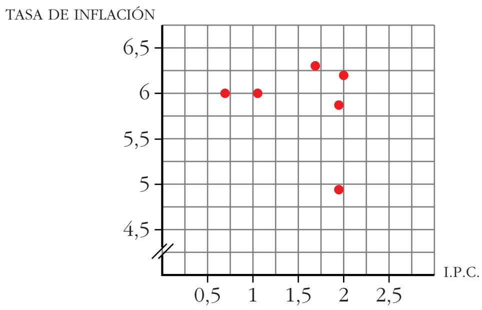
17 **La evolución del *IPC* (índice de precios al consumo) y de la tasa de inflación en 1987 fue:**

	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
IPC	**0,7**	**1,1**	**1,7**	**2**	**1,9**	**1,9**
TASA DE INFLACIÓN	**6**	**6**	**6,3**	**6,2**	**5,8**	**4,9**

a) Representa la nube de puntos.

b) Calcula el coeficiente de correlación entre el *IPC* y la tasa de inflación.

c) ¿Se puede estimar la tasa de inflación a partir del *IPC*?



$r = -0{,}24$. La nube de puntos es muy dispersa. No se puede estimar de forma fiable la tasa de inflación a partir del IPC (pues $|r|$ es muy bajo).

Página 237

CUESTIONES TEÓRICAS

18 **El coeficiente de correlación de una distribución bidimensional es 0,87. Si los valores de las variables se multiplican por 10, ¿cuál será el coeficiente de correlación de esta nueva distribución?**

El mismo, puesto que r no depende de las unidades; es adimensional.

19 **Hemos calculado la covarianza de una cierta distribución y ha resultado negativa. Justifica por qué podemos afirmar que, tanto el coeficiente de correlación como las pendientes de las dos rectas de regresión, son números negativos.**

Hay que tener en cuenta que $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$; $m_{yx} = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$; $m_{xy} = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}$ y que $\sigma_x \geq 0$, $\sigma_y \geq 0$ siempre.

Luego r, m_{yx}, m_{xy} tienen el mismo signo que σ_{xy}. (Además, suponemos σ_x, $\sigma_y \neq 0$.)

20 **¿Qué punto tienen en común las dos rectas de regresión?**

El centro de gravedad de la distribución, $(\bar{x}, \bar{y})$.

21 **¿Qué condición debe cumplir r para que las estimaciones hechas con la recta de regresión sean fiables?**

$|r|$ debe estar próximo a 1.

22 **Prueba que el producto de los coeficientes de regresión m_{yx} y m_{xy} es igual al cuadrado del coeficiente de correlación.**

$$m_{yx} \cdot m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \cdot \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \right)^2 = r^2$$

23 **De una distribución bidimensional (x, y) conocemos los siguientes resultados:**

- **Recta de regresión de Y sobre X: $y = 8{,}7 - 0{,}76x$**
- **Recta de regresión de X sobre Y: $y = 11{,}36 - 1{,}3x$**

a) Calcula el centro de gravedad de la distribución.

b) Halla el coeficiente de correlación.

El centro de gravedad, $(\bar{x}, \bar{y})$, es el punto de corte entre las dos rectas:

$$\left.\begin{array}{l} y = 8{,}7 - 0{,}76x \\ y = 11{,}36 - 1{,}3x \end{array}\right\}$$

$$8{,}7 - 0{,}76x = 11{,}36 - 1{,}3x$$

$$0{,}54x = 2{,}66$$

$$x = 4{,}93$$

$$y = 4{,}95$$

a) El centro de gravedad es $(\bar{x}, \bar{y}) = (4{,}93;\ 4{,}95)$.

b) Para hallar r tenemos en cuenta el ejercicio anterior:

$$r^2 = m_{yx} \cdot m_{xy} = -0{,}76 \cdot \frac{1}{-1{,}3} = 0{,}58 \Rightarrow r = 0{,}76$$

24 **La estatura media de 100 escolares de cierto curso de E.S.O. es de 155 cm con una desviación típica de 15,5 cm. La recta de regresión de la estatura respecto al peso es $y = 80 + 1{,}5x$ (x: peso; y: estatura).**

a) ¿Cuál es el peso medio de esos escolares?

b) ¿Cuál es el signo del coeficiente de correlación entre peso y estatura?

a) La recta de regresión es:

$$y = \bar{y} + m(x - \bar{x}) = 155 + 1{,}5(x - \bar{x}) = 155 + 1{,}5x - 1{,}5\bar{x} = (155 - 1{,}5\bar{x}) + 1{,}5x =$$
$$= 80 + 1{,}5x \Rightarrow 155 - 1{,}5\bar{x} = 80 \Rightarrow \bar{x} = 50 \text{ kg}$$

b) Positivo (igual que el signo de la pendiente de la recta de regresión).

PARA PROFUNDIZAR

25 **En una muestra de 64 familias se han estudiado el número de miembros en edad laboral, x, y el número de ellos que están en activo, y. Los resultados son los de la tabla. Calcula el coeficiente de correlación lineal entre ambas variables e interprétalo.**

x \ y	1	2	3
1	6	0	0
2	10	2	0
3	12	5	1
4	16	8	4

$r = 0{,}31$. La relación entre las variables es débil.

26 **Una compañía discográfica ha recopilado la siguiente información sobre el número de conciertos dados, durante el verano, por 15 grupos musicales y las ventas de discos de estos grupos (expresados en miles de CDs):**

CDs (x) \ CONCIERTOS (y)	10 – 30	30 – 40	40 – 80
1 – 5	3	0	0
5 – 10	1	4	1
10 – 20	0	1	5

a) Calcula el número medio de CDs vendidos.

b) ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

c) Obtén la recta de regresión de Y sobre X.

d) Si un grupo musical vende 18 000 CDs, ¿qué número de conciertos se prevé que dé?

$x \rightarrow$ CDs; $y \rightarrow$ Conciertos

a) $\bar{x} = 9{,}6 \approx 10$

b) $r = 0{,}814$

c) $y = 13{,}51 + 2{,}86x$

d) $\hat{y}(18) = 64{,}99 \approx 65$ conciertos.

PARA PENSAR UN POCO MÁS

27 **Hemos obtenido 10 medidas de las variables X e Y correspondientes a una distribución bidimensional. A partir de esos datos, conocemos:**

$$\Sigma x_i = 200 \qquad \Sigma y_i = 50 \qquad r = -0{,}75$$

I. Una de las siguientes rectas es la de regresión de Y sobre X. Di cuál de ellas es, justificadamente:

a) $y = -4{,}5 + 2{,}5x$ **b)** $y = 35 - 1{,}5x$

c) $y = 9 - 0{,}7x$ **e)** $y = -200 + 50x$

II. Halla la recta de regresión de X sobre Y.

I) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i}{n} = \dfrac{200}{10} = 20$

$\bar{y} = \dfrac{\Sigma y_i}{n} = \dfrac{50}{10} = 5$

La recta de regresión pasa por $(\bar{x}, \bar{y})$. Además, el signo de r coincide con el signo de la pendiente de la recta de regresión; luego es la b):

$$y = 35 - 1{,}5x$$

II) Por el ejercicio 22, sabemos que:

$$m_{yx} \cdot m_{xy} = r^2 \Rightarrow m_{xy} = \frac{r^2}{m_{yx}}$$

La pendiente de la recta de regresión de X sobre Y es:

$$\frac{1}{m_{xy}} = \frac{m_{yx}}{r^2} = \frac{-1{,}5}{(-0{,}75)^2} = -2{,}67$$

Luego la recta es:

$$y = 5 - 2{,}67\,(x - 20) = 58{,}4 - 2{,}67x$$