1º de Bachillerato Letras

Matemáticas Aplicadas a las CC.Sociales I

Ejercicios de ESTADISTICA DESCRIPTIVA resueltos

(Solucionario libro)

Colegio Maravillas

Recopilados por: Teresa González

1.- (6)

Determina la covarianza para los datos que aparecen en la siguiente tabla.

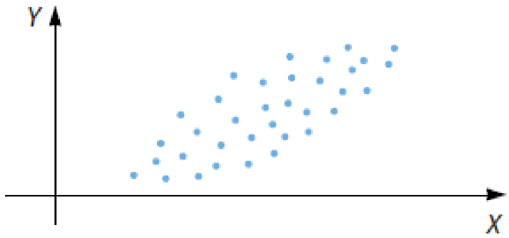
X	8	10	11	9	13	12	9	14
Y	20	18	16	22	10	10	21	9

$$\overline{x} = \frac{86}{8} = 10{,}75 \qquad \overline{y} = \frac{126}{8} = 15{,}75$$

$$\sigma_{XY} = \frac{1.279}{8} - 10{,}75 \cdot 15{,}75 = -9{,}44$$

2.- (8)

Indica la dependencia entre estas variables.

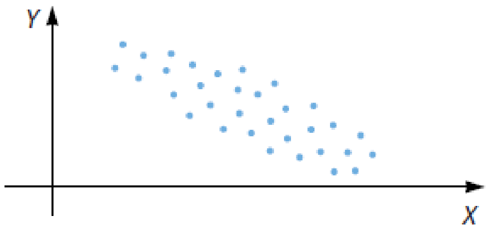


Dependencia lineal débil y positiva.

3.- (9)

Describe el grado de correlación entre las dos variables representadas.

La correlación lineal es débil y negativa.



4.- (10)

Si el signo de la covarianza entre dos variables es negativa, ¿qué podemos decir del signo del coeficiente de correlación?

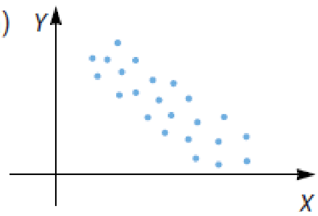
¿Y si la covarianza es positiva?

Si la covarianza es negativa, el coeficiente de correlación es negativo.
Y si la covarianza es positiva, el coeficiente de correlación es también positivo.

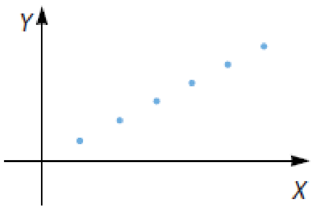
5.- (12)

Razona qué valor tomará el coeficiente de correlación.

a)



b)



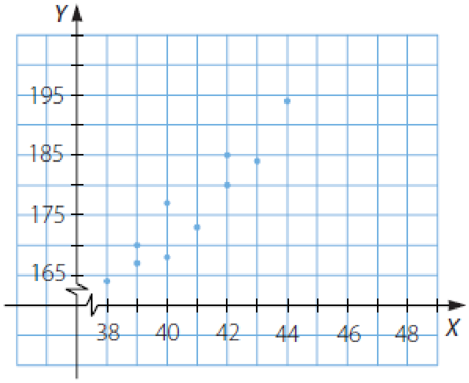
a) El coeficiente de correlación tomará un valor relativamente cercano a -1, porque la nube de puntos se aproxima bastante a una recta con pendiente negativa y la correlación es fuerte.

b) El coeficiente de correlación es 1, ya que la nube de puntos coincide con una recta de pendiente positiva.

6.- (11)

Representa el diagrama de dispersión y halla el coeficiente de correlación de esta variable.

X	39	43	40	40	42	41	42	38	39	44
Y	167	184	177	168	185	173	180	164	170	194



¿Qué relación puedes describir entre ellos?

$$\overline{x} = \frac{408}{10} = 40{,}8 \qquad \overline{y} = \frac{1.762}{10} = 176{,}2$$

$$\sigma_X = \sqrt{3{,}36} = 1{,}83 \qquad \sigma_Y = \sqrt{81{,}96} = 9{,}05$$

$$\sigma_{XY} = \frac{72.046}{10} - 40{,}8 \cdot 176{,}25 = 13{,}6 \qquad r_{XY} = \frac{13{,}6}{1{,}83 \cdot 9{,}05} = 0{,}82$$

7.- (13)

Halla la recta de regresión de *Y* sobre *X*.

X	2	5	6	8	9
Y	4	13	16	22	25

$$\overline{x} = \frac{30}{5} = 6 \qquad \overline{y} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\sigma_X^2 = \frac{30}{5} = 6 \qquad \sigma_{XY} = \frac{570}{5} - 6 \cdot 16 = 18$$

Recta de regresión de *Y* sobre *X*: $y - 16 = \frac{18}{6}(x - 6) \rightarrow y = 3x - 2$

8.- (14)

Determina la recta de regresión correspondiente.

X	39	40	40	42	43	38	39	44	42	40
Y	167	168	180	164	177	154	185	195	183	172

$$\overline{x} = \frac{407}{10} = 40{,}7 \qquad \overline{y} = \frac{1.745}{10} = 174{,}5$$

$$\sigma_X^2 = \frac{16.599}{10} - 40{,}7^2 = 3{,}41 \qquad \sigma_{XY} = \frac{71.145}{10} - 40{,}7 \cdot 174{,}5 = 12{,}35$$

Recta de regresión de *Y* sobre *X*: $y - 174{,}5 = \frac{12{,}35}{3{,}41}(x - 40{,}7) \rightarrow y = 3{,}62x + 27{,}17$

9.- (15)

Determina las dos rectas de regresión, e indica la relación que hay entre las variables.

a)

X	10	10	13	15	12
Y	6	5	2	3	5

a) $\overline{x} = \dfrac{60}{5} = 12$ $\overline{y} = \dfrac{21}{5} = 4{,}2$

$\sigma_X^2 = \dfrac{738}{5} - 12^2 = 3{,}6$ $\sigma_{XY} = \dfrac{241}{5} - 12 \cdot 4{,}2 = -2{,}2$

Recta de regresión de Y sobre X: $y - 4{,}2 = -\dfrac{2{,}2}{3{,}6}(x - 12) \rightarrow y = -0{,}61x + 11{,}52$

$\sigma_X^2 = \dfrac{99}{5} - 4{,}2^2 = 2{,}16$

Recta de regresión de X sobre Y: $x - 12 = -\dfrac{2{,}2}{2{,}16}(y - 4{,}2) \rightarrow x = -1{,}02y + 16{,}28$

$\sigma_X = \sqrt{3{,}6} = 1{,}89$ $\sigma_Y = \sqrt{2{,}16} = 1{,}47$

$r_{XY} = -\dfrac{2{,}2}{1{,}89 \cdot 1{,}47} = -0{,}79 \rightarrow$ La dependencia es débil y negativa.

b)

X	8	10	11	12	16	13	12	17	13	13
Y	15	10	15	10	20	15	10	25	10	15

b) $\overline{x} = \dfrac{125}{10} = 12{,}5$ $\overline{y} = \dfrac{145}{10} = 14{,}5$

$\sigma_X^2 = \dfrac{1.625}{10} - 12{,}5^2 = 6{,}25$ $\sigma_{XY} = \dfrac{1.890}{10} - 12{,}5 \cdot 14{,}5 = 7{,}75$

Recta de regresión de Y sobre X: $y - 14{,}5 = \dfrac{7{,}75}{6{,}25}(x - 12{,}5) \rightarrow y = 1{,}24x - 1$

$\sigma_X^2 = \dfrac{2.325}{10} - 14{,}5^2 = 22{,}25$

Recta de regresión de X sobre Y: $x - 12{,}5 = \dfrac{7{,}75}{22{,}25}(y - 14{,}5) \rightarrow x = 0{,}35y + 7{,}43$

$\sigma_X = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ $\sigma_Y = \sqrt{22{,}25} = 4{,}72$

$r_{XY} = \dfrac{7{,}75}{2{,}5 \cdot 4{,}72} = 0{,}66 \rightarrow$ La dependencia es débil y positiva.

10.- (17)

En un estudio sobre los ingresos mensuales, X, y la superficie de las viviendas, Y, resulta: $y = 0{,}02x + 47{,}96$.

a) Halla la estimación de la superficie de la vivienda de una familia cuyos ingresos mensuales son de 3.200 €.

b) Si una familia vive en una casa de 90 m², ¿cuáles serán sus ingresos mensuales?

a) $y = 0{,}02 \cdot 3.200 + 47{,}96 = 111{,}96$ m²

b) $0{,}02x + 47{,}96 = 90 \rightarrow x = 2.102$ €

11.- (18)

En un estudio estadístico, el coeficiente de correlación entre dos variables X e Y es $-0{,}8$. Se sabe que $\overline{x} = 20$; $\sigma_X = 4$; $\overline{y} = 8$ y $\sigma_Y = 1$.

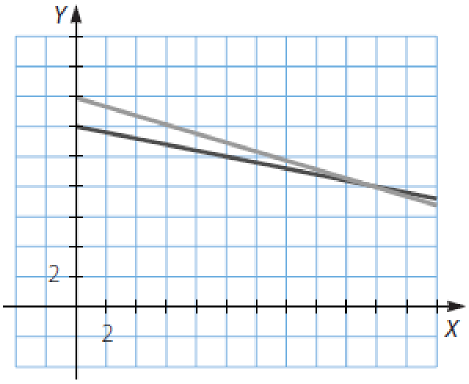
a) Determina las dos rectas de regresión, represéntalas y analiza la correlación que existe entre las variables.

b) Si $x = 30$, ¿cuál es la estimación de y?

a) $-0{,}8 = \dfrac{\sigma_{XY}}{4 \cdot 1} \rightarrow \sigma_{XY} = -3{,}2$

Recta de regresión de Y sobre X: $y - 8 = -\dfrac{3{,}2}{16}(x - 20) \rightarrow y = -0{,}2x + 12$

Recta de regresión de X sobre Y: $x - 20 = -\dfrac{3{,}2}{1}(y - 8) \rightarrow x = -3{,}2y + 45{,}6$



La dependencia es fuerte y negativa.

b) $y = -0{,}2 \cdot 30 + 12 = 6$

12.- (19)

Utiliza la calculadora para determinar todas las medidas estadísticas.

a)

X	2	4	2	3	5	1	4	5	1	3	4	2	1	3	4
Y	5	8	8	7	6	5	9	6	7	7	8	9	5	6	5

b)

X	24	27	22	23	24	26	27	28	22	23
Y	2	1	2	4	5	2	3	4	1	2

a) $\overline{x} = 2{,}93$ $\quad$ $\overline{y} = 6{,}73$

$\sigma_X^2 = 1{,}82$ $\quad$ $\sigma_Y^2 = 1{,}97$

$\sigma_X = 1{,}35$ $\quad$ $\sigma_Y = 1{,}4$

$\sigma_{XY} = 0{,}35$

$r_{XY} = 0{,}19$

b) $\overline{x} = 24{,}6$ $\quad$ $\overline{y} = 2{,}6$

$\sigma_X^2 = 4{,}44$ $\quad$ $\sigma_Y^2 = 1{,}64$

$\sigma_X = 2{,}11$ $\quad$ $\sigma_Y = 1{,}28$

$\sigma_{XY} = 0{,}44$

$r_{XY} = 0{,}16$

13.- (20)

Estudia la correlación entre estas variables, utilizando la calculadora para realizar las operaciones.

X	14	16	17	14	15	12	13	13	14	16
Y	32	34	36	34	32	34	31	36	38	32

Determina la recta de regresión y razona si tiene sentido estimar el valor de *Y* si la variable *X* toma el valor 18.

$\overline{x} = 14{,}4$ $\quad$ $\overline{y} = 33{,}9$

$\sigma_X^2 = 2{,}24$ $\quad$ $\sigma_Y^2 = 4{,}49$

$\sigma_X = 2{,}11$ $\quad$ $\sigma_Y = 2{,}12$

$\sigma_{XY} = 0{,}14$

$r_{XY} = 0{,}03$

Recta de regresión de *Y* sobre *X*: $y - 33{,}9 = \dfrac{0{,}14}{2{,}24}(x - 14{,}4) \rightarrow y = 0{,}06x + 33$

Como la correlación es casi nula, no tiene sentido estimar el valor de *y* para $x = 18$.

14.- (29)

Calcula la covarianza y el coeficiente de correlación para las variables bidimensionales indicadas en las siguientes tablas.

P	0	1	2	3	4	5	6	7
Q	20	18	17	15	12	10	7	4

R	90	80	70	60	50	40	30
S	−5	−7	−8	−11	−13	−16	−17

$\sigma_{PQ} = -7{,}22$ $\quad$ $r_{PQ} = -0{,}11$ $\quad$ $\sigma_{RS} = 84{,}29$ $\quad$ $r_{RS} = 0{,}99$

15.- (30)

Halla la covarianza y el coeficiente de correlación correspondientes a estas variables estadísticas.

T	−12	−14	−15	−16	−18	−20	−22
U	8	5	3	12	20	10	6

V	2,4	2,8	3,2	3,6	4	4,4	4,8	5,2
W	100	150	220	270	340	400	460	520

$\sigma_{TU} = -3{,}69$ $\quad$ $r_{TU} = -0{,}22$ $\quad$ $\sigma_{VW} = 127{,}5$ $\quad$ $r_{VW} = 0{,}99$

16.- (33)

En la tabla se presentan datos climatológicos referidos a una ciudad: la temperatura, en °C; la humedad relativa del aire, en %, y la velocidad del viento, en km/h.

Días	L	M	X	J	V	S	D
Temperatura	22	24	25	24	23	21	20
Humedad	78	90	80	92	88	74	80
Velocidad del viento	1	3	6	4	4	1	0

Determina la covarianza y el coeficiente de correlación de las siguientes variables bidimensionales.

a) *Temperatura–Humedad.*

b) *Temperatura–Velocidad del viento.*

c) *Humedad–Velocidad del viento.*

a) $\sigma_{TH} = 6{,}46$ $\quad r_{TH} = 0{,}59$

b) $\sigma_{TV} = 3{,}17$ $\quad r_{TV} = 0{,}93$

c) $\sigma_{HV} = 6{,}404$ $\quad r_{HV} = 0{,}507$

17.- (35)

En la siguiente tabla se han perdido dos datos.

x_1	23	24	25	27	28	29	33	34	36
2	4	3	5	y_5	6	7	9	6	8

Se sabe que la media de la primera variable es 28 y la media de la segunda variable es 5,8. Completa la tabla y determina el coeficiente de correlación.

$$\overline{x} = 28 \rightarrow \frac{x_1 + 259}{10} = 28 \rightarrow x_1 = 21 \qquad \overline{y} = 5{,}8 \rightarrow \frac{y_5 + 50}{10} = 5{,}8 \rightarrow y_5 = 8$$

$r_{XY} = 0{,}802$

18.- (40)

Determina la recta de regresión de *Y* sobre *X* y la recta de regresión de *X* sobre *Y* correspondientes a estas tablas.

a)

X	10	11	12	13	14	15	16	17
Y	20	24	28	30	36	32	42	40

b)

X	60	70	80	90	100	110	120
Y	−5	−8	−12	−15	−16	−24	−20

c)

X	−3	−4	−5	−6	−9	−10	−13
Y	80	92	100	88	76	70	60

d)

X	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1	1,2
Y	40	50	120	70	40	40	60	50

a) $\overline{x} = 13{,}5$ $\quad \overline{y} = 31{,}5$ $\quad \sigma_{XY} = 15{,}5$

$\sigma_X^2 = 5{,}25$ $\quad \sigma_Y^2 = 50{,}75$

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 31{,}5 = \frac{15{,}5}{5{,}25}(x - 13{,}5) \rightarrow y = 2{,}95x - 8{,}33$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 13{,}5 = \frac{15{,}5}{50{,}75}(y - 31{,}5) \rightarrow x = 0{,}31y + 3{,}74$$

b) $\overline{x} = 90$ $\quad \overline{y} = -14{,}29$ $\quad \sigma_{XY} = -115{,}33$

$\sigma_X^2 = 400$ $\quad \sigma_Y^2 = 37{,}22$

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y + 14{,}29 = -\frac{115{,}33}{400}(x - 90) \rightarrow y = -0{,}29x + 11{,}81$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 90 = -\frac{115{,}33}{37{,}22}(y + 14{,}29) \rightarrow x = -3{,}099y + 45{,}72$$

c) $\overline{x} = -7{,}14$ $\quad \overline{y} = 80{,}86$ $\quad \sigma_{XY} = 34{,}48$

$\sigma_X^2 = 11{,}31$ $\quad \sigma_Y^2 = 159{,}37$

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 80{,}86 = \frac{34{,}48}{11{,}31}(x + 7{,}14) \rightarrow y = 3{,}049x + 102{,}63$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x + 7{,}14 = \frac{34{,}48}{159{,}37}(y - 80{,}86) \rightarrow x = 0{,}22y - 24{,}93$$

d) $\overline{x} = 0{,}71$ $\quad \overline{y} = 58{,}75$ $\quad \sigma_{XY} = -1{,}088$

$\sigma_X^2 = 0{,}099$ $\quad \sigma_Y^2 = 635{,}94$

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 58{,}75 = -\frac{1{,}088}{0{,}099}(x - 0{,}71) \rightarrow y = -10{,}99x + 66{,}55$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 0{,}71 = -\frac{1{,}088}{635{,}94}(y - 58{,}75) \rightarrow x = -0{,}0017y + 0{,}81$$

19.- (42)

Obtén cinco puntos que pertenecen a la recta.

$$y = -20x + 10$$

a) Calcula el coeficiente de correlación y explica el resultado.

b) Halla las dos rectas de regresión. Razona los resultados obtenidos.

Respuesta abierta.

x	−2	−1	0	1	2
y	50	30	10	−10	−30

a) $\overline{x} = 0$ $\quad \overline{y} = 10$ $\quad \sigma_X = \sqrt{2} = 1{,}41$ $\quad \sigma_Y = \sqrt{800} = 28{,}28$ $\quad \sigma_{XY} = -40$

$r_{XY} = -1 \rightarrow$ La dependencia es lineal.

b) Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 10 = -\frac{40}{2}(x - 0) \rightarrow y = -20x + 10$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 0 = -\frac{40}{800}(y - 10) \rightarrow x = -\frac{1}{20}y + \frac{1}{2}$$

20.- (43)

Se cree que el número de zorros en una finca está relacionado con el número de conejos.

En los últimos años se han realizado ocho censos de ambos animales, resultando estos datos.

N.º de zorros	20	32	16	18	25	30	14	15
N.º de conejos	320	500	260	300	400	470	210	240

Si la correlación es fuerte:

a) Determina las dos rectas de regresión.

b) Estima la cantidad de conejos que habría si hubiera 10 zorros.

c) ¿Cuántos zorros serían si hubiéramos contado 350 conejos?

d) ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

a) $\overline{x} = 21{,}25$ $\quad \overline{y} = 337{,}5$ $\quad \sigma_X = \sqrt{42{,}19} = 6{,}5$ $\quad \sigma_Y = \sqrt{10.168{,}75} = 100{,}84$

$\sigma_{XY} = 653{,}13$ $\quad r_{XY} = 0{,}99 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y positiva.

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 337{,}5 = \frac{653{,}13}{42{,}19}(x - 21{,}25) \rightarrow y = 15{,}48x + 8{,}55$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 21{,}25 = \frac{653{,}13}{10.168{,}75}(y - 337{,}5) \rightarrow x = 0{,}064y - 0{,}35$$

b) $x = 10 \rightarrow y = 15{,}48 \cdot 10 + 8{,}55 = 163{,}35$

En este caso habría 163 conejos.

c) $y = 350 \rightarrow x = 0{,}064 \cdot 350 - 0{,}35 = 22{,}05$

En este caso serían 22 zorros.

d) Como el coeficiente de correlación es muy próximo a 1, las dos estimaciones son bastante fiables.

21.- (44)

A lo largo de un día se han medido la tensión y el pulso cardíaco de una persona, tratando de decidir si ambas variables tienen alguna relación.

Los datos obtenidos se han reflejado en la tabla.

Nivel mínimo de tensión	6	5	9	4	10	8	6	9
N.º de pulsaciones por minuto	60	55	80	40	95	75	55	90

a) Calcula la covarianza, el coeficiente de correlación y las dos rectas de regresión.

b) Si la correlación es fuerte, estima las pulsaciones que tendrá la persona cuando su nivel mínimo de tensión sea 15.

c) ¿Qué nivel mínimo de tensión se estima cuando las pulsaciones cardíacas por minuto son 70?

d) ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

e) Dibuja la nube de puntos y la recta de regresión correspondientes.

a) $\overline{x} = 7{,}13$ $\quad \overline{y} = 68{,}75$ $\quad \sigma_X = \sqrt{4{,}04} = 2{,}01$ $\quad \sigma_Y = \sqrt{323{,}44} = 17{,}98$

$\sigma_{XY} = 35{,}44$ $\quad r_{XY} = 0{,}98 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y positiva.

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 68{,}75 = \frac{35{,}44}{4{,}04}(x - 7{,}13) \rightarrow y = 8{,}77x + 6{,}22$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 7{,}13 = \frac{35{,}44}{323{,}44}(y - 68{,}75) \rightarrow x = 0{,}11y - 0{,}43$$

b) $x = 15 \rightarrow y = 8{,}77 \cdot 15 + 6{,}22 = 137{,}77$

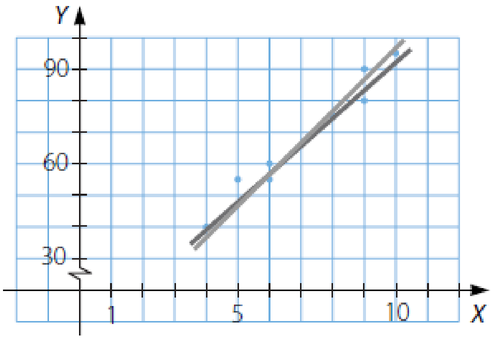
En este caso tendría 138 pulsaciones por minuto.

c) $y = 70 \rightarrow x = 0{,}11 \cdot 70 - 0{,}43 = 7{,}27$

Se estima que tendría un nivel mínimo de 7.

d) Las dos estimaciones son muy fiables, porque el coeficiente de correlación es bastante cercano a 1.

e)



22.- (46)

Una empresa está investigando la relación entre sus gastos en publicidad y sus beneficios (en millones de euros).

Este es un resumen del estudio.

Año	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07
Gastos	2	2,4	2	2,8	3	3,2	3,2	3,3	3,5	4
Beneficios	12	15	13	15	18	19	19	20	20	22

a) Comprueba si existe relación entre las magnitudes y, si es posible, estima los beneficios que se obtendrán en el año 2008, si se van a invertir 4,2 millones de euros en publicidad.

b) ¿Qué inversión sería necesaria para alcanzar 30 millones de euros de beneficios?

a) $\overline{x} = 2{,}94 \quad \overline{y} = 17{,}3 \quad \sigma_X = \sqrt{0{,}38} = 0{,}61 \quad \sigma_Y = \sqrt{10{,}01} = 3{,}16 \quad \sigma_{XY} = 1{,}89$

$r_{XY} = 0{,}98 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y positiva.

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 17{,}3 = \frac{1{,}89}{0{,}38}(x - 2{,}94) \rightarrow y = 4{,}97x + 2{,}69$$

$x = 4{,}2 \rightarrow y = 4{,}97 \cdot 4{,}2 + 2{,}69 = 23{,}56$

Los beneficios serían de 23,56 millones de euros.

b) Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 2{,}94 = \frac{1{,}89}{10{,}01}(y - 17{,}3) \rightarrow x = 0{,}19y - 0{,}35$$

$y = 30 \rightarrow y = 0{,}19 \cdot 30 - 0{,}35 = 5{,}35$

La inversión tendría que ser de 5,35 millones de euros.

23.- (47)

María y Diego viven en la misma calle, pero en aceras opuestas. Los dos tienen un termómetro en su balcón y, como María cree que el suyo está estropeado, deciden tomar la temperatura exterior, en °C, durante una semana y a la misma hora del día.

Han anotado los resultados en una tabla.

Diego	22	24	25	27	18	20	21
María	18	20	18	17	20	21	16

a) ¿Crees que las dos variables están relacionadas? ¿Y opinas que deberían estarlo?

b) Razona si con estos datos se puede obtener alguna conclusión sobre el termómetro de María.

a) $\overline{x} = 22{,}43 \quad \overline{y} = 18{,}57 \quad \sigma_X = 2{,}86 \quad \sigma_Y = 1{,}69 \quad \sigma_{XY} = -2{,}097$

$r_{XY} = -0{,}43 \rightarrow$ La dependencia es débil y negativa.

Las dos variables están poco relacionadas, pues al estar los termómetros en lados opuestos de la acera reciben distinta exposición solar.

b) Como la dependencia es débil no se puede concluir nada sobre el termómetro de María.

24.- (48)

Se ha medido el peso, X, y la estatura, Y, de los alumnos de una clase. Su peso medio ha sido de 56 kg, con una desviación típica de 2,5 kg.

La ecuación de la recta de regresión que relaciona la estatura y el peso es: $y = 1{,}8x + 62$

a) ¿Qué estatura puede estimarse en un alumno que pesa 64 kg?

b) ¿Y si pesara 44 kg?

c) ¿Cuál es la estatura media de los alumnos de esa clase?

d) La pendiente de esa recta es positiva. ¿Qué significa esto?

a) $x = 64 \rightarrow y = 1{,}8 \cdot 64 + 62 = 177{,}2 \rightarrow$ El alumno medirá 1,77 m.

b) $x = 44 \rightarrow y = 1{,}8 \cdot 44 + 62 = 141{,}2 \rightarrow$ En este caso medirá 1,41 m.

c) $y = 1{,}8 \cdot 56 + 62 = 162{,}8 \rightarrow$ La estatura media es 1,63 m.

d) Si la pendiente es positiva, entonces la correlación entre las variables también es positiva, es decir, cuando los valores de una variable aumentan, los valores de la otra variable también lo hacen.

25.- (49)

Daniel afirma que si una nube de puntos es de una recta, el coeficiente de correlación siempre vale 1 o −1. Como Eva no está de acuerdo, Daniel prueba con los puntos de la recta cuya ecuación es $y = -5x + 20$, y Eva hace lo mismo con los puntos de $y = 2x - x^2$.

a) ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

b) Si la hipótesis de Daniel no resulta cierta, ¿podrías formularla de forma que se verifique siempre?

a) Si $y = -5x + 20$, entonces algunos de los puntos son:

X	−2	−1	0	1	2
Y	30	25	20	15	10

$\overline{x} = 0 \quad \overline{y} = 20 \quad \sigma_X = 1{,}41 \quad \sigma_Y = 7{,}07 \quad \sigma_{XY} = -10$

$r_{XY} = -1 \rightarrow$ La dependencia es lineal.

Si $y = 2x - x^2$, no es una recta, y algunos de los puntos son:

X	−2	−1	0	1	2
Y	−8	−3	0	1	0

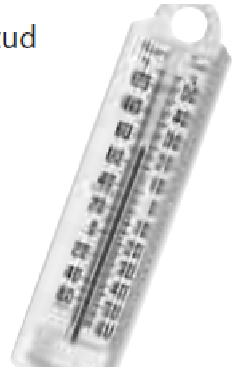
$\overline{x} = 0 \quad \overline{y} = -2 \quad \sigma_X = 1{,}41 \quad \sigma_Y = 3{,}29 \quad \sigma_{XY} = 4$

$r_{XY} = 0{,}86 \rightarrow$ La dependencia es débil; por tanto, Eva no tiene razón.

b) Es cierta.

26.- (50)

Un equipo de alpinistas que escaló una montaña, midió la altitud y la temperatura cada 200 metros de ascensión. Luego reflejó los datos en estas tablas.



Altitud (m)	800	1.000	1.200	1.400	1.600	1.800	2.000
Temperatura (°C)	22	20	17	15	11	9	8

Altitud (m)	2.200	2.400	2.600	2.800	3.000	3.200
Temperatura (°C)	5	3	2	2	2	1

a) Toma las diez primeras mediciones y, si la correlación es fuerte, calcula la recta de regresión de la temperatura sobre la altitud.

b) Estima la temperatura que habrá a los 1.900 metros de altitud.

c) ¿Qué temperatura se estima a los 3.200 metros? ¿Cómo explicas las diferencias?

a) $\overline{x} = 1.700$ $\quad \overline{y} = 11{,}2$ $\quad \sigma_X = 574{,}46$ $\quad \sigma_Y = 6{,}69$ $\quad \sigma_{XY} = -3.820$

$r_{XY} = -0{,}99 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y negativa.

Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 11{,}2 = -\frac{3.820}{330.000}(x - 1.700) \rightarrow y = -0{,}012x + 31{,}6$$

b) $x = 1.900 \rightarrow y = -0{,}012 \cdot 1.900 + 31{,}6 = 8{,}8$

La temperatura estimada es de 8,8 °C.

c) $x = 3.200 \rightarrow y = -0{,}012 \cdot 3.200 + 31{,}6 = -6{,}8$

La diferencia se debe a que el valor no está incluido en el intervalo [800, 2.600], formado por los datos que se han utilizado para calcular la recta de regresión.

27.- (51)

El alcalde de un pueblo ha constatado una reducción del número de nacimientos de niños, y ha encargado realizar un estudio.

Año	86	89	92	95	98	01	04	07
Nacimientos	50	54	40	33	34	23	21	17

a) ¿Puede establecerse, de forma fiable, una fórmula que relacione el año con el número de nacimientos?

b) ¿Cuántos nacimientos pueden estimarse en 2008? ¿Y en 2010? ¿Qué puede estimarse para 2050?

c) ¿Es fiable esta última estimación? Razona la respuesta.

a)

X	0	3	6	9	12	15	18	21
Y	50	54	40	33	34	23	21	17

$\overline{x} = 10{,}5$ $\quad \overline{y} = 34$ $\quad \sigma_X = 6{,}87$ $\quad \sigma_Y = 12{,}61$ $\quad \sigma_{XY} = -83{,}63$

$r_{XY} = -0,97 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y negativa, por lo que puede utilizarse la recta de regresión para relacionar las dos variables.

b) Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 34 = -\frac{83,63}{47,25}(x - 10,5) \rightarrow y = -1,77x + 52,59$$

En el año 2008 se estiman: $x = 22 \rightarrow y = -1,77 \cdot 22 + 52,59 = 13,65$ nacimientos

En el año 2010 se estiman: $x = 64 \rightarrow y = -1,77 \cdot 64 + 52,59 = -60,69$ nacimientos

Para el año 2050 se estiman -60 nacimientos.

c) No es fiable, ya que el año 2050 está muy alejado del rango de años estudiados en la regresión.

28.- (53)

Un inversor bursátil quiere predecir la evolución que va a tener el Índice de la Bolsa de Madrid (IBEX).

Ha concluido que lo que sucede con el IBEX un día es lo que le sucede a la cotización de la empresa AW&B el día anterior.

Investiga si esto es correcto, a partir de sus cotizaciones durante una semana y los valores alcanzados por el IBEX al día siguiente.

Día	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º
AW&B	21,8	23,4	19,6	19,4	18,4	19,9	19,2

Día	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º
IBEX	12.560	12.720	11.580	11.420	10.930	11.450	11.480

a) ¿Qué cotización tendrá AW&B el día anterior al día en que el IBEX alcance los 14.000 puntos?

b) Si un día AW&B tiene una cotización de 24 euros, ¿qué valor podemos esperar que alcance el IBEX al día siguiente?

$\overline{x} = 20,24$ $\qquad$ $\overline{y} = 11.734,29$

$\sigma_X = \sqrt{2,77} = 1,66$ $\qquad$ $\sigma_Y = \sqrt{366.809,62} = 605,65$

$\sigma_{XY} = 977,26$

$r_{XY} = 0,97 \rightarrow$ La dependencia es fuerte y positiva.

a) Recta de regresión de X sobre Y:

$$x - 20,24 = \frac{977,26}{366.809,62}(y - 11.734,29) \rightarrow x = 0,0027y - 11,44$$

$y = 14.000 \rightarrow x = 0,0027 \cdot 14.000 - 11,44 = 26,36$

b) Recta de regresión de Y sobre X:

$$y - 11.734{,}29 = \frac{977{,}26}{2{,}77}(x - 20{,}24) \rightarrow y = 352{,}8x - 4.593{,}62$$

$x = 24 \rightarrow y = 352{,}8 \cdot 24 - 4.593{,}62 = 3.873{,}58$

29.- (55)

Se tiene la siguiente variable bidimensional.

Investiga lo que sucede con la covarianza y el coeficiente de correlación en cada caso.

X	3	5	8	9	10	12	15
Y	2	3	7	4	8	5	8

a) Sumamos 10 a todos los valores de la variable X.

b) Sumamos 10 a todos los valores de la variable X y de la variable Y.

c) Multiplicamos por 4 todos los valores de la variable X.

d) Multiplicamos por 4 todos los valores de la variable X y de la variable Y.

$\overline{x} = 8{,}86$ $\quad$ $\overline{y} = 5{,}29$ $\quad$ $\sigma_{XY} = 6{,}42$

$\sigma_X = \sqrt{14{,}07} = 3{,}75$ $\quad$ $\sigma_Y = \sqrt{5{,}02} = 2{,}24$ $\quad$ $r_{XY} = 0{,}76$

a)

X	13	15	18	19	20	22	25
Y	2	3	7	4	8	5	8

$\overline{x} = 8{,}86 + 10 = 18{,}86$ $\quad$ $\sigma_{XY} = 6{,}42$

$\sigma_X = 3{,}75$ $\quad$ $r_{XY} = 0{,}76$

b)

X	13	15	18	19	20	22	25
Y	12	13	17	14	18	15	18

$\overline{y} = 5{,}29 + 10 = 15{,}29$ $\quad$ $\sigma_{XY} = 6{,}42$

$\sigma_Y = 2{,}24$ $\quad$ $r_{XY} = 0{,}76$

c)

X	12	20	32	36	40	48	60
Y	2	3	7	4	8	5	8

$\overline{x} = 8{,}86 \cdot 4 = 35{,}44$ $\quad$ $\sigma_{XY} = 6{,}42 \cdot 4 = 25{,}68$

$\sigma_X = 3{,}75 \cdot 4 = 15$ $\quad$ $r_{XY} = 0{,}76$

d)

X	12	20	32	36	40	48	60
Y	8	12	28	16	32	20	32

$\overline{y} = 5{,}29 \cdot 4 = 21{,}16$ $\quad$ $\sigma_{XY} = 6{,}42 \cdot 16 = 102{,}72$

$\sigma_Y = 2{,}24 \cdot 4 = 8{,}96$ $\quad$ $r_{XY} = 0{,}76$

30.- (60)

Discute si es posible que la recta de regresión de X sobre Y y la recta de regresión de Y sobre X sean paralelas. ¿Y perpendiculares?

No es posible que sean paralelas, ya que tienen siempre un punto común: $(\overline{x}, \overline{y})$

Son perpendiculares si la correlación es nula.