

Ejercicios Resueltos del Tema 2

Ejercicio 1

Se ha pasado un test de 80 preguntas a 600 personas. El número de respuestas correctas se refleja en la siguiente tabla:

RESPUESTAS CORRECTAS	NÚMERO DE PERSONAS
[0, 10)	40
[10, 20)	60
[20, 30)	75
[30, 40)	90
[40, 50)	105
[50, 60)	85
[60, 70)	80
[70, 80)	65

- Calcular la media, desviación media y desviación típica.
- Calcula la mediana, los cuartiles y los percentiles 20 y 85.
- ¿Cuál es el percentil de una persona que tiene 65 respuestas correctas?

Solución:

Hacemos las tablas de frecuencias:

INTERVALO	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$	$ x_i - \bar{x} \cdot n_i$
[0, 10)	5	40	40	200	1000	1506,67
[10, 20)	15	60	100	900	13500	1660,00
[20, 30)	25	75	175	1875	46875	1325,00
[30, 40)	35	90	265	3150	110250	690,00
[40, 50)	45	105	370	4725	212625	245,00
[50, 60)	55	85	455	4675	257125	1048,33
[60, 70)	65	80	535	5200	338000	1786,67
[70, 80)	75	65	600	4875	365625	2101,67
		600		25600	1345000	10363,33

$$a) \bar{x} = \frac{25600}{600} = 42,67$$

$$\sigma^2 = \frac{1345000}{600} - 42,67^2 = 420,94 \Rightarrow \sigma = \sqrt{420,94} = 20,52$$

$$DM = \frac{10363,33}{600} = 17,27$$

b)

- Para la mediana $\rightarrow 600/2 = 300$, luego voy al intervalo [40,50)

$$Me = 40 + \frac{300 - 265}{370 - 265} \cdot 10 = 40 + 3,33 = 43,33$$

- Para $Q_1 \rightarrow 600/4 = 150$, luego voy al intervalo [20, 30)

$$Q_1 = 20 + \frac{150 - 100}{175 - 100} \cdot 10 = 20 + 6,66 = 26,66$$

- Para $Q_3 \rightarrow (3/4) \cdot 600 = 450$, luego voy al intervalo $[50, 60)$

$$Q_3 = 50 + \frac{450 - 370}{455 - 370} \cdot 10 = 50 + 9,41 = 59,41$$

- Para $P_{20} \rightarrow (20/100) \cdot 600 = 120$, luego voy al intervalo $[20, 30)$

$$P_{20} = 20 + \frac{120 - 100}{175 - 100} \cdot 10 = 20 + 2,66 = 22,66$$

- Para $P_{85} \rightarrow (85/100) \cdot 600 = 510$, luego voy al intervalo $[60, 70)$

$$P_{85} = 60 + \frac{510 - 455}{535 - 455} \cdot 10 = 60 + 8,88 = 68,88$$

$$c) \quad 65 = 60 + \frac{d - 455}{535 - 455} \cdot 10 \Rightarrow d = 495 \Rightarrow \text{luego } 495 = \frac{k}{100} \cdot 600 \Rightarrow k = 82,5$$

Ejercicio 2

- a) Completar los datos que faltan en la siguiente tabla estadística, donde n , N y f representan, respectivamente, la frecuencia absoluta, acumulada y relativa:

x	n	N	f
1	4		0,08
2	4		
3		16	0,16
4	7		0,14
5	5	28	
6		38	
7	7	45	
8			

- b) Calcula la media, mediana y moda de esta distribución

Solución

- a) La frecuencia relativa de 1 es $0,08 = 4/N$, de donde $N = 50$, lo que nos permite completar la tabla.

x	n	N	f
1	4	4	0,08
2	4	8	0,08
3	8	16	0,16
4	7	23	0,14
5	5	28	0,10
6	10	38	0,20
7	7	45	0,14
8	5	50	0,10

- b) la media $\bar{x} = 4,76$; la mediana es 5 y la moda es 6.

Ejercicio 3 (Resuelto por proporcionalidad en vez de formulas)

En una gasolinera estudian el número de vehículos que repostan a lo largo de un día, obteniendo:

HORAS	[0, 4)	[4, 8)	[8, 12)	[12, 16)	[16, 20)	[20, 24)
Nº DE VEHÍCULOS	6	14	110	120	150	25

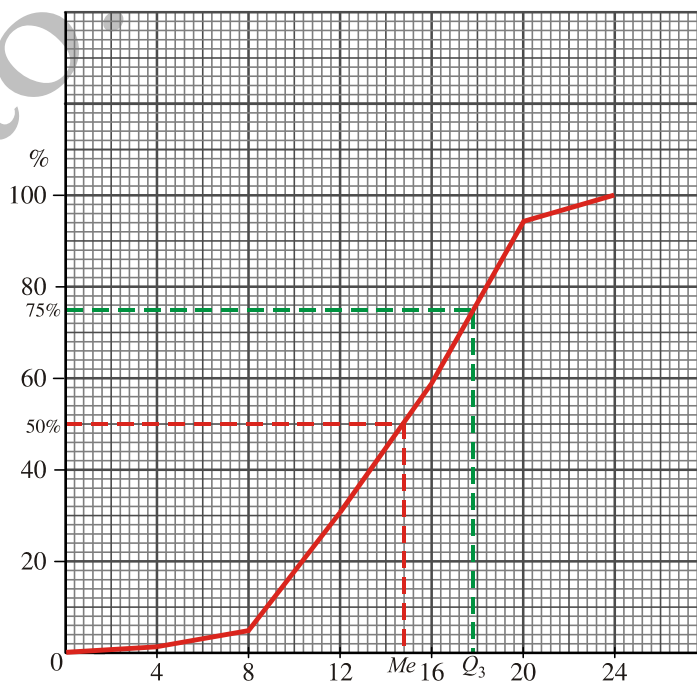
Calcula Me y Q_3 .

Solución:

Construimos el polígono de frecuencias acumuladas:

EXTREMOS	F_i	en %
0	0	0
4	6	1,41
8	20	4,71
12	130	30,59
16	250	58,82
20	400	94,12
24	425	100

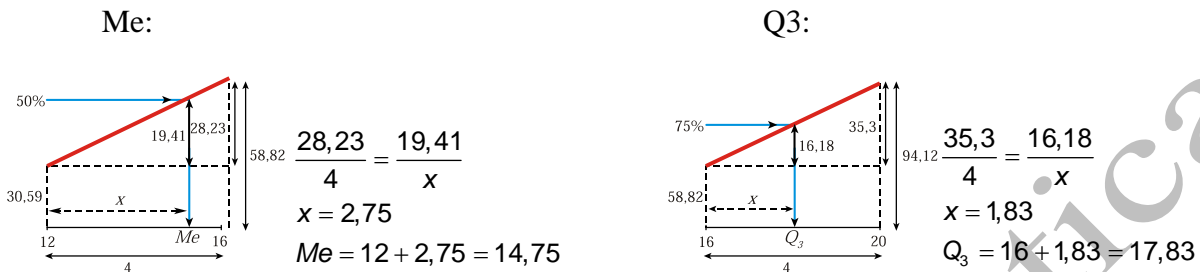
Gráficamente:



Aunque no se pide vemos gráficamente que

$$Me \approx 14,8; \quad Q_3 \approx 17,8$$

Obtengamos los valores exactos, razonando sobre el polígono de frecuencias: (Lo hacemos aplicando proporcionalidad en el triángulo formado con el polígono de frecuencias)



Los valores exactos son: $Me = 14,75; \quad Q_3 = 17,83$

Ejercicio 4

Observados los alquileres de un conjunto de despachos se ha obtenido:

Alquileres en miles de pesetas	ni
[0,15)	17
[15,30)	130
[30,45)	180
[45,60)	30
[60,75)	10
[75,90)	5

Calcula la moda y la mediana.

Solución:

Como los datos son agrupados tenemos:

- para la moda la fórmula:

$$Mo = l_{i-1} + \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} \cdot a_i =$$

$$30 + \frac{180 - 130}{(180 - 30) + (180 - 130)} \cdot (45 - 30) = 30 + \frac{50}{200} \cdot 15 = 33,75$$

- Para la mediana usamos el polígono acumulativo de frecuencias:

xi	ni	Ni
[0,15)	17	17
[15,30)	130	147
[30,45)	180	327

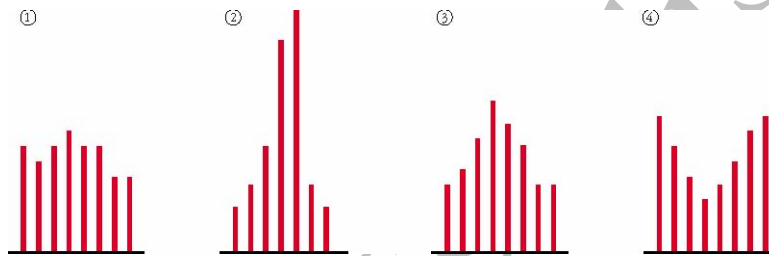
[45,60)	30	357
[60,75)	10	367
[75,90)	5	372

$$Me = l_{i-1} + \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} (l_i - l_{i-1}) = l_{i-1} + \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{n_i} \cdot a_i =$$

$$30 + \frac{186 - 147}{327 - 147} \cdot 15 = 33,25$$

Ejercicio 5

Compara las desviaciones típicas de las distribuciones 1, 2, 3 y 4.



Al comparar dos de ellas, en caso de duda, pregúntate: ¿qué he de hacerle a ésta para que se parezca a la otra? Por ejemplo, para que la 1 se parezca a la 2, hemos de achicar las columnas extremas y aumentar la columna central. Por tanto, la 1 es más dispersa que la 2.

Solución:

De menor a mayor desviación típica, se ordenarían así: 2, 3, 1, 4.

Ejercicio 6

En la siguiente distribución de notas, halla Me, Q₁, Q₃, P₈₀, P₉₀ y P₉₉

xi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	7	15	41	52	104	69	26	13	19	14
Ni	7	22	63	115	219	288	314	327	346	360
en %	1,94	6,11	17,5	31,94	60,83	80	87,22	90,83	96,11	100

Solución:

Me = P₅₀ = 5;
 Q₁ = P₂₅ = 4;
 Q₃ = P₇₅ = 6;
 P₈₀ = 6,5;
 P₉₀ = 8;
 P₉₉ = 10

Ejercicio 7

El peso medio de los alumnos de una clase es 58,2 kg y su desviación típica 3,1 kg. El de las alumnas de esa clase es 52,4 kg y su desviación típica es 5,1 kg. Calcula el coeficiente de variación y compara la dispersión de ambos grupos.

Solución:

$$\text{C.V. (chicos)} = \frac{3,1}{58,2} \cdot 100 = 5,33\%$$

$$\text{C.V. (chicas)} = \frac{5,1}{52,4} \cdot 100 = 9,73\% \quad \text{Hay mayor dispersión en el peso de las alumnas}$$

Ejercicio 8

Calcula media, moda, desviación típica, el coeficiente de asimetría y curtosis de la siguiente tabla de datos:

Intervalo	xi	ni
(45,55]	50	6
(55,65]	60	10
(65,75]	70	19
(75,85]	80	11
(85,95]	90	4
	N=	50

Solución:

L_{i-1}	L_i	n_i	N_i	x_i	$n_i \cdot x_i$	d_i	$n_i \cdot d_i^3$	$n_i \cdot d_i^4$	
45	55	6	6	50	300	-19,4	-43808,304	849881,098	
55	65	10	16	60	600	-9,4	-8305,84	78074,896	
65	75	19	35	70	1330	0,6	4,104	2,4624	
75	85	11	46	80	880	10,6	13101,176	138872,466	
85	95	4	50	90	360	20,6	34967,264	720325,638	
	N=	50			3470		-4041,6	1787156,56	
				$\bar{x} =$	$\frac{3470}{50} = 69.4$				
				Mo=	70.24				
				$\sigma_x =$	11.029				
				As=	$\frac{69.4 - 70.24}{11029} = -0,892$				
				Coeficiente de Asimetría $g_1 =$	$\frac{-40416/50}{11029^3} = -0,06025162$				
				K= g_2	$\frac{1787156.566/50}{11029^4} - 3 = -0,58431795$				

Luego es una distribución asimétrica negativa o a la izquierda y Platicúrtica.