Traballo e enerxía

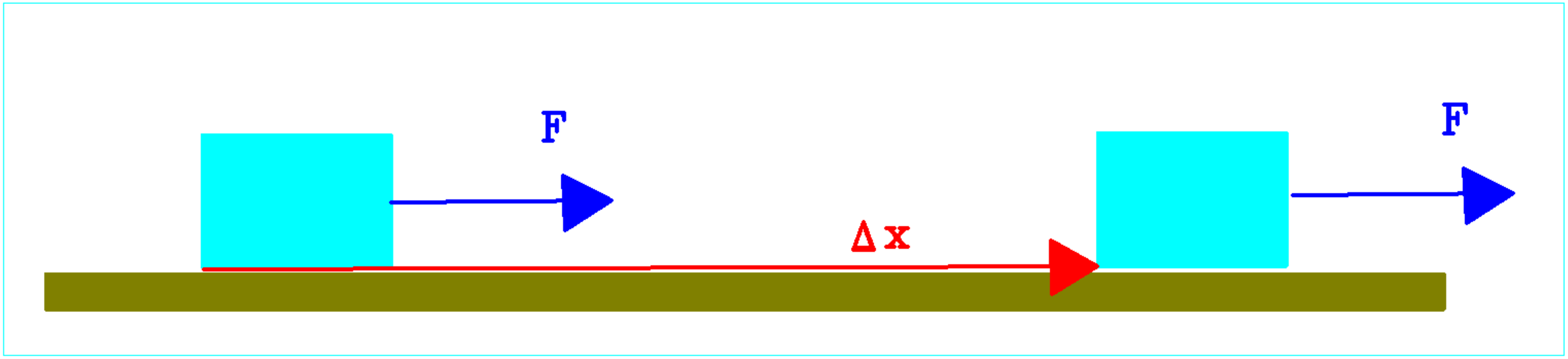
1. Traballo que realiza unha forza
2. Definición da magnitude , ecuación de dimensións e unidade no Sistema Internacional
3. Signo do traballo
4. Calculo do traballo realizado por unha forza
5. Potencia
6. Relación entre traballo e velocidade: enerxía cinética
7. Relación entre traballo e campo gravitatorio: enerxía potencial gravitatoria
8. Enerxía mecánica
9. Conservación da enerxía mecánica

Traballo que realiza unha forza

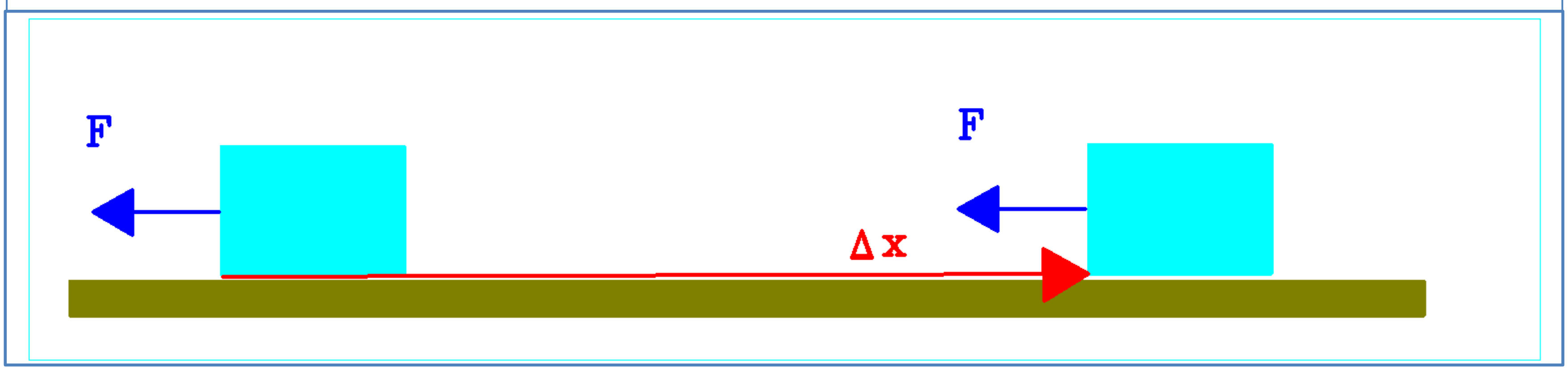
- Estudamos ate agora como se moven os corpos (*cinemática*) e cal é a causa do movemento dos corpos (*dinámica*).
- Temos pendente discutir sobre a transformación que sofren os corpos movidos por forzas, e como cuantificar dito cambio.
- Comeza por ver o seguinte video:

- https://youtu.be/gWgk-j9GLO8

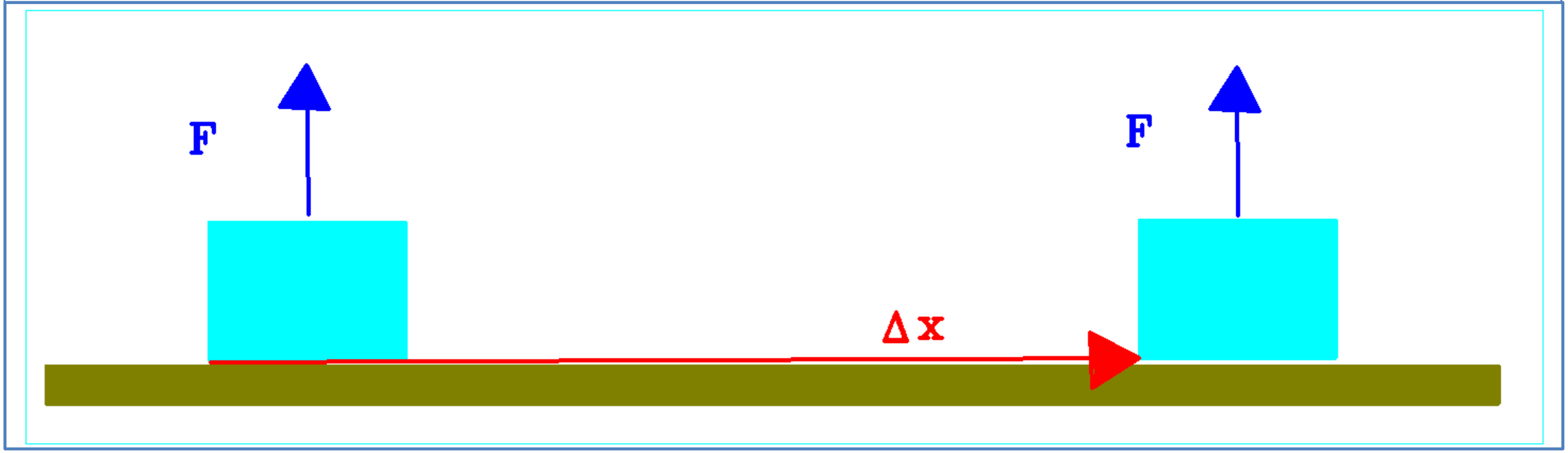
- Supoñamos un corpo que realiza un desprazamento **Δx** horizontal sobre unha superficie sen rozamentos, e sobre o que atúa unha forza **F** coa mesma direción e sentido que o desprazamento, como indica a figura.
- Resulta evidente que o cambio ou transformación, depende de **F** e de **Δx**.



- Se agora a forza **F** estivera dirixida no sentido contrario ao desprazamento **Δx** a disposición sería a da figura. Tamén neste caso a transformación ou cambio segue a depender das mesmas variabeis.
- Porén, neste caso teríamos que considerar a transformación con signo negativo pois a forza opon-se ao desprazamento.



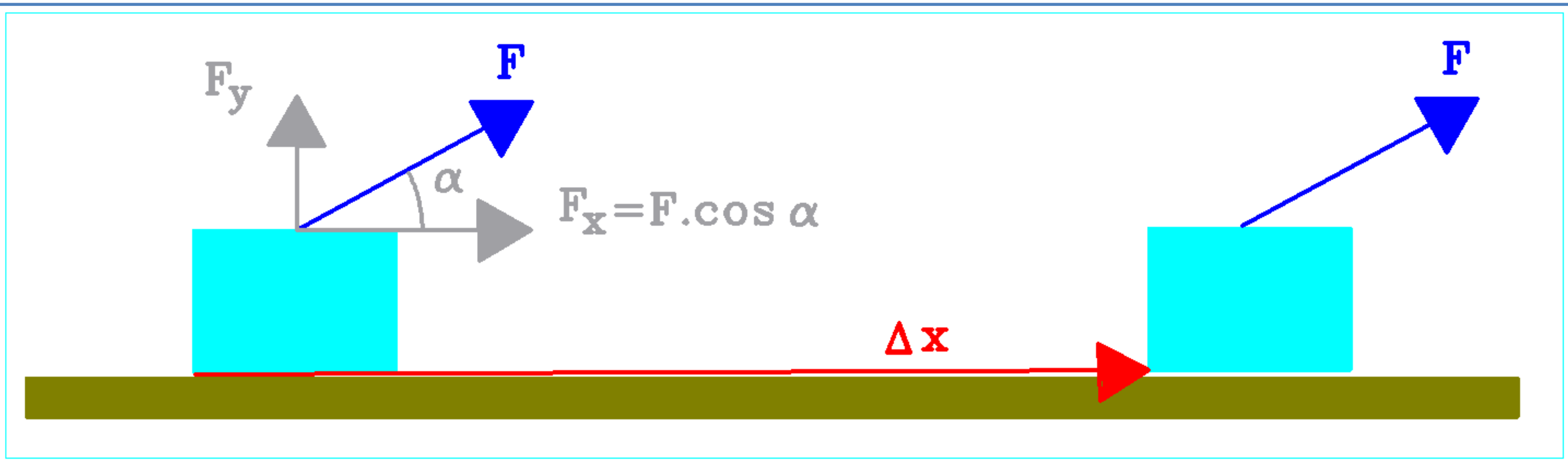
- Do mesmo xeito, e seguindo o mesmo razoamento, se a forza **F** é perpendicular ao desprazamento **Δx** a súa contribución ao cambio non será nin positiva, como acontecía no primeiro caso, nin negativa como aconteceu no segundo. Será 0.



- E que acontece se F forma un ángulo determinado coa direción horizontal?

Pois que enton podemos descompór F en duas componentes $\mathbf{F_x}$ e $\mathbf{F_y}$.

- Seguindo os razoamentos anteriores resulta que só participa na transformación é $\mathbf{F_x}$.



Definición de traballo (W)

O traballo realizado por unha forza constante sobre un corpo é o produto da **forza efetiva**

(a componente da forza na direción do desprazamento) multiplicada polo desprazamento que sofre o corpo, e cuantifica a transformación producida.

$$W = F_{efetiva} \cdot \Delta x = F \cdot \Delta x \cdot cos\alpha$$

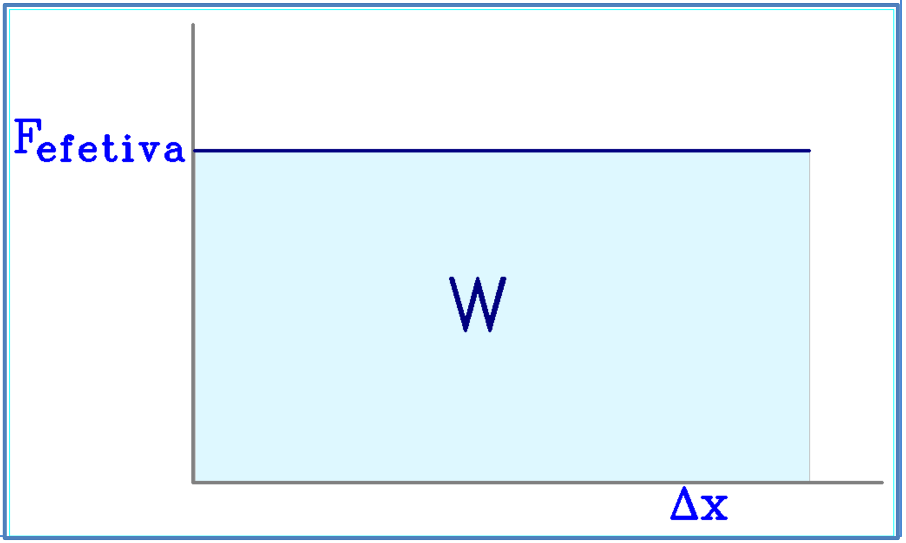
Traballo realizado por unha forza constante

Consideremos o traballo realizado por unha forza constante F nun desprazamento Δx:

$$W = F \cdot cos\theta \cdot \Delta x = F_{efetiva} \cdot \Delta x$$

Se representamos nunha gráfica a forza efetiva fronte ao desprazamento:

<u>O traballo é a superficie comprendida baixo da gráfica da forza efetiva fronte ao desprazamento</u>.



Ecuación de dimensións e unidade do traballo no S.I

- A ecuación de dimensións do traballo será:

$$[W] = [F] \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

- A unidade de traballo e de enerxía no S.I é o *Joule* (J) e pódese definir dando valor unidade a cada unha das magnitudes. Vexamos.

1J = 1N. 1m . cos α

- Se consideramos cos α = 1, podemos definir:

"1 J é o traballo realizado por unha forza efetiva de 1 N ao desprazar un corpo 1 m coa mesma direción e sentido"

Exercicio 1: Sobre un corpo de masa **m** atúa unha forza de **10 N** nun desprazamento horizontal de **100 m**.

Calcula o traballo realizado cando o ángulo formado por forza e desprazamento é:

a) 0^o , b) 30^o, c) 45^o , d) 60^o , e) 90^o , f) $180\ ^o$

a) $W=10\ N.100\ m.\cos 0^o = 1000$ J

b) $W=10\ N.100\ m.\cos 30^o=$ J

c) $W=10\ N.100\ m.co45^o=$ J

d) $W=10\ N.100\ m.\cos 60^o=$ J

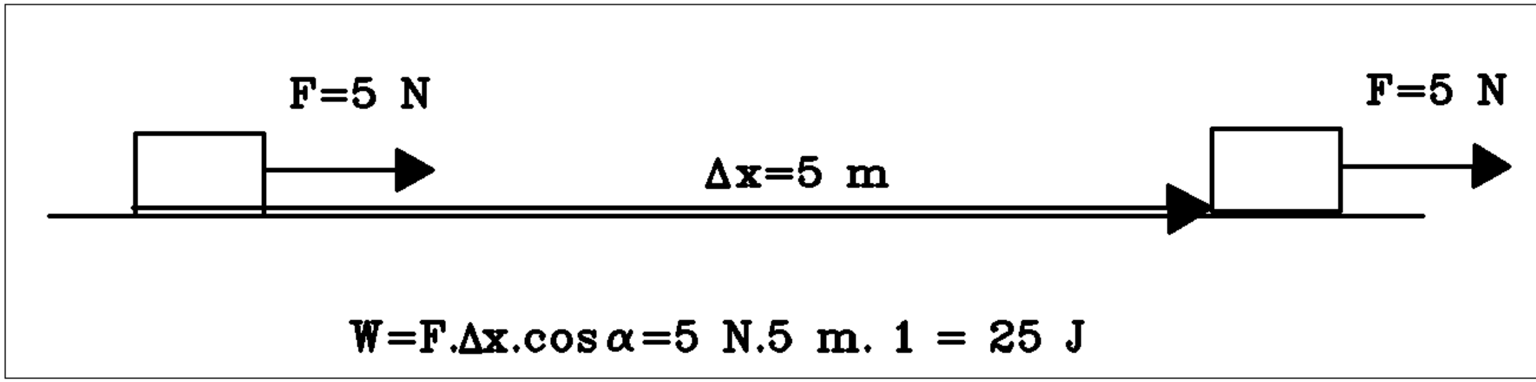
e) $W=10\ N.100\ m.\cos 90^o=$ J

f) $W=10\ N.100\ m.\cos 180^o=$ J

Signo do traballo

- Cando a forza e o desprazamento teñen a mesma direción e sentido, o traballo é positivo. A forza que o produce é unha **forza motor** e produce un aumento de velocidade.
- Cando a forza e o desprazamento teñen sentido contrario, o traballo é negativo. A forza neste caso é unha **forza de rozamento** e produce a deceleración do corpo.
- Cando a forza é perpendicular á direción do desprazamento, o traballo é cero (0). A forza nin resta nin aporta enerxía.

- Exercicio2: un corpo de 250 g de masa e inicialmente en repouso sobre unha superficie horizontal sen rozamentos, recebe a ación dunha forza paralela ao plano de valor 5 N percorrendo 5m en liña reta. Calcula o traballo realizado pola forza.

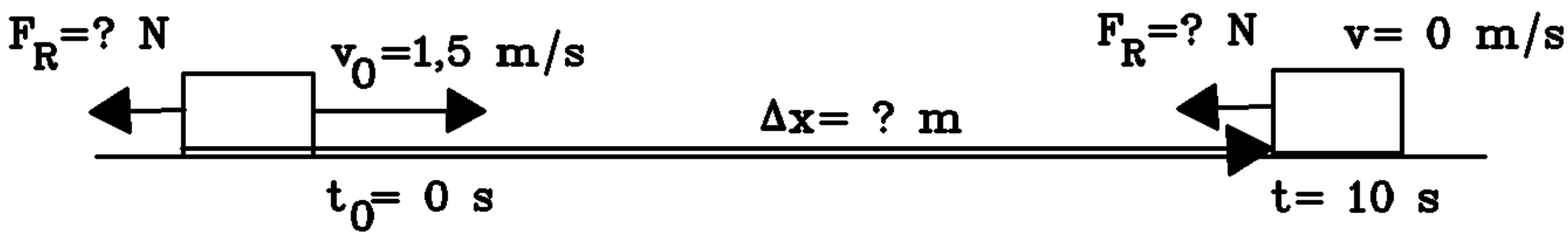


- Observa que poderíamos ter calculado tamén a aceleración:

$$F = m.a \;\rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{5N}{0{,}25\ kg} = \qquad\qquad \frac{m}{s^2}$$

- Podes calcular o tempo que tarda en percorrer a distancia?

- Exercicio3: un corpo de 250 g de masa móvese sobre unha superficie horizontalno instante inicial con velocidade 1,5 m/s, e por ación do rozamento, detense 10 s despois. Calcula o traballo realizado pola forza de rozamento.



1.– Calculamos a aceleración: $a=\dfrac{v-v_0}{t-t_0}=\dfrac{(0-1,5)\ m/s}{(10-0)\ s}=-0,15\ m/s^2$

2.–Calculamos a forza: $F=m.a=-0,0375\ N$

3.–Calculamos a distancia percorrida: $\Delta x=v_0\cdot(t-t_0)+1/2.a.(t-t_0)^2$

$$\Delta x=1,5.10\ (m)+1/2.(-0,15).(10)^2\ (m)=7,5\ m$$

4.– Calculo do traballo: $W=F.\Delta x=-0,0375\ N.\ 7,5\ m=-0,28125\ J$

Potencia

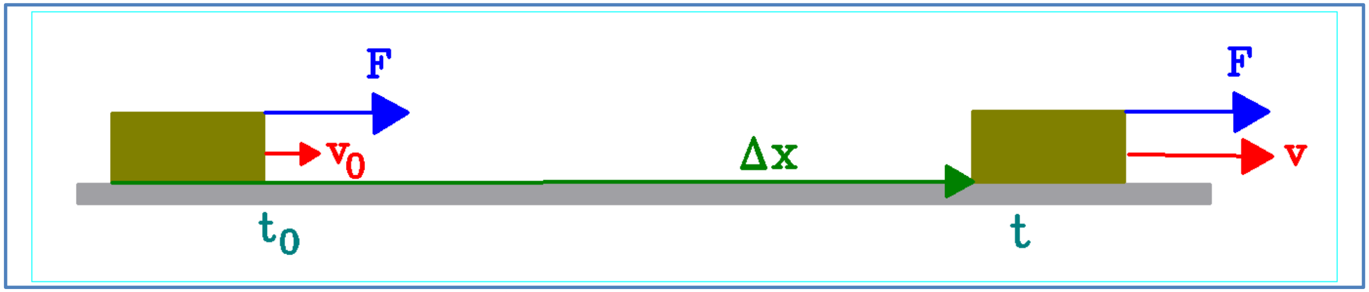
- Observa que na definición da magnitude que denominamos “traballo”, non participa o tempo.
- Para ter en conta a variabel “tempo” utilizaremos a magnitude **potencia (P)** que definimos como o cociente:

$$\boldsymbol{P = \frac{W}{t}}$$

- A súa unidade no S.I será J/s=Watt (W) tamén citado como “vatio”.

Relación entre o traballo e a velocidade

Supoñamos un corpo de masa **m**, que no momento inicial avanza en liña reta con velocidade $\mathbf{v_0}$. Nese instante atúa unha forza **F** paralela ao plano de apoio que conduce a que a velocidade sexa **v** no tempo **t**.



Imos combinar (1) e (2):

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \qquad (1)$$

$$\Delta x = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \qquad (2)$$

$$\Delta x = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v - v_0}{t - t_0}\right) \cdot (t - t_0)^2 =$$

$$= v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot (t - t_0) =$$

$$= (t - t_0) \cdot \left[v_0 + \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}v_0\right]$$

E simplificando :

$$\boxed{\Delta x = (t - t_0) \cdot \frac{1}{2}[v + v_0]} \qquad (3)$$

Relación entre o traballo e a velocidade

- Agora imos á ecuación do traballo : $W = F \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x$ e imos sustituir os termos de aceleración e desprazamento polas ecuacións (1) e (3) calculadas antes. Obtemos:

$$W = m \cdot \frac{(v - v_0)}{(t - t_0)} \cdot (t - t_0) \cdot \frac{1}{2}[v + v_0]$$

E só queda simplificar e operar para obter:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot [v^2 - v_0^2] = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

- Chamamos enerxía cinética, $\boldsymbol{E_C}$, ao termo dado por:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Relación entre o traballo e a velocidade

- En suma:

$$\boxed{W = Ec_{Final} - Ec_{Inicial}}$$

- Como a enerxía cinética é igual ao traballo realizado pola forza, é claro que as súas unidades no Sistema Internacional, tamén serán as mesmas.
- Observa que si $Ec_{Final} > Ec_{Inicial} \Rightarrow W > 0$
- Observa que si $Ec_{Final} < Ec_{Inicial} \Rightarrow W < 0$

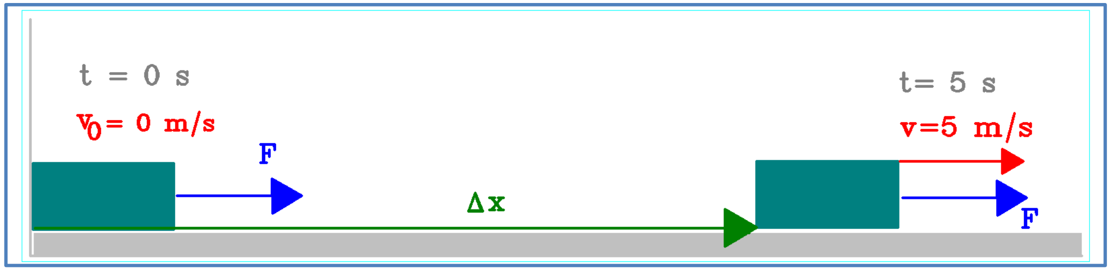
Exercicio 4: un corpo de 2 kg de masa inicialmente en repouso sobre unha superficie horizontal carente de rozamento, recebe a ación dunha forza de tal xeito que 5 s máis tarde a súa velocidade é 5 m/s. Calcula:

a) A variación de enerxía cinética.

b) O traballo realizado pola forza.

c) A aceleración,a distancia percorrida nos 5 s e o valor da forza aplicada

d) A potencia



$$a)\Delta Ec = Ec_{Final} - Ec_{Inicial} =$$

$$b)W = \Delta Ec = Ec_{Final} - Ec_{Inicial} =$$

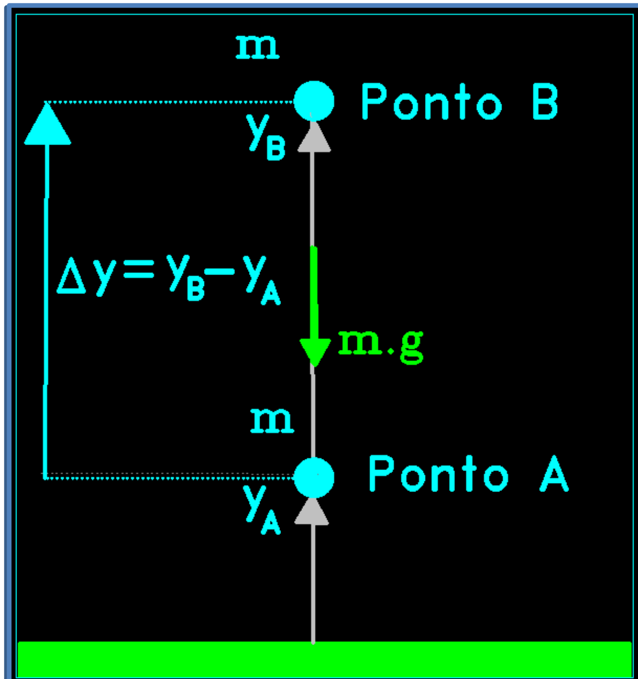
$$c)\ a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \qquad m/s^2$$

$$\Delta x = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2 = \qquad m$$

$$W = F \cdot \Delta x \ \rightarrow$$

$$d)\ P = \frac{W}{t} =$$

Relación entre a posición no campo gravitatorio terrestre e o traballo



- Imos calcular o traballo que realiza a forza peso ao trasladar un corpo de masa **m** dende **A** ate **B**.

$$W = F \cdot \Delta y \cdot \cos\alpha \quad \text{e } F = m \cdot g$$

- Observa que o peso e o desprazamento, teñen sentido contrario, e polo tanto:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta y \cdot cos180^0 = -m \cdot g \cdot \Delta y$$

$$W = -m \cdot g \cdot (y_B - y_A)\ (1)$$

$$W = -(m \cdot g \cdot y_B - m \cdot g \cdot y_A)\ (2)$$

- Definimos enerxía potencial nos pontos A e B como:

$$Ep_A = m \cdot g \cdot y_A \qquad\qquad Ep_B = m \cdot g \cdot y_B$$

Relación entre a posición no campo gravitatorio terrestre e o traballo

- E polo tanto, tamén podemos escreber a ecuación (2) como:

$$\boxed{W = -(Ep_B - Ep_A) = -\Delta Ep}$$

- Como a enerxía potencial é igual ao traballo realizado pola forza, é claro que as súas unidades no Sistema Internacional, tamén serán as mesmas.

- Exercicio 5: Calcula a enerxía potencial dun corpo de 2 kg de masa:

a) A 10 e 30 m de altura.

b) A variación de enerxía potencial e o traballo para ir de 10 a 30 m de altura e viceversa.

Imos tomar g=10 m/s²

$$a)\ Ep_{10} = m \cdot g \cdot y = 2\ kg .\ 10\frac{m}{s^2} \cdot 10m = \qquad J$$

$$Ep_{30} = m \cdot g \cdot y = 2\ kg .\ 10\frac{m}{s^2} \cdot 30m = \qquad J$$

$$b)\ \Delta Ep = Ep_{Final} - Ep_{inicial}$$

$$de\ 10m\ a\ 30m\ \rightarrow \Delta Ep = Ep_{30} - Ep_{10} =$$

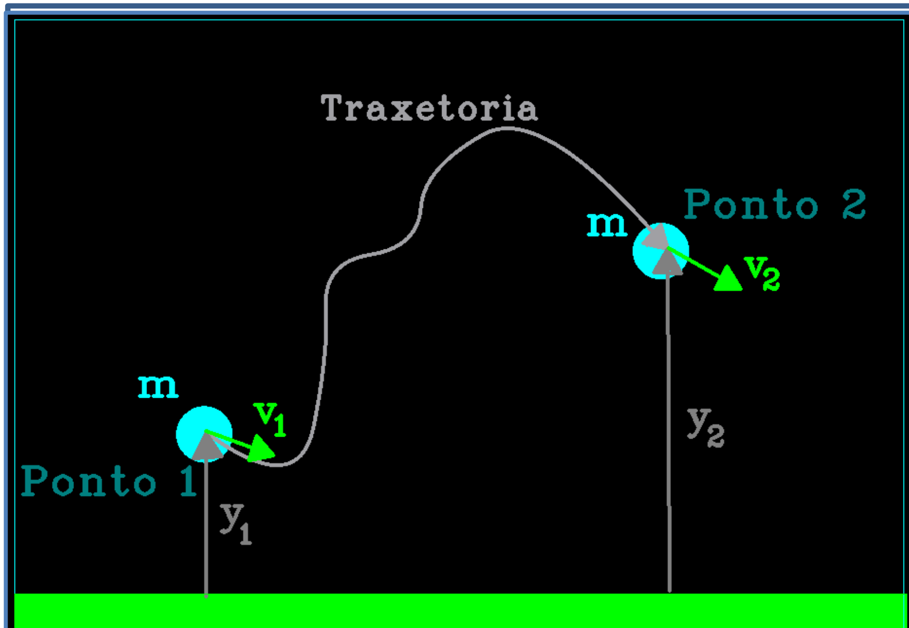
$$de\ 30m\ a\ 10m\ \rightarrow \Delta Ep = Ep_{10} - Ep_{30} =$$

no primeiro caso gañamos enerxía potencial e no segundo perdemos enerxía potencial

$$Como\ W = -\Delta Ep\ \ \rightarrow W_{10\rightarrow 30} = \qquad\qquad e\ W_{30\rightarrow 10} =$$

no primeiro caso compre realizar traballo e no segundo obtemos traballo

Enerxía mecánica



- Imos calcular o traballo necesario para que o corpo de masa **m** vaia do ponto 1 ate o ponto 2.
- Se consideramos a variación da enerxía potencial:

$$W = -\Delta Ep = -(Ep_2 - Ep_1)$$

- Se consideramos a variación da enerxía cinética:

$$W = \Delta Ec = Ec_2 - Ec_1$$

- E se igualamos: $\Delta Ec = -\Delta Ep \rightarrow Ec_2 - Ec_1 = -(Ep_2 - Ep_1)$
- E reordenando:

$$\boxed{Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2}$$

Enerxía mecánica

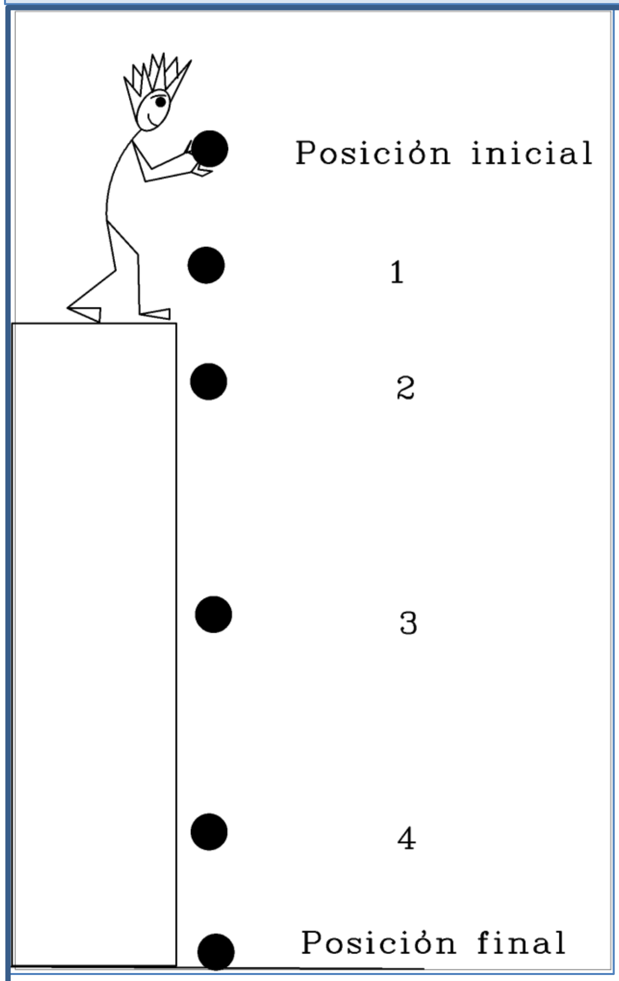
- Definimos a **enerxía mecánica** dunha partícula como a suma das súas enerxías cinética e potencial.

$$\boxed{E_{Mecánica} = E_M = Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2}$$

- A **enerxía mecánica** dunha partícula é constante.

- Cando unha partícula reduce a súa enerxía potencial, aumenta a súa enerxía cinética, e viceversa.

Conservación da Enerxía mecánica



- Se deixamos caer un corpo livremente dende certa altura y_0, no instante inicial non ten velocidade e polo tanto a súa enerxía cinética é cero.

$$E_M = Ep_0 = \mathrm{m} \cdot g \cdot y_0$$

- Nos seguintes pontos considerados, hai sempre enerxía cinética e potencial. A medida que descende aumenta a enerxía cinética e diminúe a potencial.

$$E_M = Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2 = Ec_3 + Ep_3 = \\ = Ec_4 + Ep_4$$

- Na posición final, cando a esfera chega á superficie da Terra, a enerxía potencial é cero e toda a enerxía mecánica teráse convertido en enerxía cinética, que será a correspondente á velocidade máxima de chegada.

$$E_M = Ec_{máxima}$$

- Exercicio 6: dende unha azotea situada a 60 m de altura, deixamos caer livremente un corpo de 2 kg de masa. Calcula:

a) A enerxía potencial inicial e a enerxía mecánica.

b) A velocidade a 20 m de altura.

c) A velocidade con que chega á Terra.

$a) Ep_0 = m \cdot g \cdot y_0 = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 60m =$

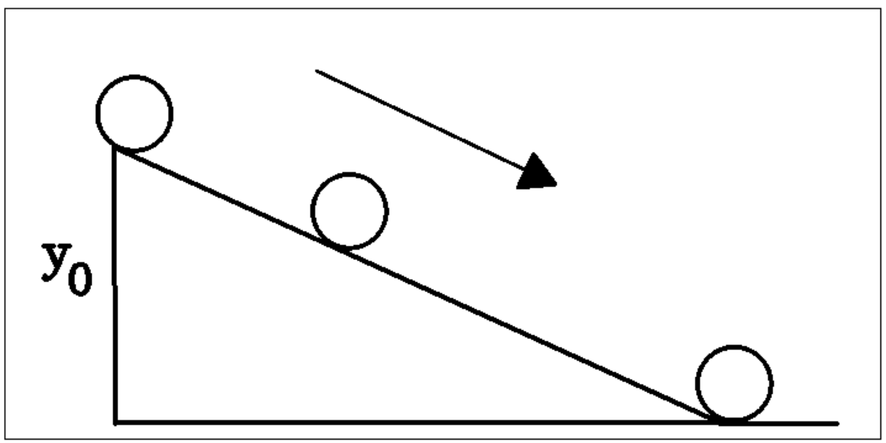
$E_M = Ep_0 + Ec_0$ e como a $Ec_0 = 0J \rightarrow E_M =$

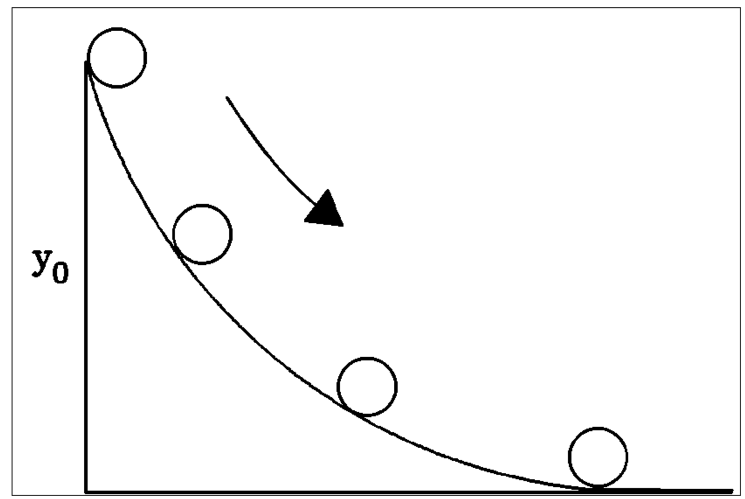
$b)\ E_M = Ep_{20} + Ec_{20}$

$c)\ E_M = Ep_F + Ec_F$

Conservación da Enerxía mecánica

- A conservación da enerxía mecánica pode ser aplicada sempre e cando non consideremos rozamentos.

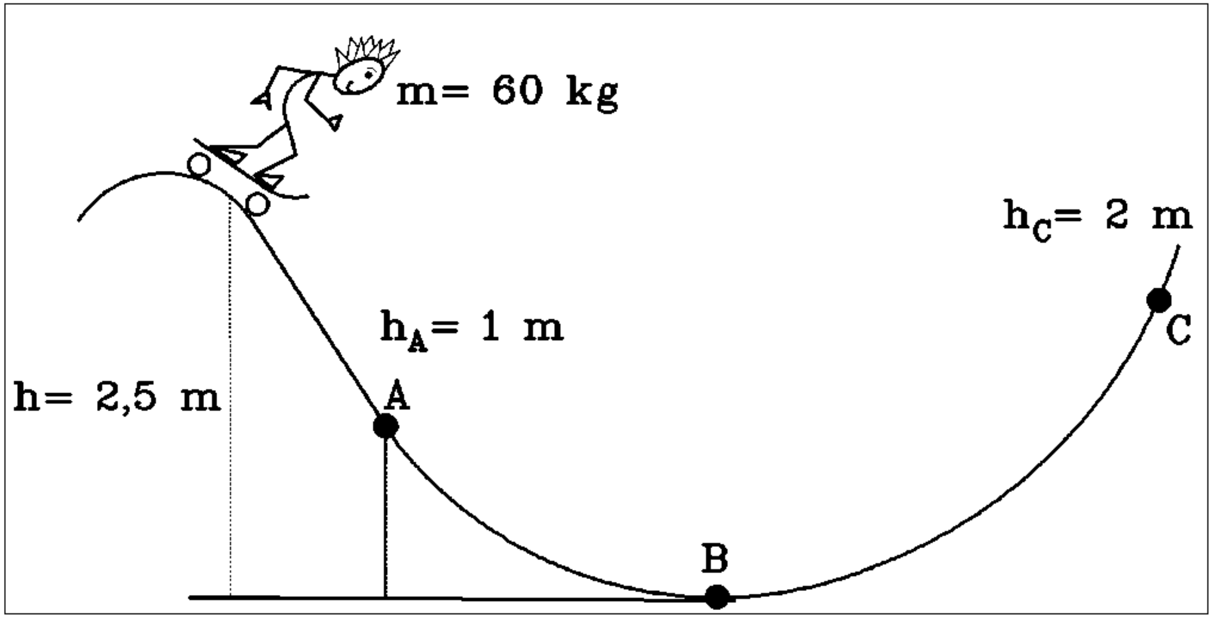




- En calquera ponto que consideremos dos percorridos, cúmplese que:

$$E_{mecánica}=E_{potencial}+E_{Cinética}$$

- Exercicio 7: o skater da figura deixase deslizar dende a súa posición a 2,5 m de altura. Calcula a súa velocidade nos pontos A, B e C.



$E_M = Ep_0$ $\quad$ $Ep_0 = 60\ kg . 10\ {}^{m}/_{s^2} \cdot 2{,}5\ m = 1500\ J$

En A : $E_M = Ec_A + Ep_A = \frac{1}{2} 60kg \cdot v_A^2 + 60\ kg \cdot 10\ {}^{m}/_{s^2} \cdot 1\ m = 1500\ J, v_A = 5{,}47\ m/s$

En B: $E_M = Ec_B = \frac{1}{2} 60kg \cdot v_B^2 = 1500\ J \ \rightarrow v_B = 7{,}07\ m/s$

En C:????