Forzas no Universo

1.-Evolución histórica do estudo do universo:

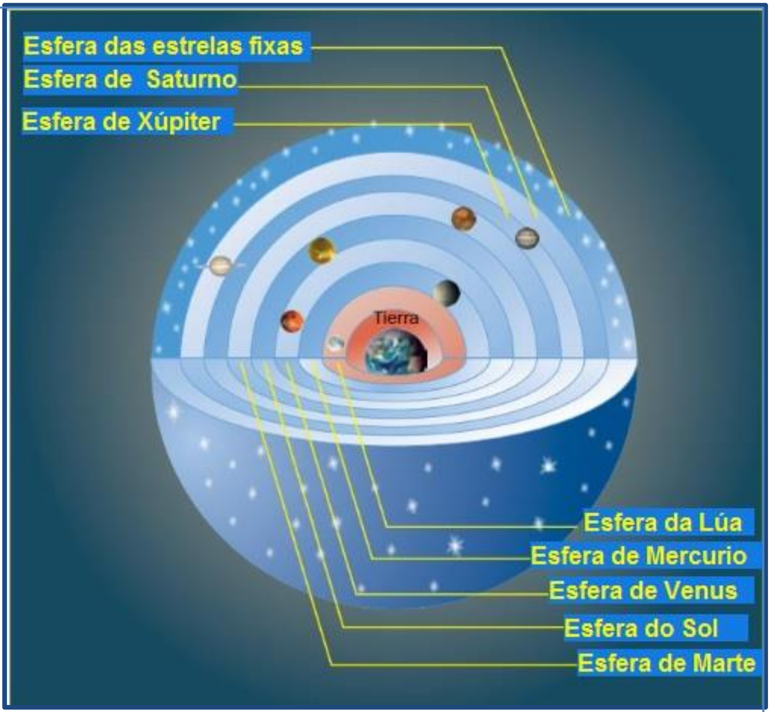
- Modelos xeocéntricos: Aristóteles e Ptolomeo
- Modelos Heliocéntricos: Copernico

2.-As Leis de Kepler

3.-A Lei de Gravitación Universal de Newton

- A forza peso
- A caída livre e a aceleración da gravedade
- Movemento orbital
- Satélites artificiais en órbita. Satélites xeoestacionarios.

Modelos xeocéntricos: Aristóteles

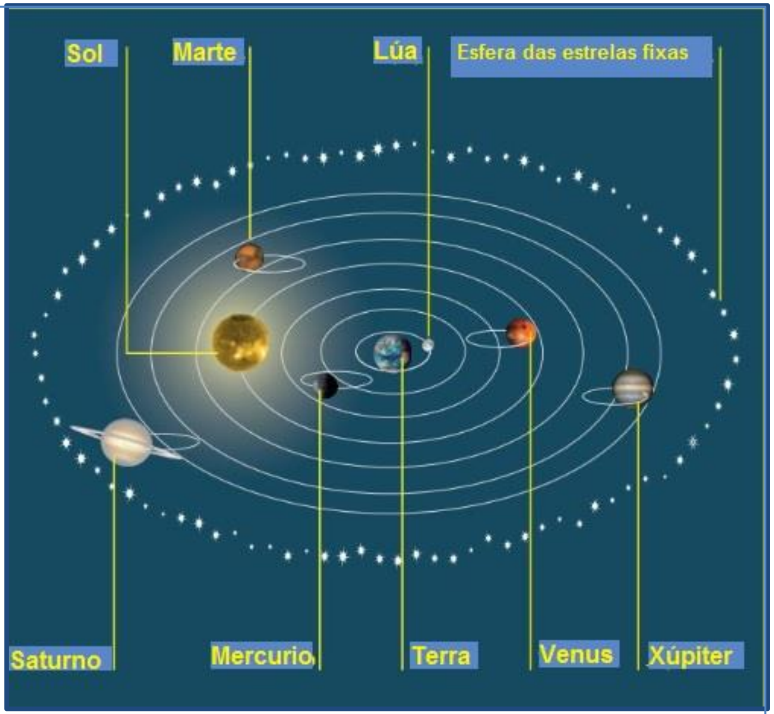


Os modelos **xeocéntricos** supoñen que a Terra está ocupando o centro do Universo, fixa e imobil, e todos os demais astros xiran arredor con movementos circulares.

O modelo de **Aristóteles** (384-322 a.e.c) describía un universo formado por 27 esféras concéntricas situadas arredor da Terra.
As esféras xiraban arredor do centro.
A cada esféra estaba asociado un astro .
O astro estaba suxeito a súa esféra e xiraba solidariamente con ela. Os movementos eran todos circulares.
A máis externa das esféras era aquela na que estaban as estrelas que ocupaban posicións fixas.
O modelo de Aristóteles non explicaba o movemento retrogrado de Marte.

- https://youtu.be/AH2agTx_B1Y

Modelos xeocéntricos: Ptolomeo

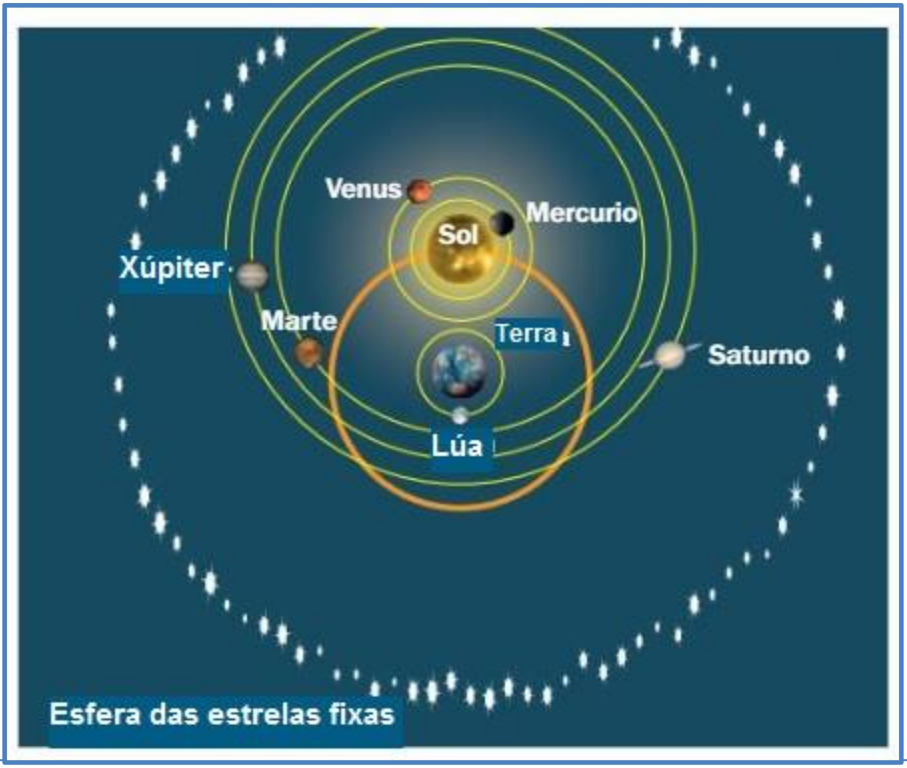


Para explicar o movemento retrógrado de Marte e outros astros, **Ptolomeo** (85-165 da e.c) imaxinaba que os planetas xiraban arredor da Terra describindo unha órbita circular que chamaba deferente, e ao tempo o planeta describía pequenas órbitas secundarias, ás que chamaba epiciclos, que tiñan o seu centro na deferente.
A combinación das duas compuña un movemento cunha traxetoria chamada epicicloide que xustificaba que durante certos períodos o planeta parecera retroceder e logo parecera avantar.

- https://youtu.be/jeJzw9ZU6Nc

O modelo de Tycho Brahe

Tycho Brahe (1546-1601) grande astrónomo e coidadoso observador dos ceos, elaborou un modelo que conservaba o Sol como centro das órbitas dos planetas, máis ao cabo todos xiraban arredor da Terra.



Modelos heliocéntricos: Copernico

Nicolás Copérnico (1473-1543) apoiandose nas ideas de **Aristarco de Samos** (310-230 a.e.c) enuncia un modelo no que a Terra está en movemento xirando cos outros planetas arredor do Sol que ocupa a posición central, ao tempo que a Lúa orbita arredor da Terra, e a Terra xira sobre si mesma.

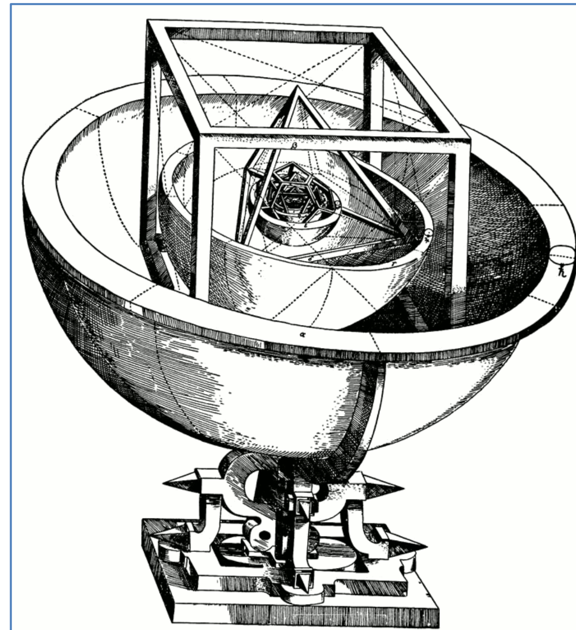
Mais para poder manter o modelo platónico das órbitas circulares e o movemento circular e uniforme, e ao tempo xustificar as traxetorias coñecidas, tivo que aceitar os epiciclos de Ptolomeo.

As súas observacións levaronlle a afirmar que canto maior era o raio da órbita, menor era a velocidade orbital do planeta.

Johannes Kepler

- https://youtu.be/mzJpnGmq8zs

Johannes Kepler
1571-1630



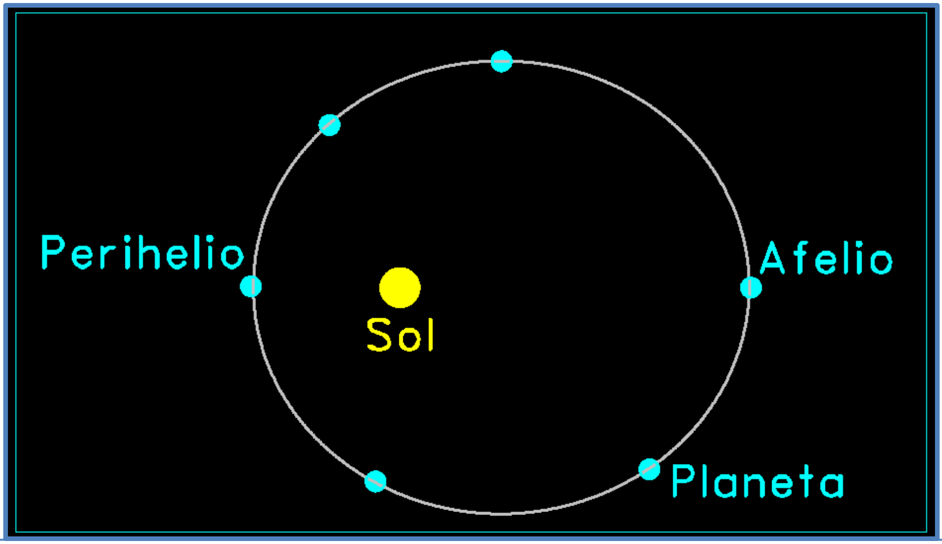
Modelo platónico do sistema solar de Kepler presentado na súa obra ***Misterium Cosmographicum*** (1596)

As tres leis de Kepler

1.-Primeira Lei de Kepler: das órbitas elípticas

- Os planetas xiran arredor do Sol descrebendo **órbitas elípticas** pouco excéntricas.
- O Sol ocupa un dos **focos** da elipse.
- O planeta na súa órbita, pasa por un ponto máis próximo ao Sol (perihelio) e por outro que é o máis alonxado (afelio).
- O raio da órbita non é pois constante e por suposto cúmpre-se que:

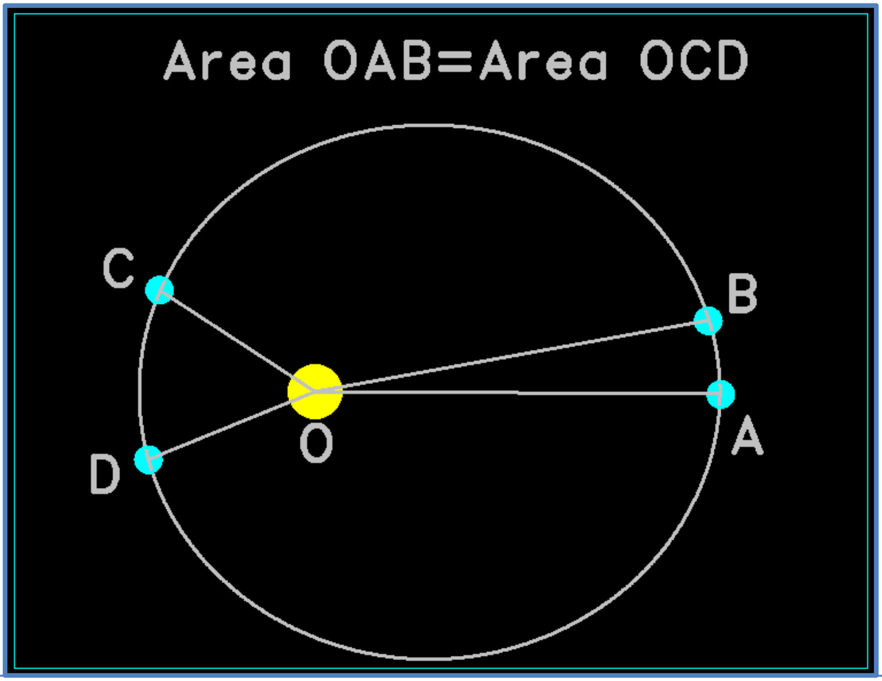
$$Raio\ da\ \acute{o}rbita_{Afelio} > Raio\ da\ \acute{o}rbita_{Perihelio}$$



As tres leis de Kepler

2.-Segunda Lei de Kepler: lei das áreas

- O raio que une ao planeta co Sol, varre áreas iguais en tempos iguais.
- Ou sexa que no mesmo tempo varre as áreas OAB e OAC no mesmo tempo, e iso quere dicer que a velocidade linear é maior no tramo CD que no tramo AB.
- Póde-se demostrar que: $v_{Afelio} \cdot r_{Afelio} = v_{Perihelio} \cdot r_{Perihelio}$



As tres leis de Kepler

3ª Lei de Kepler: hai unha relación constante entre a distancia meia (d) ao Sol dos planetas e o tempo que tardan en completar unha volta (T).

$$\frac{T^2}{d^3} = constante$$

- Esa constante ten o mesmo valor para todos os planetas do Sistema Solar, ou sexa que:

$$\frac{T^2_{Terra}}{d^3_{Terra}} = \frac{T^2_{Mercurio}}{d^3_{Mercurio}} = \frac{T^2_{Venus}}{d^3_{Venus}} = \frac{T^2_{Marte}}{d^3_{Marte}} = \cdots = constante$$

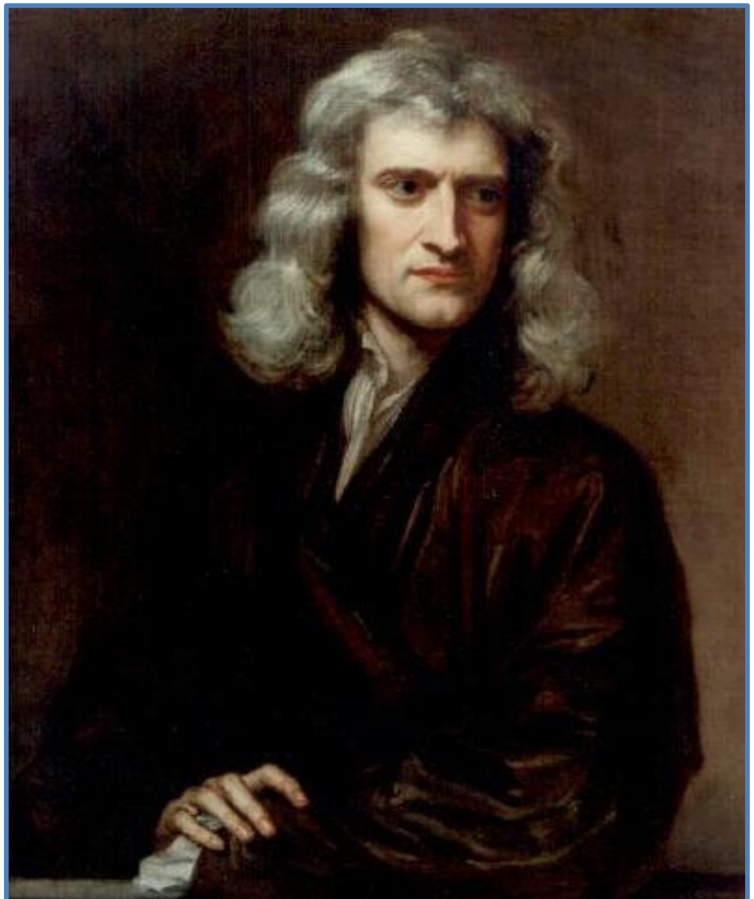
- Exercicio: se a distancia media dende a Terra ao Sol é de 149,6 millóns de quilómetros, e tarda 1 ano (365 días) en completar a súa órbita, calcula a velocidade media do noso planeta na súa órbita.

- Exercicio: no afelio a Terra está a unha distancia do Sol de 152,6 millóns de quilómetros e a súa velocidade é 28,76 km/s. No perihelio a distancia orbital da Terra é 147,5 millóns de quilómetros. Calcula a súa velocidade no perihelio.

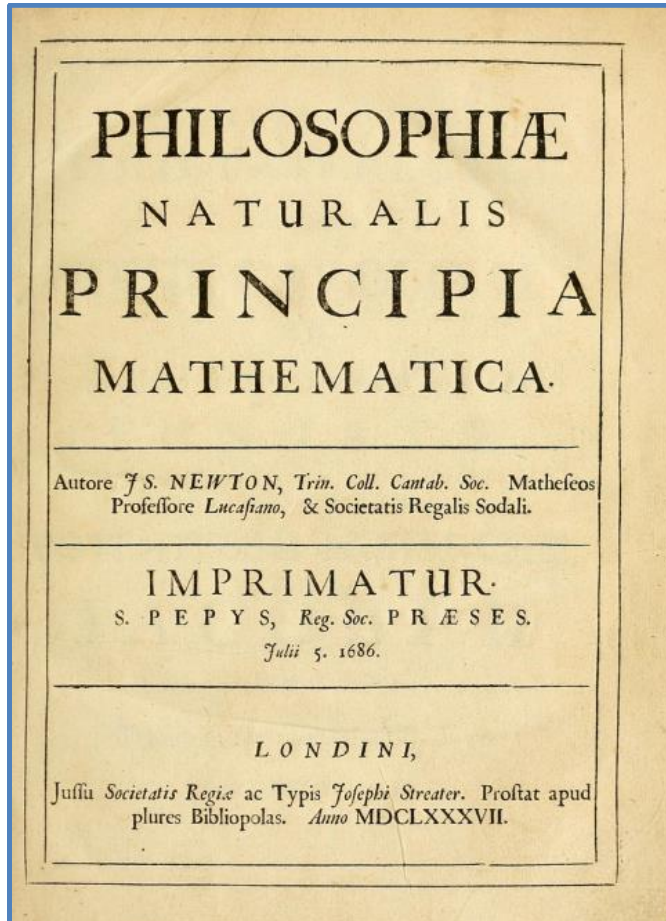
- Exercicio: a Terra completa a súa órbita en 1 ano a unha distancia media de 1 U.A (149,6 millóns de quilómetros). Se Marte completa a súa órbita en 1,88 anos, calcula a distancia media orbital de Marte.

- Exercicio: calcula a velocidade orbital media de Marte.

Isaac Newton e a Lei da Gravitación Universal



Isaac Newton
(1643-1727)
Retrato de Godfrey Kneller (1689)



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *JS. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Mathefeos Profeffore *Lucafiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Juffu *Societatis Regiæ* ac Typis *Jofephi Streater*. Proftat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

https://youtu.be/NnV5AKx4t0w

Antecedentes nos que se apoia Newton

Isaac Newton vai resolver a cuestión do movemento dos astros nos seus **"Principios Matemáticos de Filosofía Natural"**(1687) apoiando-se en:

1.-O modelo heliocéntrico de Copérnico

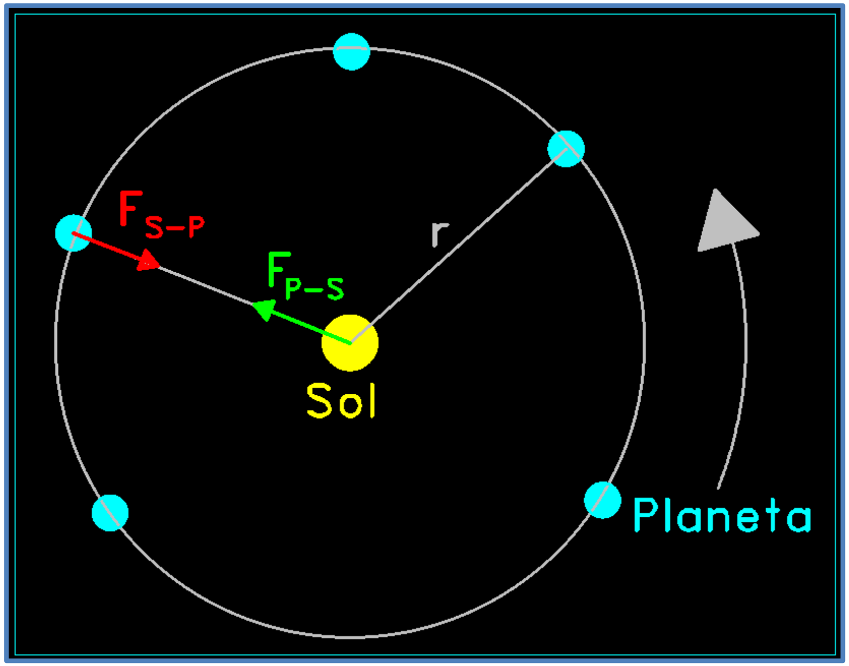
2.-As Leis de Kepler.

3.-O descobrimento de Galileo de que todos os corpos caen coa mesma aceleración.

4.-A convición de que a forza que ataba aos astros era inversamente proporcional ao cadrado da distancia.

Esta convición nacía dos traballos de autores anteriores, como Kepler, e tamén do traballo de contemporaneos de Newton, como Christopher Wren, Robert Hooke e Edmund Halley que chegaran á conclusión de que a forza que "emanaba do Sol" e que mantiña aos planetas en órbita, cumplía a lei do inverso do cadrado da distancia.

- Consideremos un planeta P en órbita circular arredor do Sol a unha distancia r.



Imos aceitar logo que realiza un movemento circular e uniforme de raio **r** e período **T**. Polo tanto a velocidade orbital será:

$$v_o = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

e ademais:

$$a_n = \frac{v_o^2}{r}$$

que combinadas resulta: $a_n = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r}$

- O Sol realiza sobre o planeta P unha forza que ven dada por:

$$F_{S\to P} = m_P \cdot a_n = m_P \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r}$$

- Agora imos multiplicar e dividir por r:

$$F_{S\to P} = m_P \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r} \cdot \frac{r}{r}$$

- Agora imos reordenar:

$$F_{S\to P} = m_P \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot r^2}$$

- En vermello queda a constante da 3ª Lei de Kepler.
- Ademais a forza resulta ser dependente da inversa do cadrado da distancia.
- Podemos escreber que: $F_{S\to P} = K_1 \cdot \frac{m_P}{r^2}$ (1) sustituíndo todas as cantidades constantes por K_1 .

- En función do Principio de ación e reación, o planeta tamén atraera ao Sol cunha forza igual mais de sentido contrario que claro terá a forma de :

$$F_{P\to S} = K_2 \cdot \frac{M_S}{r^2} \quad (2)$$

- Podemos igualar (1) e (2) e enton obtemos:

$$K_1 \cdot \frac{m_P}{r^2} = K_2 \cdot \frac{M_S}{r^2}$$

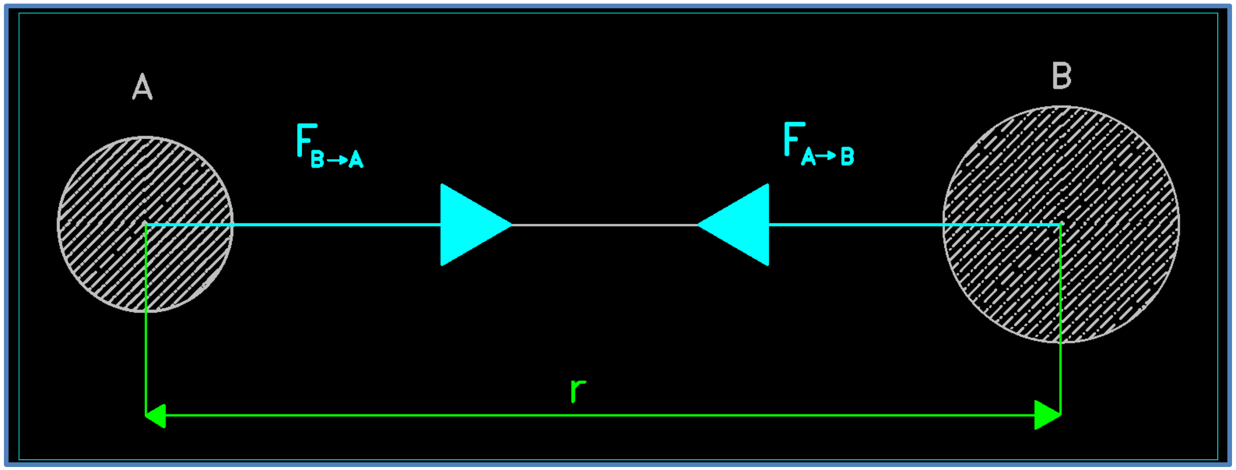
- E simplificando e reordenando:

$$\frac{K_1}{M_S} = \frac{K_2}{m_P} = constante = G$$

- E polo tanto: $K_1 = G \cdot M_S$ e sustituíndo en (1) obtemos:

$$F_{S\to P} = F_{P\to S} = G \cdot \frac{M_S \cdot m_P}{r^2}$$

1. A forza de atración entre os dous corpos é mutua: o primeiro corpo atrae o segundo e viceversa



2. A forza é diretamente proporcional ao produto das masas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia.
3. A expresión compléta-se cunha constante G: constante de gravitación que é universal. O valor da constante foi determinado por Henry Cavendish (1731-1810) en 1798 por medio dunha balanza de torsión. O seu valor é:

$$G=6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$$

- Exercicio: dous corpos de 1 000 e 3 000 kg de masa, e os seus centros achan-se a 10 m de distancia. Calcula a forza de atración entre eles.

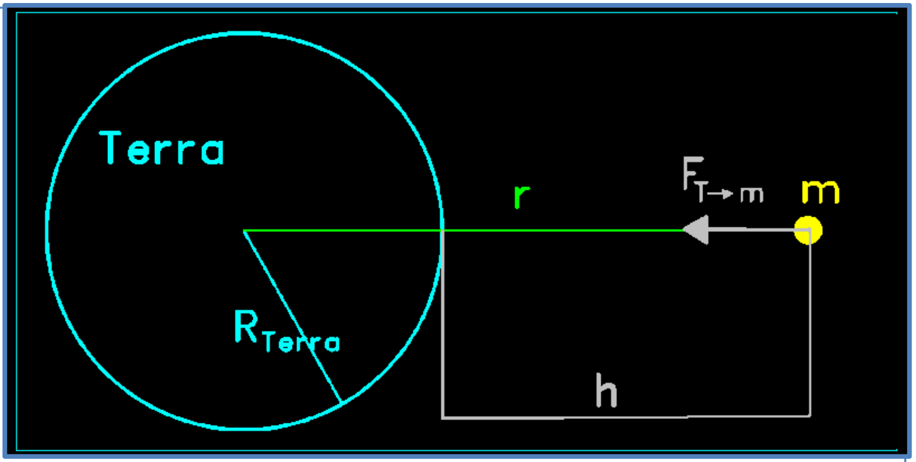
- Exercicio: Calcula a forza de atración entre a Terra e a Lúa.

Masa da Terra: $5,98.10^{24}$ kg

Masa da Lúa: $7,35.10^{22}$ kg

Distancia da terra á Lúa: 384 400 km

Forza peso



- Consideremos o noso planeta e un obxecto de masa **m** situado a certa altura sobre a superficie da Terra.
- Se queremos calcular a forza coa que a Terra atrae a ese corpo:

$$F_{T\to m} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2}$$

- Como $r = R_{Terra} + h$ tamén:

$$F_{T\to m} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_{Terra} + h)^2}$$

- A esta forza que é aquela con que qualquer corpo resulta atraído hacia o centro do noso planeta, chamamoslle **forza peso** ou simplesmente **peso** (P)

Forza peso

- Cando o corpo está na superficie do noso planeta enton resulta que $h = 0$ e polo tanto:

$$P = F_{Terra \to m} = G \cdot \frac{M_{Terra} \cdot m}{R_{Terra}^2}$$

- Observa que o termo : $G \cdot \frac{M_{Terra}}{R_{Terra}^2}$ está constituído por valores constantes que podemos introducir:

$$6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} kg}{(6\,370\,000)^2 \cdot m^2} = 9{,}8 \frac{N}{kg} =$$

$$= 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

- A ese termo chamamoslle aceleración da gravedade (g) e podemos considerar que na superficie da Terra o peso dun corpo ven dado por: $P = m \cdot g$

- Exercicio: calcula o peso dun astronauta de 80 kg de masa:

a) Dentro dunha nave espacial a 1 000 km de altura.

b) Na superficie da Terra.

- Exercicio: calcula o peso dun corpo de 50 kg de masa na superficie da Terra.

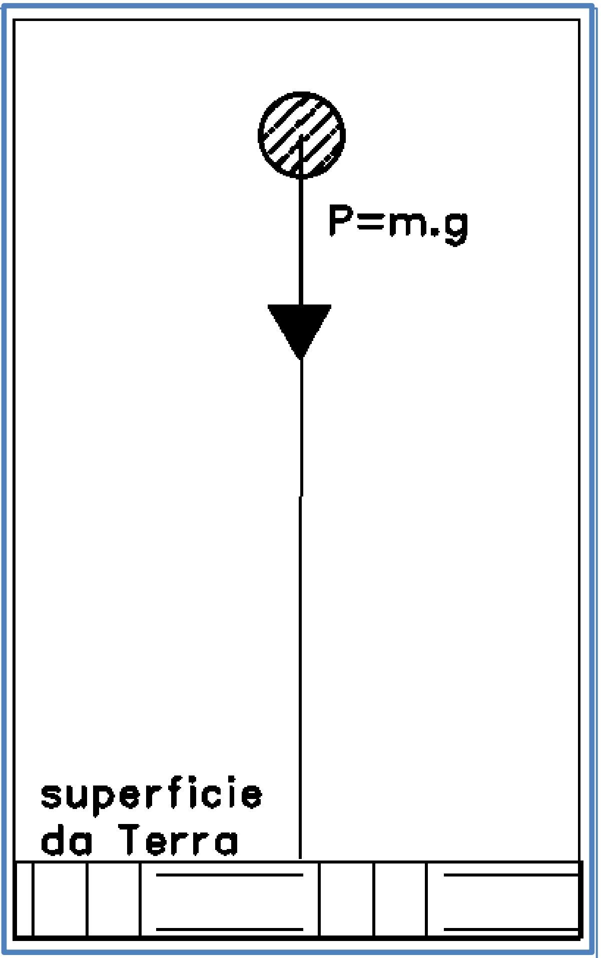
Aceleración da gravedade

- Como acabamos de ver, todos os corpos situados nas cercanías da superficie da Terra estan sometidos a unha forza de 9,8 N por cada quilogramo de masa (9,8 N/kg) ou se o preferimos, todos os corpos estan sometidos a unha mesma aceleración (9,8 m/s^2) dirixida hacia o centro da Terra.
- En conclusión, nas cercanías da Terra todos os corpos caen coa mesma aceleración independentemente da súa masa.

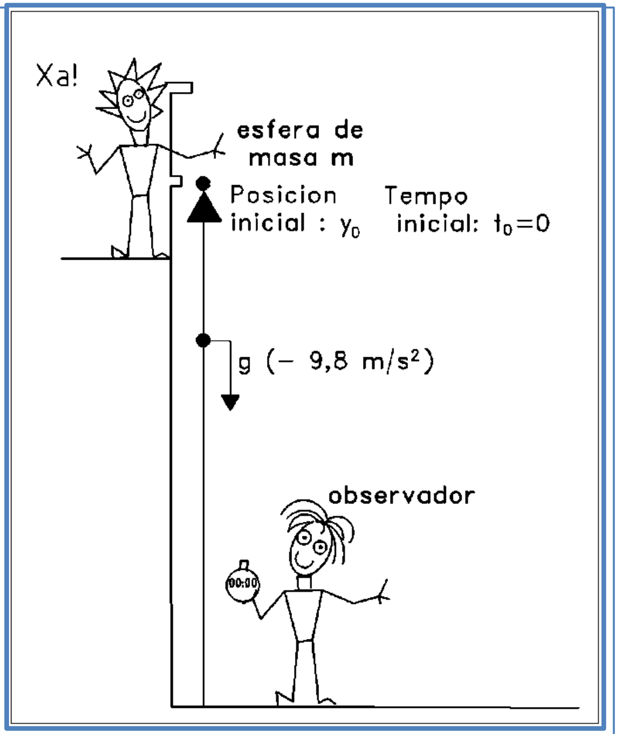
$P = m \cdot g$

$F = m \cdot a$ e como $P = F$ enton resulta que:

$$a = g = -9{,}81\ m/s^2$$



Caída livre dun corpo nas cercanías da superficie terrestre



- Decimos que un corpo cae livremente se non hai velocidade inicial, é dicer, se "deixamos caer" sen impulso algún dende y_0 .
- Por comodidade situaremos o sistema de referencias na superficie da Terra, polo tanto o sentido "hacia arriba" é positivo e o sentido "hacia abaixo" será negativo.
- A ecuación é a dun MRUA:

$$y - y_0 = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - t_0)^2$$

- Simplificando e redondeando o valor da gravedade a -10 m/s^2 :

$$\boldsymbol{y = y_0 - 5 \cdot t^2 \quad (1)}$$

- Para calcular a velocidade: $v = v_0 + g \cdot (t - t_0)$ e como $t_0 = 0\,, v_0 = 0$ e $g = -10\, m/s^2$ enton:

$$\boldsymbol{v = -10 \cdot t \quad (2)}$$

- Exercicio: un corpo cae livremente dende unha 20 m de altura. Calcula:

a) As ecuacións que definen o movemento.

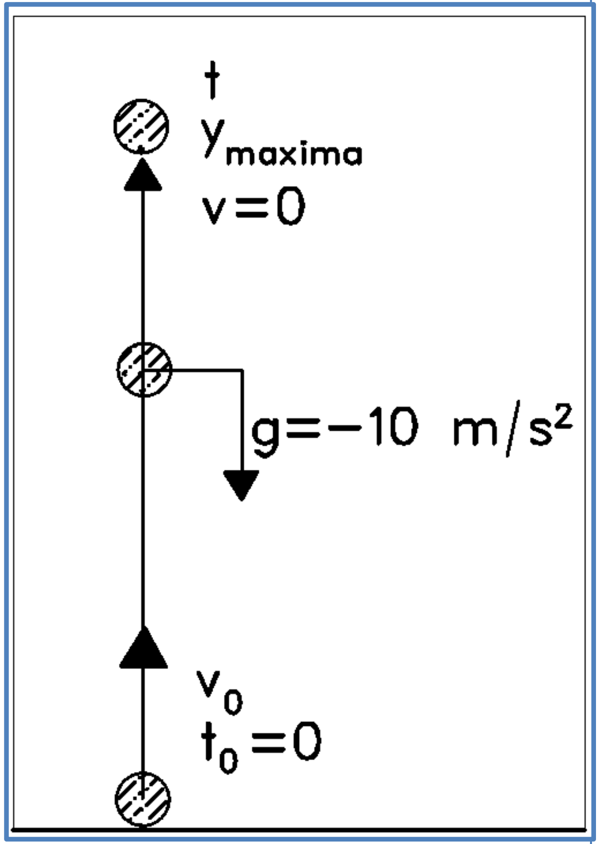
b) O tempo que tarda en chegar ao chan.

c) A velocidade coa que chega ao chan.

d) Estuda a variación da velocidade e da posición ao longo da caída.

Lanzamento vertical dende a superficie da terra

- Se lanzamos un corpo hacia arriba, con dirección completamente perpendicular ascenderá ralentizando pouco a pouco o seu movemento.
- Cando acada a altura máxima, a súa velocidade será cero (0). Logo comezará a caer.
- Imos buscar as ecuacións.



$$y - y_0 = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - t_0)^2$$

Se temos en conta que:

$t_0 = 0\ s$, e $y_0 = 0\ m$ e $g = -10\ \frac{m}{s^2}$:

$$\boldsymbol{y = v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2 \ \ (1)}$$

Ademais: $v = v_0 + g \cdot (t - t_0)$ e como $t_0 = 0$ e e $g = -10\ m/s^2$ enton:

$$\boldsymbol{v = v_0 - 10 \cdot t \ \ (2)}$$

- Exercicio: lanzamos perpendicularmente hacia arriba un corpo con velocidade 20 m/s. Calcula:

a) As ecuacións do movemento.

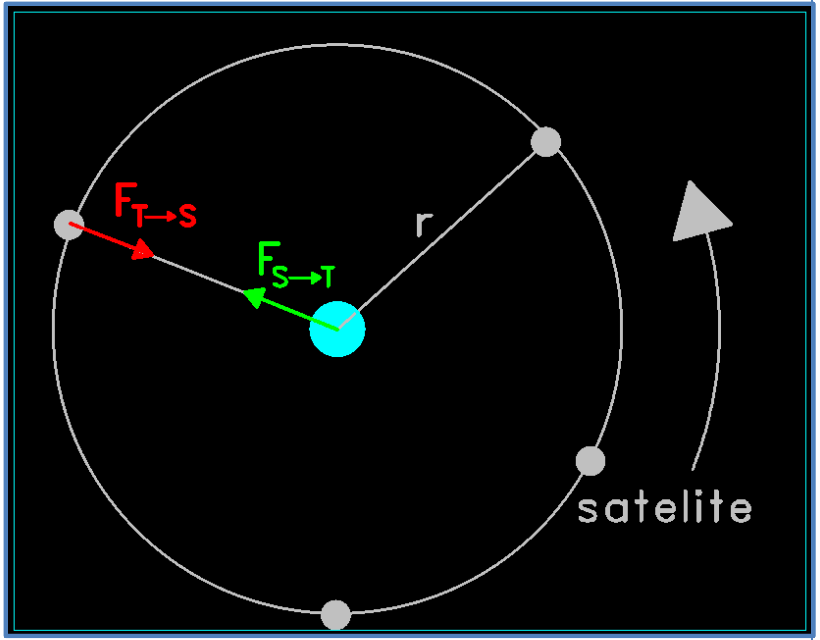
b) O tempo que tarda en acadar a altura máxima.

c) O tempo que tarda en regresar á superficie da Terra.

d) A velocidade coa que regresa á superficie da Terra.

Satélites en órbita arredor da Terra

Consideremos un satélite que realiza unha órbita circular arredor da terra



Polo tanto realiza un movemento circular e uniforme no que:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

E ademais:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

E tamén acontece que a forza de atración do noso planeta sobre o satélite é igual a aquela que realiza o satélite sobre o noso planeta.

- Polo demais como xa vimos, acontece que existe unha forza de atración gravitatoria:

$$F_{P\to S} = F_{S\to P} = G \cdot \frac{M_{Terra} \cdot m_{satélite}}{r^2} \quad (1)$$

- Ademais esta forza proporciona unha forza normal ou centrípeta:

$$F_{P\to S} = F_{S\to P} = m_{satélite} \cdot \frac{v_o^2}{r} \quad (2)$$

- E se igualamos !1) e (2) obtemos :

$$G \cdot \frac{M_{Terra} \cdot m_{satélite}}{r^2} = m_{satélite} \cdot \frac{v_o^2}{r}$$

- E simplificando:

$$v_o^2 = \frac{G \cdot M_{Terra}}{r} \quad (3)$$

- Da que tamén podemos obter:

$$\boldsymbol{v_o = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Terra}}{r}}}$$

- Exercicio: un satélite orbita arredor da terra a unha altura de 850 km. Calcula a velocidade orbital e o período do satélite.

  Datos: Raio da terra:6 370 km, masa da Terra: $5{,}98.10^{24}$kg

- Exercicio: calcula a que altura sobre a superficie da Terra e con que velocidade orbita un satélite xeoestacionario (son aqueles satélites que estan permanentemente sobre un lugar do planeta)