Movemento ondulatorio I

Coñecementos previos

- Movementos periódicos
- Movemento circular uniforme
- Lei de Hooke
- Movemento harmónico simple

Movementos periódicos

- Son aqueles movementos que se repiten tras certo intervalo de tempo.
- A súa carateristica principal é precisamente esa reiteración que permete definir dous conceptos claves:

1. <u>Período</u> (T): o tempo que tarda en completar un ciclo.
2. <u>Frecuencia</u> (f): o número de ciclos que completa por unidade de tempo.

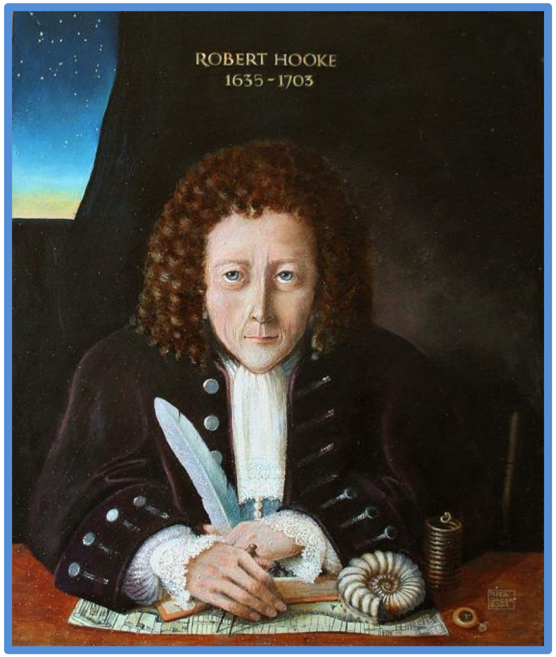
- Como xa sabes: $f = \frac{1}{T}$

Movemento circular e uniforme

Carateristicas:

1. Traxetoria: unha circunferencia de raio R.
2. A cada ciclo denominamoslle revolución ou volta.
3. Velocidade liñal constante en módulo:
   $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$
4. Velocidade angular: $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$
5. Aceleración: $a_n = \frac{v^2}{R}$

Lei de Hooke



Illa de Wight, 1635- Londres 1703
Retrato de Rita Greer (2004)

A deformación que experimenta un resorte ou mola, é directamente proporcional á forza aplicada no extremo da mola.

x_0= lonxitude da mola en repouso

x = lonxitude da mola deformada

$\Delta l = x - x_0$ = elongación

K= constante da mola

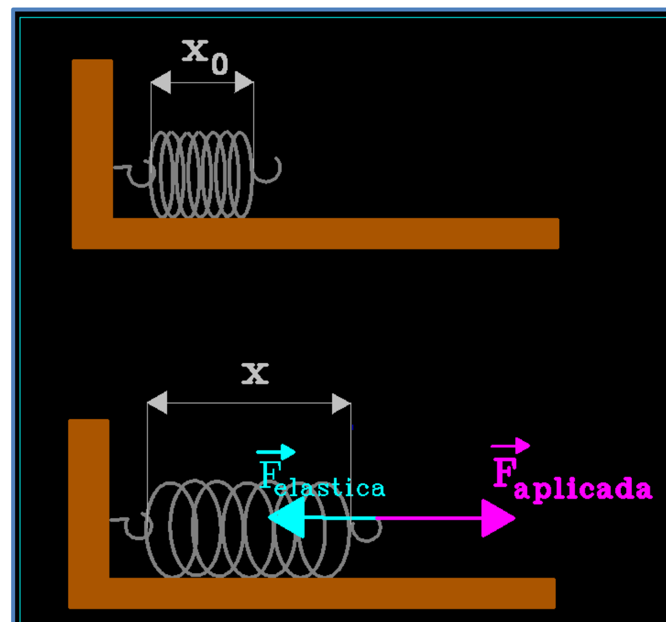
$F_A = F_{aplicada}$

$F_E = F_{Elastica}$

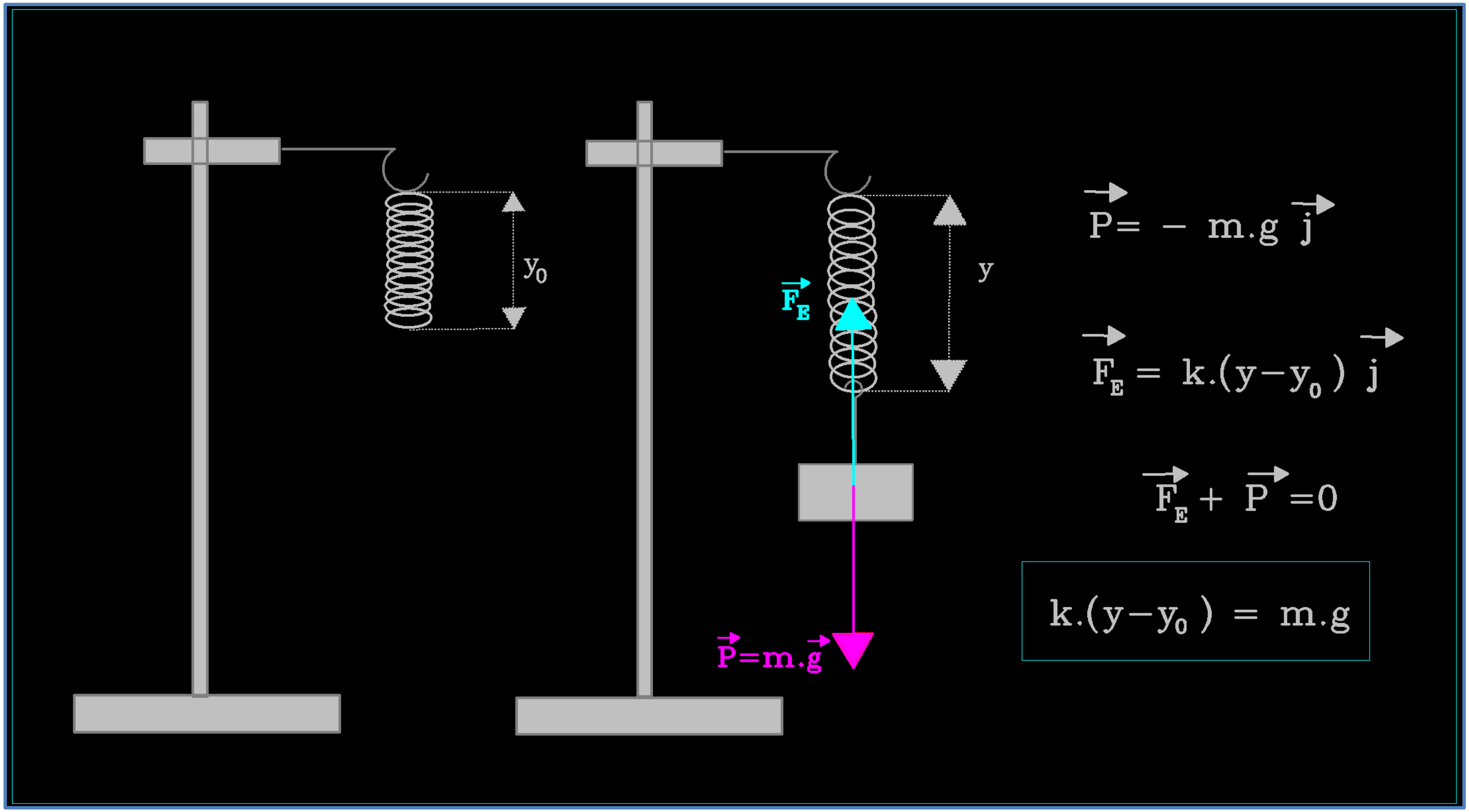
$$\vec{F}_A = k \cdot (x - x_0)\vec{i}$$

como no equilibrio: $\vec{F}_E = -\vec{F}_A$

$$\boxed{\vec{F}_E = -\vec{F}_A = -k \cdot (x - x_0)\vec{i}}$$



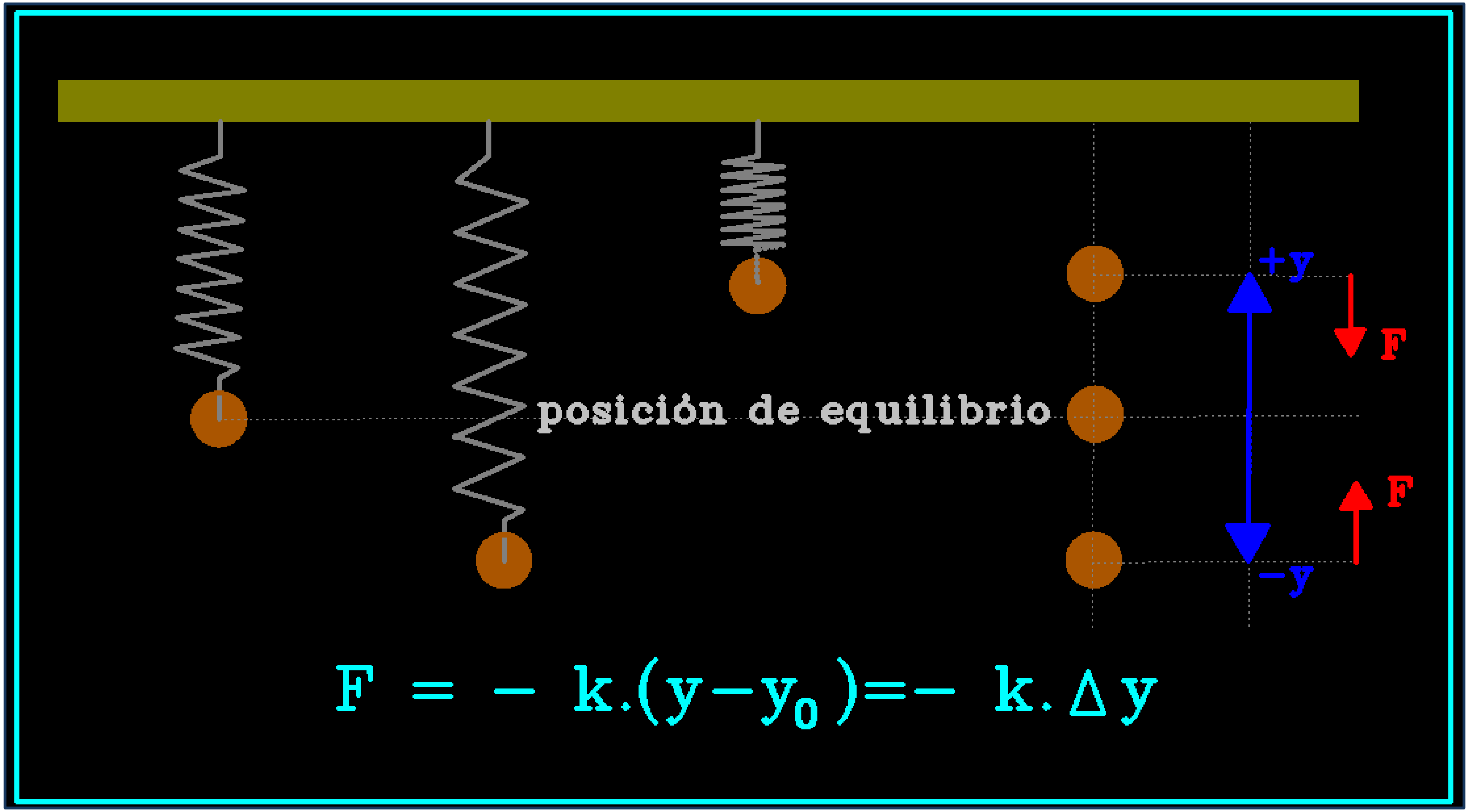
Lei de Hooke nun corpo pendurado dun resorte



Movemento harmónico simple (M.H.S)

- É un tipo de movemento oscilatorio que teñen os corpos que se moven por ación dunha forza restauradora que é diretamente proporcional á distancia que separa o corpo da súa posición de equilibrio e de sentido oposto ao seu vetor de posición .
- Unha partícula dotada de M.H.S é un oscilador harmónico.
- Estamos diante dun movemento periódico.

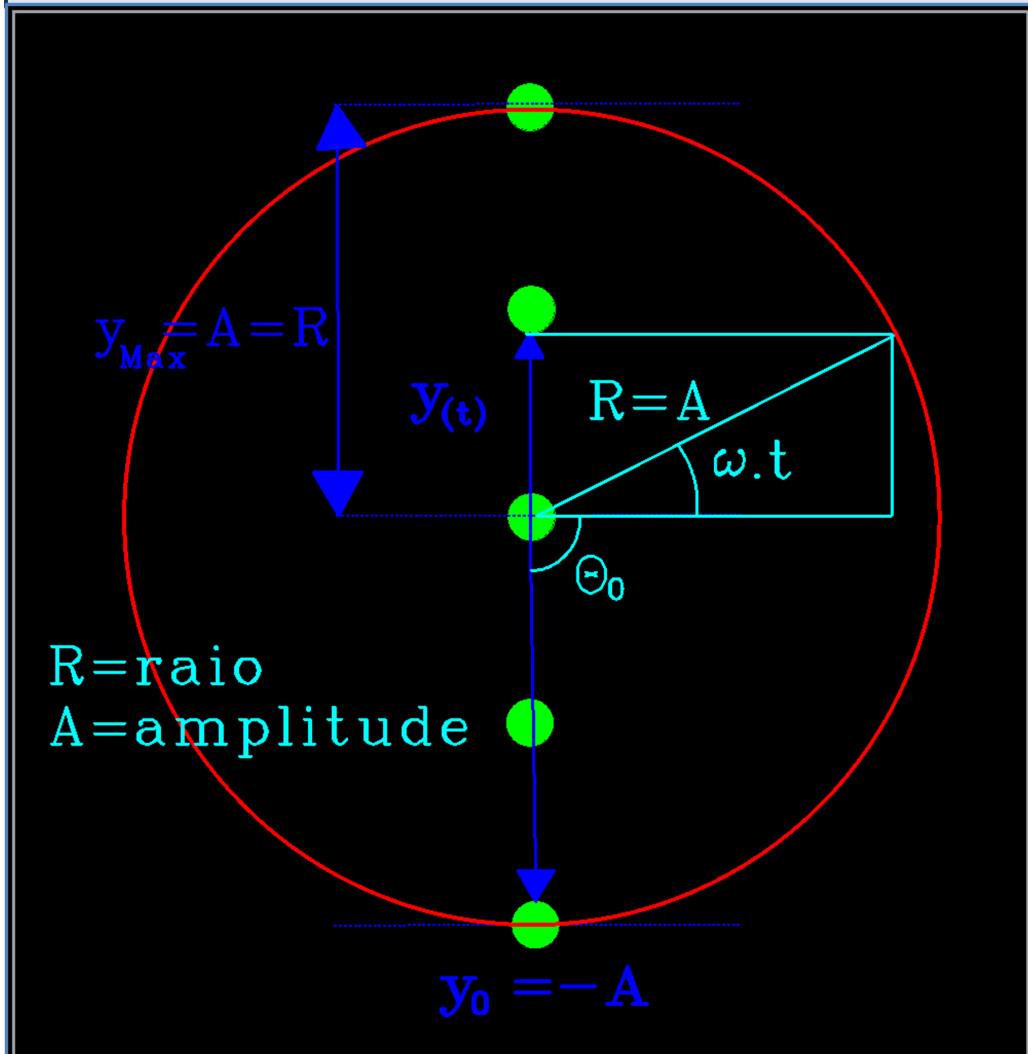
Carateristicas do movemento dun corpo ligado a un resorte



Cinemática do M.H.S: relación co M.C.U

- https://www.youtube.com/watch?v=pC97WQsoWXc&t=29s

Cinemática do M.H.S: posición



$$y_{(t)} = A \cdot sen(\omega t + \theta_0)$$

- Podemos tamén usar a función coseno se temos en conta:

1. $sen\theta = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$
2. $cos\theta = sen(\theta + \frac{\pi}{2})$

- Como se trata dun movemento periódico ,teremos en conta:

1. $\omega = \frac{2\pi}{T}$
2. $\omega = 2\pi f$
3. $T = \frac{1}{f}$

- A calculadora debe estar programada para calcular en radians.

Cinemática do M.H.S: velocidade

- Como: $y_{(t)} = A \cdot sen(\omega t + \theta_0)$, enton a velocidade será a derivada:

$$v_{(t)} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \theta_0)$$

- Tamén, como: $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$, podemos obter:

$$\cos(\omega t + \theta_0) = \sqrt{1 - sen^2(\omega t + \theta_0)}$$

que podemos sustituir e:

$$v_{(t)} = A \cdot \omega \cdot \sqrt{1 - sen^2(\omega t + \theta_0)} = \omega \cdot \sqrt{A^2 - A^2 \cdot sen^2(\omega t + \theta_0)}$$

e enton fica: $v_{(t)} = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$ e tendo en conta os signos da raíz: $v = \pm\omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}$

que da a velocidade en función da posición.

Cinemática do M.H.S: aceleración

- Calculamos a ecuación da aceleración, derivando a da velocidade:

$$a_{(t)} = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega t + \theta_0)$$

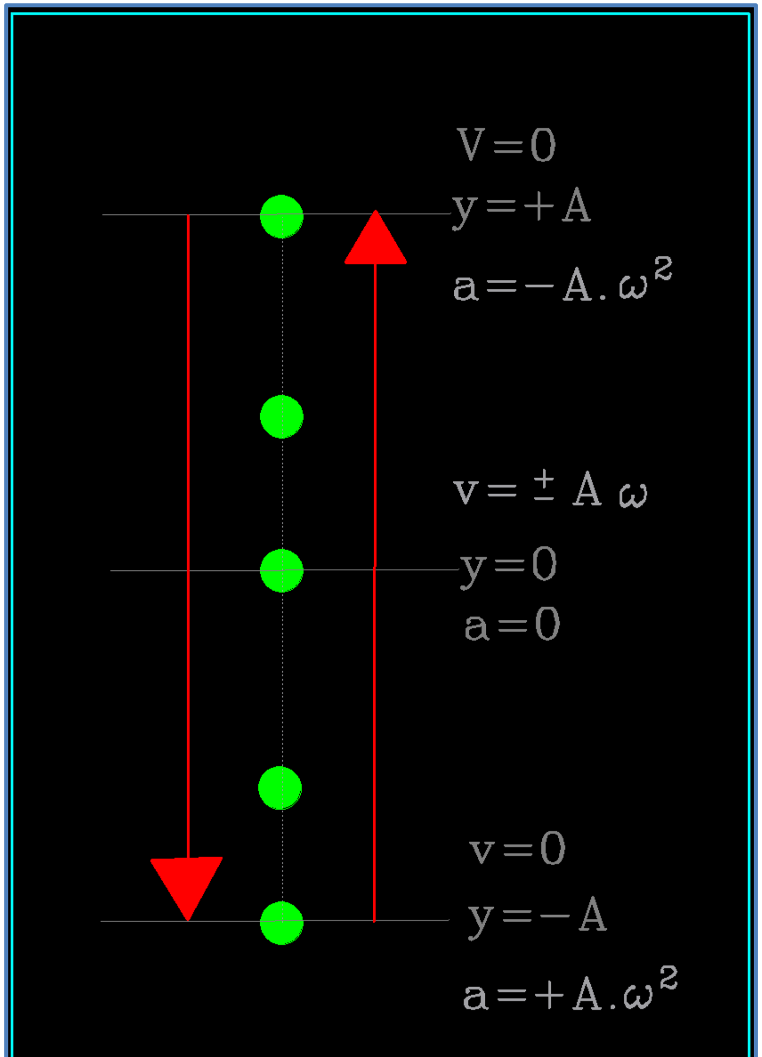
e tendo en conta : $y_{(t)} = A \cdot sen(\omega t + \theta_0)$,

podemos obter:

$$a_{(t)} = -\omega^2 \cdot y_{(t)}$$

- As duas permiten analisar as variacións da aceleración en función da posición.

Cinemática do M.H.S: posición, velocidade e aceleración.



- No ponto central da traxetoria, a posición é 0 e tamén a aceleración.
A velocidade é máxima e pode ser + ou – segundo o sentido do movemento.
- No ponto superior, a elongación é máxima e positiva e coincide coa amplitude. A velocidade é 0 e a aceleración é máxima e dirixida hacia o centro.
- No ponto inferior, a elongación é máxima e negativa e igual á amplitude. A aceleración é máxima e dirixida hacia o centro.

Dinámica do M.H.S

- De acordo co 2º Principio: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, e como $\vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{y}$, enton: $\boxed{\vec{F} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{y}\ (1)}$
- Como m e ω son constantes: $k = m \cdot \omega^2$, e enton (1) fica: $\vec{F} = -k \cdot \vec{y}$, que é a Lei de Hooke.
- Polo tanto $k = m \cdot \omega^2$, e como $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ resulta: $k = m \cdot \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2$, de onde:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Dinámica do M.H.S

- A expresión : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, permite determinar a constante do resorte: $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m$
- Medimos os períodos para distintas masas penduradas do resorte e representamos **T²** fronte a **m**. Obteremos unha liña reta de pendente: $\frac{4\pi^2}{k}$ e determinando a pendente obteremos o valor de k.

Traballo e enerxía no M.H.S

- Se consideramos calquera direción do espazo, resulta evidente que a forza no M.H.S está sempre dirixída ao centro, é unha forza central e en consecuencia é conservativa.
- Para determinar a función de **enerxía potencial**, calculemos o traballo entre os pontos **0** e **y** para unha partícula que realiza un M.H.S seguindo a direción do eixe perpendicular.

$$W = \int_0^y \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^y -ky\vec{j}\left(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}\right) = \int_0^y -kydy =$$

$= -k \int_0^y ydy = -\frac{1}{2}ky^2$ e como $W = -\Delta Ep$ resulta claro que a enerxía potencial en calquera ponto ven dada por:

$$\boxed{Ep = \frac{1}{2}k \cdot y^2}$$

Enerxía cinética e mecánica no M.H.S

- Enerxía cinética:

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ e como: $v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \theta_0)$, ao cabo:

$E_c = \frac{1}{2} m (A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \theta_0))^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 [cos^2(\omega t + \theta_0)] =$

$= \frac{1}{2} k \cdot A^2 [1 - sen^2(\omega t + \theta_0)] = \frac{1}{2} k (A^2 - y^2)$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} k \cdot (A^2 - y^2)}$$

- Enerxía mecánica: como $E_M = E_p + E_c$ enton:

$$\boxed{E_M = \frac{1}{2} k \cdot A^2}$$

Enerxía potencial, cinética e mecánica no M.H.S