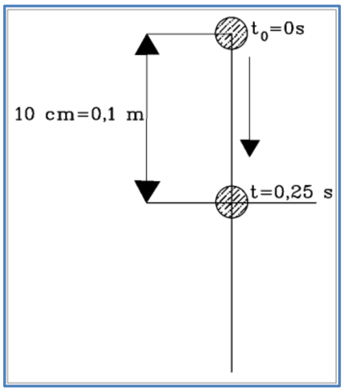
Movemento Ondulatorio I

Movemento Ondulatorio I

Exercicio nº 1

1.- Unha partícula de 25 g de masa, realiza un MHS seguindo o eixe Y, comezando o seu movemento no ponto máis alto da traxetoria. Tarda 0,25 s en chegar ao ponto central da traxetoria separado da posición inicial 10 cm. Calcula:
a) O período e a frecuencia,
b) a ecuación do movemento, e estuda a posición da partícula cando o tempo tome os valores 0,5 , 0,7 , 0,75 e 0,9 segundos. Para que valores de tempo a elongación é máxima?
c) A ecuación que proporciona a velocidade en cada instante. Calcula a velocidade aos 0,5, 0,7, 0,75 e 0,9 segundos. Para que valores de tempo a velocidade é máxima?
d) A ecuación que proporciona a aceleración en función do tempo. En que pontos da traxetoria a aceleración é máxima?
d) Calcula a enerxía mecánica e as enerxías cinética e potencial cando o tempo transcorrido sexa 2,36 minutos.



O corpo comeza o movemento no ponto máis alto da traxetoria e tarda 0,25 s en chegar ao ponto de equilibro.

Resulta evidente pois que:

$$A = 0{,}1\ m \qquad \text{e} \qquad T = 1\ s$$

E polo tanto $\omega = 2\pi\ \ rad/s$

Así que a ecuación ten que ter a forma:

$$y = 0{,}1\ sen\ (2\pi t + \theta_0)$$

Para determinar a fase inicial , θ_0 , aplico a ecuación cando t=0 e enton y=0,1 m

$$0{,}1 = 0{,}1\ sen\ (2\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

Ou sexa que: $\quad sen\ \theta_0 = 1 \ \rightarrow \theta_0 = 90^0 = \frac{\pi}{2}$

E polo tanto a ecuación da posición é: $\boldsymbol{y = 0{,}1\ sen\ (2\pi t + \frac{\pi}{2})}$

Calculo agora as posicións indicadas:

Si t=0,5 s enton y=-0,1 m

Si t=0,75 s enton y=0 m

Si t=0,7 s enton y=-0,031 m

Si t=0,9 s enton y=+0,081 m

Para buscar a ecuación da velocidade só compre derivar a expresión anterior:

$$v = 0{,}1 \cdot 2 \cdot \pi \cos\ (2\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$\boldsymbol{v = 0{,}2 \cdot \pi \cos\ (2\pi t + \frac{\pi}{2})}$$

E agora calculas as velocidades nos tempos indicados:

Tempo (s)	Velocidade (m/s)
0,5	0
0,75	O,628
0,7	0,597
0,9	0,369

A velocidade máxima será : $v_{máxima} = 0{,}2 \cdot \pi\ \frac{m}{s} = 0{,}628\ m/s$

Esta velocidade acadará-se cando $\boldsymbol{\cos\ (2\pi t + \frac{\pi}{2}) = \pm 1}$ e iso acontecerá cando:

$2\pi t + \frac{\pi}{2} = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots \ldots \ldots . . = n \cdot \pi$, expresión na que $n \in Z$

Ou sexa que: $2\pi t + \frac{\pi}{2} = n \cdot \pi$

E simplificando tes que: $2t + \frac{1}{2} = n\ \rightarrow 2t = n - \frac{1}{2}\ \rightarrow \boldsymbol{t = \frac{n - {}^{1}/_{2}}{2}}$

Podíamos ter calculado tamén as velocidades recorrendo a esta outra expresión:

$$\boldsymbol{v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}}$$

Por exempro, se t=0,5 s enton y=-0,1 m e polo tanto v=0 m/s.

E se t=0,75 s , enton y=0 m e polo tanto a velocidade é máxima:

$v = \pm A \cdot \omega = \pm 0{,}1 \cdot 2\pi = \pm 0{,}628\ m/s$

E se t=0,7 enton y=-0,031 m e enton a velocidade é:

$$v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2} = \pm 2\pi \cdot \sqrt{0{,}1^2 - (-0{,}031)^2} = \pm 0{,}597\ m/s$$

Enfin, xa está.

Para calcular a ecuación da aceleración, podemos derivar a da velocidade e obtemos:

$$a = 0{,}2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \pi \left[-sen \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Ou sexa ao final obtés a expresión que xa coñeces :

$$a = -y \cdot \omega^2$$

Esta expresión xa indica en que posicións a aceleración vai ser nula e en cal vai ser máxima. No ponto de equilibro, no que y=0 , a aceleración será nula e nos extremos da traxetoria, nos que y=±A pois será máxima.

Para calcular as enerxías.

Observa que xa podes calcular a enerxía mecánica pois:

$$E_M = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

Para calcular k, tes que ter en conta que : $k = m \cdot \omega^2 = 0{,}025 \cdot (2\pi)^2 = 0{,}99\ N/m$

Se redondeamos a constante a 1 tampouco facemos ningún mal, porén eu vou seguir co valor 0,99 N/m.

$$E_M = \frac{1}{2} \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}1^2 = 4{,}95 \cdot 10^{-3}\ J$$

Para calcular a enerxía potencial tes que calcular a elongación no tempo indicado.

$2{,}36\ min \cdot \frac{60\ s}{1\ min} = 141{,}6\ s$

$y = 0{,}1\ sen\ \left(2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = -0{,}081\ m$

Agora calculamos a enerxía potencial:

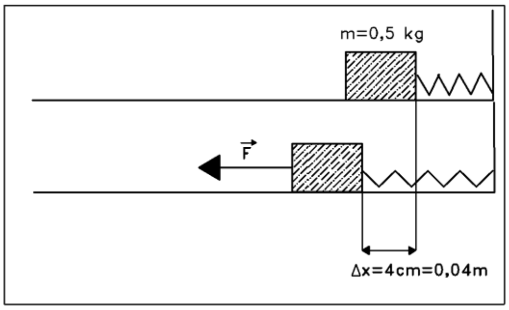
$$E_P = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}99 \cdot (-0{,}081)^2 = 3{,}24 \cdot 10^{-3}\ J$$

Para calcular a enerxía cinética o camiño máis curto é restar á enerxía mecánica a enerxía potencial.

$$E_M = E_P + E_C \rightarrow\ E_C = E_M - E_P = 1{,}71 \cdot 10^{-3}\ J$$

Exercicio nº 6

6.-(Seletividade setembro 2015) Unha masa de 0,5 kg está unida ó extremo dun resorte (de masa desprezable) situado sobre un plano horizontal, permanecendo fixo o outro extremo do resorte. Para estirar o resorte unha lonxitude de 4 cm requírese unha forza de 5 N. Déixase o sistema masa-resorte en liberdade. Calcula:
a) o traballo realizado pola forza elástica desde a posición inicial x = 4 cm ata a súa posición de equilibrio x = 0; (solución: 0,1 J)
b) o módulo da velocidade da masa cando se atopa a 2 cm da súa posición de equilibrio; (solución: 0,55 m/s)
c) a frecuencia de oscilación do citado resorte se inicialmente se estirase 6 cm. (solución: 2,5 Hz)



Imos resolver a primeira parte.

Cunha forza de 5 N estiramos o resorte 4 cm, polo tanto aplicando a lei de Hooke:

$$F = k \cdot \Delta x \ \rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{5\ N}{0{,}04\ m} = 125\ N/m$$

a) Observa que en canto soltemos o corpo este comezará a realizar un MHS de amplitude 4 cm. No momento inicial está no ponto extremo x=A=0,04 m, cando chegue ao ponto de equilibro $x=x_0=0$ m

$$W = \Delta Ep = \frac{1}{2}k \cdot A^2 - \frac{1}{2}k \cdot x_0 = \frac{1}{2} \cdot 125 \cdot 0{,}04^2\ (J) = \mathbf{0{,}1\,J}$$

b)Cando se encontre a 2 cm da posición de equilibro, o corpo terá enerxía potencia e enerxía cinética, e a súa suma será igual á enerxía mecánica:

$$E_M = E_P + E_C \ \rightarrow E_C = E_M - E_P\ (1)$$

Como acabamos de ver, a enerxía mecánica é 0,1 J. A enerxía potencial cando x=2cm=0,02 m será:

$$E_P = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 125 \cdot 0{,}02^2\ (J) = \mathbf{0{,}025\,J}$$

E de acordo coa expresión (1) a enerxía cinética será: $E_C = E_M - E_P = \mathbf{0{,}075\,J}$

$$E_C = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = 0{,}075\ J \ \ \rightarrow \boldsymbol{v = 0{,}55\ m/s}$$

c) Este apartado é algo confuso. Aclaremos a cuestión.

<u>Se é o mesmo resorte</u> enton a constante segue a ser 125 N/m . Vale?

De que depende a frecuencia do resorte?

Pois como: $k = m \cdot \omega^2$ e como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ enton resulta que a frecuencia non depende de canto estiremos o resorte. Só depende da relación anterior.

Está fácil mais vou dar un par de voltas por aquilo de facer xinasia mental.

$k = m \cdot \omega^2$ e como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ podemos escreber:

$$k = m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2$$

De onde podemos obter: $f^2 = \frac{k}{4 \cdot \pi^2 \cdot m}$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 2{,}52\ Hz$$

Exercicio 7

7.- Seletividade xuño 2014) Un oscilador harmónico atópase nun instante na posición x=A/2 (A=amplitude). A relación existente entre as súas enerxías cinética e potencial é: a) Ec = 3Ep; b) Ec = 2Ep; c) Ec = Ep/2.

Moito fácil.

Se $x = \frac{A}{2}$ enton: $E_P = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2}k \cdot \frac{A^2}{2^2} = \frac{1}{8} \cdot k \cdot A^2$

A enerxía mecánica é: $E_M = \frac{1}{2}k \cdot A^2$

E a enerxía cinética será: $E_C = E_M - E_P \ \rightarrow \ E_C = \frac{1}{2}k \cdot A^2 - \frac{1}{8} \cdot k \cdot A^2 = \frac{3}{8}k \cdot A^2$

Así que a resposta correta é.................................

Exercicio 9

9.- (Seletividade setembro 2013) Se temos un resorte de constante elástica coñecida, ¿cómo podemos determinar o valor dunha masa descoñecida? Descrebe as experiencias que debemos realizar.

Para este, deberías repasar a prática da Lei de Hooke.

Alí vimos que:

$$k \cdot \Delta y = k \cdot (y - y_0) = m \cdot g$$

Como coñecemos a constante, terás que medir a lonxitude do resorte en repouso (sen nada pendurado) e logo coa masa pendurada. Como, supostamente, coñecemos o valor da gravedade pois……….

Exercicio 10

10.- Unha partícula realiza un MHS suxeita a un resorte, e sabemos que a súa enerxía mecánica é 3.10^{-5} J. Ademais o valor da forza máxima é $1{,}5.10^{-3}$ N. O seu movemento iniciouse cando θ=60º e o seu período é 2 s. Calcula:
a)A amplitude , o valor de k e o valor da masa.
b)As ecuacións que determinan a posición, a velocidade e a aceleración en calquera instante.
c) O valor da velocidade cando t=1 s.
d) O valor da enerxía cinética e da enerxía potencial cando t= 1 s

a) Sabemos que: $E_M = 3 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \quad (1)$

Ademais segundo a Lei de Hooke: $F = k \cdot \Delta y$

A forza é máxima cando a elongación é a amplitude, cando y=A: $F_{Máxima} = k \cdot A$, enton:

$$1{,}5 \cdot 10^{-3} = k \cdot A \;\; (2)$$

Con (1) e (2) temos un sistema de ecuacións con duas incognitas que se resolve sen dificultada con tal de divirir membro a membro a ecuación (1) entre a (2):

$$\frac{3 \cdot 10^{-5}}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = \frac{{}^{1}/_{2} \cdot k \cdot A^2}{k \cdot A} \;\; \rightarrow \boldsymbol{A = 0{,}04\ m}$$

Agora podemos calcular a constante por exempro coa ecuación (2) e obtemos:

$$\boldsymbol{k = 0{,}0375\ N/m}$$

Para calcular o valor da masa, precisamos da expresión: $k = m \cdot \omega^2$ (3)

Como o **período é de 2 s** (ou sexa que a frecuencia é 0,5 Hz) resulta que :

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{2 \cdot \pi}}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{\pi} \ (\boldsymbol{rad}/_{\boldsymbol{s}})$$

Agora na expresión (3) podes calcular a masa: $m = 3{,}8 \cdot 10^{-3} kg = \mathbf{3{,}8}\ \boldsymbol{g}$

b) A ecuación da posición será do tipo:

$$y = A \cdot sen\ (\omega \cdot t + \theta_0)$$

Nesta expresión, $A = 0{,}04\ m\ , \omega = \pi \frac{rad}{s}, e\ \theta_0 = 60^0 \cdot \frac{2\pi}{360^0} = \frac{\pi}{3}\ rad$

E polo tanto:

$$y = 0{,}04 \cdot sen\ (\pi \cdot t + \frac{\pi}{3})$$

Para calcular a ecuación da velocidade, derivamos:

$$v = 0{,}04 \cdot \pi \cdot \cos\ (\pi \cdot t + \frac{\pi}{3})$$

E para a da aceleración derivamos a anterior:

$$a = -0{,}04 \cdot \omega^2 \cdot sen\ (\pi \cdot t + \frac{\pi}{3})$$

c) Para calcular a velocidade cando t=1 s , só tes que introducir o valor do tempo na ecuación da velocidade (recorda programar a calculadora en radian).

A min deu-me: $\boldsymbol{v_1} = \mathbf{-0{,}063}\ \boldsymbol{m/s}$

d) Para este apartado podes calcular a enerxía cinética (tes a velocidade e a masa) e a enerxía mecánica (tes a amplitude). Para calcular a enerxía potencial só tes que restar á enerxía mecánica o valor da enerxía cinética.

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot (-0{,}063\ )^2 = \mathbf{7{,}54 \cdot 10^{-6}}\ \boldsymbol{J}$$

$$E_M = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}0375\ \cdot 0{,}04^2\ = \mathbf{3 \cdot 10^{-5}}\ \boldsymbol{J}$$

Este último é un calculo que min precisaríamos pois é un dato do exercicio.

Enfin, a enerxía potencial sería: $\boldsymbol{E_P} = \mathbf{2{,}25.10^{-5}}\ \boldsymbol{J}$