

## Exercicios de indución magnética 1

1.-Unha espira condutora de  $30 \text{ cm}^2$  de superficie, apoiada no plano XY está situada no seo dun campo magnético uniforme de 5 T dirixido segundo o eixe Z. Calcula:

a) O fluxo magnético inicial que atravesa a espira.

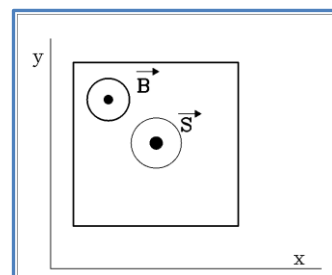
b) Se facemos xirar a espira cunha velocidade angular de 5 r.p.s encontra a ecuación que permite o cálculo do fluxo magnético e calcula-o cando o tempo transcorrido sexa de 1, 1,25, 1,5, 1,75, 2, 2,25 e 2,5 s.

c) Nas condicións do apartado b) busca a ecuación que proporciona a f.e.m inducida na bobina e calcula o seu valor nos mesmos tempos.

a) Observa que o fluxo magnético que atravesa a espira virá dado por:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = 5 \cdot 30 \cdot 10^{-4} (\text{T} \cdot \text{m}^2) = 0,015 \text{ Wb}$$

b) Agora a espira vai comezar a xirar e polo tanto vai cambiar a súa orientación en relación co campo magnético:



$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta \quad (1)$$

O ángulo vai cambiar a medida que a espira xire. Como executa 5 voltas por cada segundo, resulta que a frecuencia será 5 Hz e polo tanto a velocidade angular:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 10 \cdot \pi \quad (\text{rad/s})$$

Polo tanto, en cada instante o ángulo será o dado por:  $\theta = \omega \cdot t = 10 \cdot \pi \cdot t \quad (\text{rad})$

Agora substituímos en (1):

$$\phi_M = B \cdot S \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t) = 0,015 \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t)$$

Podemos calcular o valor do fluxo sen máis que dar os valores de tempo:

- Si  $t = 1 \text{ s} \rightarrow \phi_M = 0,015 \text{ Wb}$
- Si  $t = 1,25 \text{ s} \rightarrow \phi_M = 0 \text{ Wb}$
- Si  $t = 1,5 \text{ s} \rightarrow \phi_M = -0,015 \text{ Wb}$
- Si  $t = 1,75 \text{ s} \rightarrow \phi_M = 0 \text{ Wb}$
- Si  $t = 2 \text{ s} \rightarrow \phi_M = 0,015 \text{ Wb}$
- Si  $t = 2,25 \text{ s} \rightarrow \phi_M = 0 \text{ Wb}$
- Si  $t = 2,5 \text{ s} \rightarrow \phi_M = -0,015 \text{ Wb}$

c) Imos agora coa forza eletromotriz. De acordo coa Lei de Faraday-Henry-Lenz:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\phi_M}{dt}$$

E como  $N=1$  enton :

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\phi_M}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos\theta)}{dt} = -B \cdot S \cdot \frac{d(\cos\omega \cdot t)}{dt}$$

E derivando obtemos:

$$\varepsilon = B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

E de acordo cos nosos datos:

$$\varepsilon = 5 \cdot 30 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot \pi \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t) \rightarrow \varepsilon = \mathbf{0,47 \cdot \text{sen}(10 \cdot \pi \cdot t)}$$

Agora podemos calcular os valores de f.e.m en función do tempo:

- $Si t = 1 s \rightarrow \varepsilon = 0 V$
- $Si t = 1,25 s \rightarrow \varepsilon = +0,47 V$
- $Si t = 1,5 s \rightarrow \varepsilon = 0$
- $Si t = 1,75 s \rightarrow \varepsilon = -0,47 V$
- $Si t = 2 s \rightarrow \varepsilon = 0 V$

Completa os que fallan mais seguro que xa sabes as respostas.

Por certo, non sei se te fixaches que os valores de fluxo e f.e.m parecen ir á contra. Fixacheste?

Vou representar os valores calculados nunha taboa para que observes os resultados con toda claridade:

t (s)	$\Phi_M$ (Wb)	$\varepsilon$ (V)
1	+0,015	0
1,25	0	+0,47
1,5	-0,015	0
1,75	0	-0,47
2	+0,015	0
2,25	0	+0,47
2,5	-0,015	0

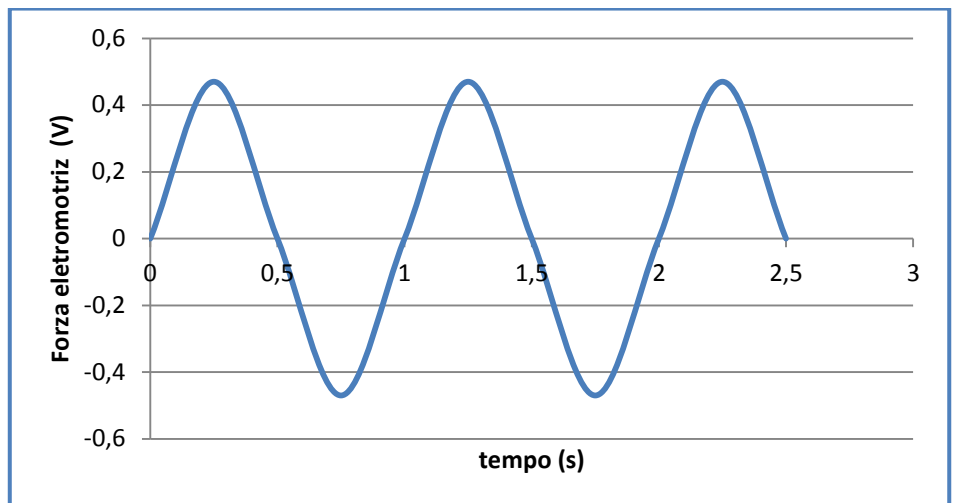
Interesante que revises un video que vimos na clase:

<https://www.youtube.com/watch?v=XTKwYqGUIOE&t=39s>

Observa o que indica a agulla do amperímetro cando o fluxo é máximo e cando é mínimo e verás como a observación coincide cos resultados que discutimos.

Por certo, e xa para rematar vou representar a forza eletromotriz fronte ao tempo.  
Mellor dito, voino facer o EXCEL que para iso está:

t (s)	$\varepsilon$ (V)
0	0
0,25	0,47
0,5	5,7582E-17
0,75	-0,47
1	-1,1516E-16
1,25	0,47
1,5	1,72746E-16
1,75	-0,47
2	-2,3033E-16
2,25	0,47
2,5	2,8791E-16



Pois iso, unha función sinusoidal.

NOTA: advirte que na taboa os valores que tiñan que dar cero estan moi aproximados a cero. Isto é cousa do EXCEL.

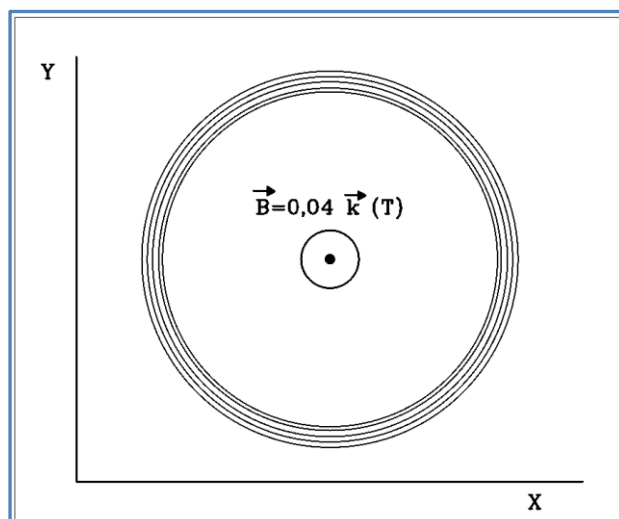
**2.-Unha bobina circular de 10 espiras de 20 cm de raio atópa-se no instante inicial no seo dun campo magnético de 0,04 T.**

- Calcula o fluxo magnético máximo que atravesa a bobina.
- Se a bobina comeza a xirar a 120 r.p.m, calcula o fluxo magnético e a f.e.m inducida na bobina cando  $t=0,1$  s.

Comecemos por definir os termos do exercicio.

Como ves non indica cal é a disposición do campo magnético e da bobina, polo tanto vou a entender que a bobina repousa no plano XY e que o campo magnético ten a dirección do eixe Z e sentido positivo.

Imos facer un esquema:



Ben, agora resolvamos o apartado a)

Para calcular o fluxo magnético a través da bobina:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

Coa disposición dos vectores resulta que

$$\cos\theta = 1$$

Pois campo e superficie forman un ángulo de  $0^\circ$

Así que:  $\phi_M = B \cdot S = 0,04 \text{ T} \cdot \pi \cdot 0,2^2 \text{ m}^2 = 5,027 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$  que é o máximo fluxo para 1 espira.

Como son 10 espiras o fluxo será:  $\phi_M = 5,027 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$

b) Agora comeza a xirar a bobina a 120 r.p.m.

Imos precisar a velocidade angular:

$$120 \text{ r} \cdot \text{p} \cdot \text{m} = 2 \text{ r} \cdot \text{p} \cdot \text{s} \rightarrow f = 2 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

Imos buscar a ecuación do fluxo:

$$\phi_M = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\theta = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t$$

$$\phi_M = 10 \cdot 0,04 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot \cos 4\pi \cdot t \rightarrow \phi_M = 5,027 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 4\pi \cdot t$$

Podemos calcular o fluxo cando o tempo sexa de 0,1 s:  $\phi_M = 1,55 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$

E agora imos pola f.e.m.

Precisamos da lei de Faraday-Henry-Lenz. Aproveitemos para repasar:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\phi_M}{dt} = -N \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -N \frac{d(B \cdot S \cdot \cos\theta)}{dt} = -N \cdot B \cdot S \cdot \frac{d(\cos\omega \cdot t)}{dt}$$

E por derivación:

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Que aplicado ao noso exercicio:

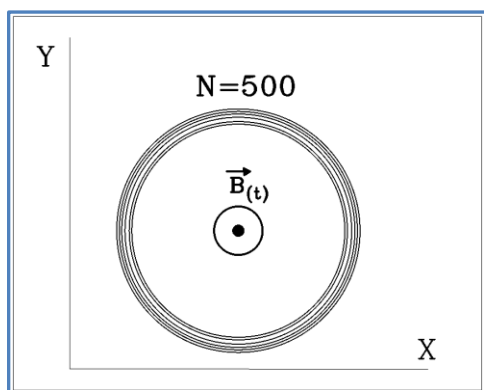
$$\varepsilon = 10 \cdot 0,04 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t) \rightarrow \varepsilon = 0,632 \cdot \text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t)$$

E para 0,1 s:  $\varepsilon = 0,6 \text{ V}$

3.-Unha bobina de 500 espiras circulares de 5 cm de diámetro, repousa sobre o plano XY. Nesa rexión do espazo vai atuar un campo magnético dirixido segundo o eixe Z, cuxo módulo varía segundo a ecuación  $B_{(t)} = (0,4 - 0,02 \cdot t^3) (T)$  na que o tempo míde-se en segundos. Determina:

- a) A expresión que permite calcular o fluxo magnético en cada instante. Estuda a súa variación nos primeiros 5 s.  
 b) A expresión que permite calcular a f.e.m inducida na bobina. Calcula a f.e.m para 1,2,3,4 e 5 s.

a) A expresión que permite calcular o fluxo magnético en cada instante. Estuda a súa variación nos primeiros 5 s.



$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S$$

Pois tal e como se ve na figura o campo magnético e a superficie forman ángulo de  $0^\circ$ .

Sustituímos:

$$\phi_M = ((0,4 - 0,02 \cdot t^3) \cdot \pi \cdot 0,025^2) (Wb)$$

$$\phi_M = (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \cdot 1,96 \cdot 10^{-3}$$

Observa que calculei o fluxo para 1 espira. Se son 500 terei que multiplicar por 500:

$$\phi_M = (0,4 - 0,02 \cdot t^3) \cdot 0,98$$

Agora podemos calcular o fluxo en cada instante, por exemplo nunha taboa:

Tempo (s)	$\Phi_M$ (Wb)
1	
2	
3	
4	
5	

Podes observar que o fluxo aumenta ou diminúe?

Hacia onde debe ir a corrente inducida para opoñer-se a este cambio de fluxo?

b) A expresión que permite calcular a f.e.m inducida na bobina. Calcula a f.e.m para 1, 2, 3, 4 e 5 s.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \varepsilon &= -N \cdot \frac{d\phi_M}{dt} = -N \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -N \frac{d(B \cdot S \cdot \cos\theta)}{dt} = -N \cdot S \cdot \cos\theta \cdot \frac{dB}{dt} \\
 \varepsilon &= -500 \cdot \pi \cdot 0,025^2 \cdot \frac{d(0,4 - 0,02 \cdot t^3)}{dt} = \\
 &= -0,98 \cdot (-0,06 \cdot t^2)
 \end{aligned}$$

Así que a expresión é do tipo:  $\varepsilon = +0,059 \cdot t^2$

O resto pódese resolver tabulando:

Tempo (s)	f.e.m (V)
1	
2	
3	
4	
5	

b) Calcula a f.e.m inducida cando  $t=6$  s e a intensidade que circula por ela se a resistencia da bobina é  $5 \Omega$ .

Calcula a f.e.m e aplica a lei de Ohm.

**4.-Unha espira cadrada de 12 cm de lado está situada no plano XY no seo dun campo magnético dirixido no sentido negativo do eixe Z.**

**Calcula f.e.m inducida e indica o sentido da corrente eléctrica na espira, cando o campo magnético aumenta de 0,2 T ate 2 T en 0,9 s.**

(Solución: 0,0288 V e sentido antihorario)

**5.-Unha espira circular de 12 cm de diámetro está situada de forma perpendicular a un campo magnético de 1,5 T. Debuxa a situación e calcula o fluxo magnético nesa posición. Cal será o valor do fluxo se a espira xira 30°?**

(solución: 0,017 Wb e 0,015 Wb)

Supoño que o debuxo non ten maior problema.

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

$$B = 1,5 \text{ T}$$

$$S = \pi \cdot r^2 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\theta = 0^\circ$$

O resto é substituír tendo en conta que o raio é de 6 cm=0,06 m

$$\phi_M = 1,5 \cdot \pi \cdot 0,06^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,017 \text{ Wb}$$

E no segundo caso só tes que cambiar o valor do ángulo e facer uso do coseno de 30°