Exercicios resoltos de indución eletrómagnética 2

1.-Unha bobina composta por 400 espiras circulares de 40 cm de diámetro xira cunha frecuencia de 25 Hz nun campo magnético uniforme de 0,4 T.
a)Determina o fluxo magnético que atravesa a bobina, en función do tempo e obten os valores para os primeiros 2 s en fracións de 0,25 s.
b)Determina a forza eletromotriz inducida en funcion do tempo e obten os valores para os primeiros 10 s.

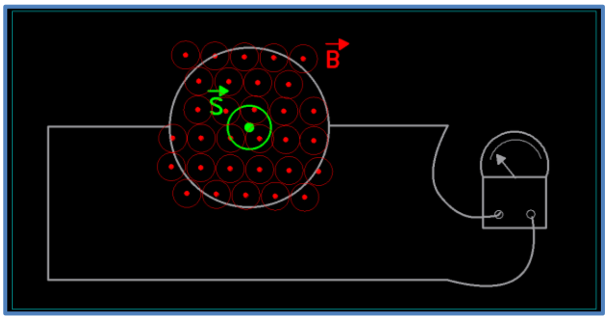
Comezamos por calcular a superficie da bobina tomando en conta que o raio é de 40 cm, é dicer 0,4 m:

$$S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (0{,}4\ \mathrm{m})^2 = 0{,}16\ \pi\ (\mathrm{m}^2)$$

Ademais imos calcular a velocidade angular tomando en conta o valor da frecuencia:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 50 \cdot\ \pi\ (\mathrm{rad/s})$$

Imos aceitar que inicialmente a bobina e o campo formaban un ángulo de 0 como indica a figura:



a) Calculemos a ecuación correspondente ao fluxo magnético:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

E tendo en conta que $\theta = \omega \cdot t$ obtemos:

$$\boldsymbol{\phi_M = B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t}$$

E introducindo os datos xa coñecidos:

$$\phi_M = B \cdot S \cdot \cos\,\omega \cdot t = 0{,}4 \cdot 0{,}16 \cdot \pi \cdot \cos\ (50 \cdot \pi \cdot t)$$

En suma: $\boldsymbol{\phi_M = 0{,}064 \cdot \pi \cdot \cos\ (50 \cdot \pi \cdot t)}$ para 1 espira.

Para 400 espiras teremos que multiplicar por 400:

$$\phi_M = 400 \cdot [0{,}064 \cdot \pi \cdot \cos\ (50 \cdot \pi \cdot t)]$$

$$\boldsymbol{\phi_M = 25{,}6 \cdot \pi \cdot \cos\ (50 \cdot \pi \cdot t)}$$

Imos calcular o fluxo magnético para os primeiros 2 s en fracións de 0,25 s:

t(s)	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
Φ_M (Wb)	+80,4	0	-80,4	0	+80,4	0	-80,4	0	80,4

Observa que o valor máximo do fluxo (+80,4 ou -80,4) aparece cando o coseno do ángulo é +1 ou -1, é dicer cando o ángulo é 0º ou 180º.

b) Imos buscar agora a ecuación que proporciona a forza eletromotriz por medio da ecuación de Faraday-Henry-Lenz:

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_M}{dt} = -N\frac{d(B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t))}{dt}$$

E derivando:

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}\,(\omega \cdot t)$$

E tomando os nosos valores obtemos:

$$\boldsymbol{\varepsilon = 12\,633,1 \;\cdot \text{sen}\,(50 \cdot \pi \cdot t)}$$

Apliquemos a ecuación nas mesmas condicións :

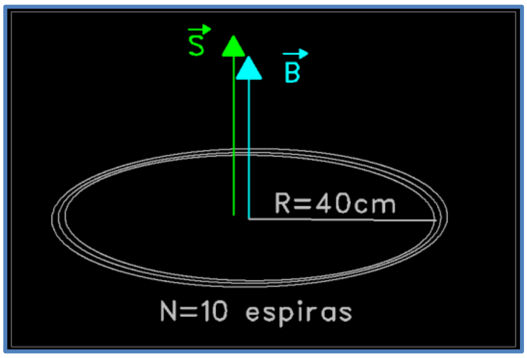
t(s)	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
ε (V)	0	+12633,1	0	-12633,1	0	+12633,1	0	-12633,1	0

Observa que o valor máximo da forza eletromotriz , +12633,1 ou -12633,1, aparece cando o seno do ángulo é +1 ou -1, é dicer cando o ángulo formado é de 90º ou 270º.

2.- Dentro dun campo magnético uniforme de valor 0,02 T, sitúa-se perpendicularmente unha bobina circular de 40 cm de diámetro e de 10 espiras. Calcula:

a) O fluxo magnético máximo que atravesa a bobina.

b) A fem na bobina cando t = 0,1 s, se xira arredor do seu diámetro cunha velocidade angular constante de 120 rpm.



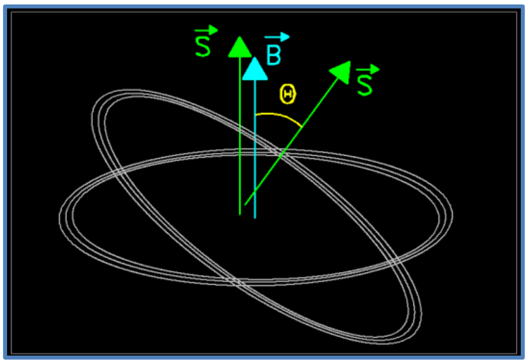
a) Para calcular o fluxo na posición inicial:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos 0 = B \cdot S$$

$$S = \pi \cdot 0{,}4^2 \ \ (m^2)$$

$\phi_M = 0{,}01 \ Wb$ para unha espira.

Como a bobina ten **10 espiras**: $\boldsymbol{\phi_M = 0,1 \ Wb}$



b) Agora comeza a xirar arredor dun dos seus diámetros e polo tanto cambia o ángulo que forman os betores campo magnético e superficie.

Polo tanto vai cambiar o fluxo magnético e aparecerá a fem inducida na bobina.

Como cambia o fluxo magnético?

(O exercicio non o pregunta, poren como xa estamos traballando pois aprendamos un pouco máis e repasamos)

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t$$

Nesa expresión, calculemos a velocidade angular:

$$120 \ rpm = 120 \ \frac{revolucións}{minuto} \cdot \frac{2\pi \ rad}{1 \ revolución} \cdot \frac{1 \ minuto}{60 \ s} = 4\pi \ rad/s$$

Imos buscar a ecuación do fluxo:

$$\phi_M = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\theta = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t$$

Podemos sustituír: $\phi_M = 10 \cdot 0{,}02 \cdot \pi \cdot 0{,}4^2 \ \cdot \cos \ (4 \cdot \pi \cdot t)$

$$\phi_M = 0{,}1 \cdot \ \cos \ (4 \cdot \pi \cdot t)$$

Para o caso de que t=0,1 s o fluxo será: $\boldsymbol{\phi_M = 0,031 \ Wb}$

Imos agora a estudar a fem inducida.

O primeiro será topar a ecuación coa lei de Faraday-Henry-Lenz.

$$\varepsilon = -\mathrm{N}\frac{\mathrm{d}\phi_{\mathrm{M}}}{\mathrm{dt}} = -\mathrm{N}\frac{\mathrm{d}(\mathrm{B} \cdot \mathrm{S} \cdot \cos(\omega \cdot \mathrm{t}))}{\mathrm{dt}}$$

E derivando obtemos:

$$\varepsilon = \mathrm{N} \cdot \mathrm{B} \cdot \mathrm{S} \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}\,(\omega \cdot \mathrm{t})$$

Agora introducimos os valores do noso caso:

$$\varepsilon = 10 \cdot 0{,}02 \cdot \pi \cdot 0{,}4^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = 1,263 \cdot sen\,(4 \cdot \pi \cdot t)}$$

E a fem cando t=0,1 s será: $\boldsymbol{\varepsilon = 1,215\ \mathrm{V}}$

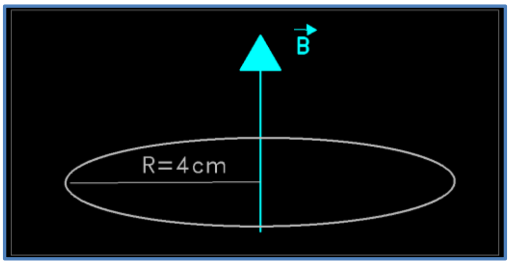
3.-Unha espira circular de 4 cm de raio, está situada no seo dun campo magnético perpendicular ao plano da espira. A intensidade do campo magnético varía co tempo de acordo coa expresión:

$$\boldsymbol{B = 3 \cdot t^2 + 4 \;\; unidades\ do\ S.I)}$$

a)Escrebe a expresión matemática do fluxo magnético que atravesa a espira en función do tempo e fai unha represxentación gráfica da función resultante. Calcula o seu valor para t=2 s.

b)Representa a fem inducida en función do tempo e calcula o seu valor para t=2 s.

c)Indica sobre un debuxo como o da figura, o sentido da corrente elétrica inducida.



a) Comecemos pois polo calculo do fluxo.

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos 0 = B \cdot S$$

Agora consideremos o campo magnético que ven dado por unha función do tempo:

$B = 3 \cdot t^2 + 4$

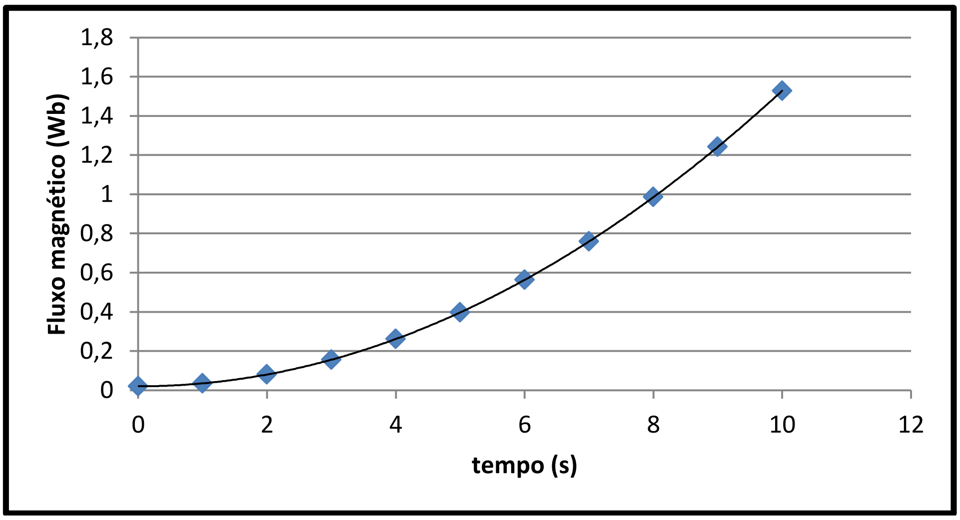
E por outra banda a superficie: $S = \pi \cdot 0{,}04^2 \;\; (m^2)$

E sustituíndo obtemos: $\phi_M = (3 \cdot t^2 + 4) \cdot \pi \cdot 0{,}04^2$

$$\boldsymbol{\phi_M = 0{,}0016 \cdot \pi \cdot (3 \cdot t^2 + 4) \quad (Wb)}$$

Imos representar a función:

t (s)	ϕ_M (Wb)
0	0,02010619
1	0,03518584
2	0,08042477
3	0,155823
4	0,26138051
5	0,39709731
6	0,5629734
7	0,75900879
8	0,98520346
9	1,24155742
10	1,52807067



E para t=2 s o resultado é: $\boldsymbol{\phi_M = 0{,}0256 \cdot \pi = 0{,}08042477 \quad (Wb)}$

b)Imos a pola ecuación da fem. Partindo da Lei de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_M}{dt} = -\frac{d(0{,}0016 \cdot \pi \cdot (3 \cdot t^2 + 4)}{dt}$$

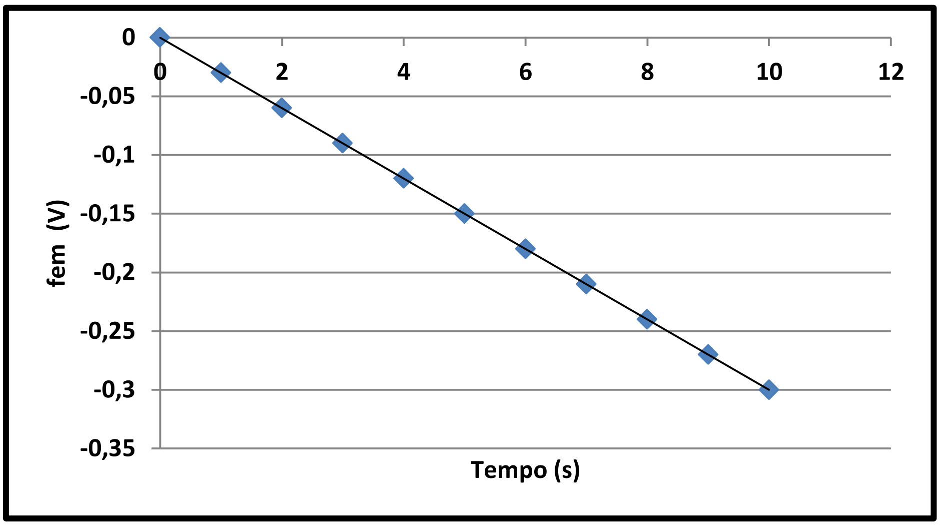
Para obter a ecuación só temos que derivar a función conrespeito do tempo:

$$\varepsilon = -0{,}0016 \cdot \pi \cdot 6 \cdot t = 0{,}03 \cdot t \ \ (V)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = -0{,}03 \cdot t \ \ (V)}$$

Vou representar tamé esta función:

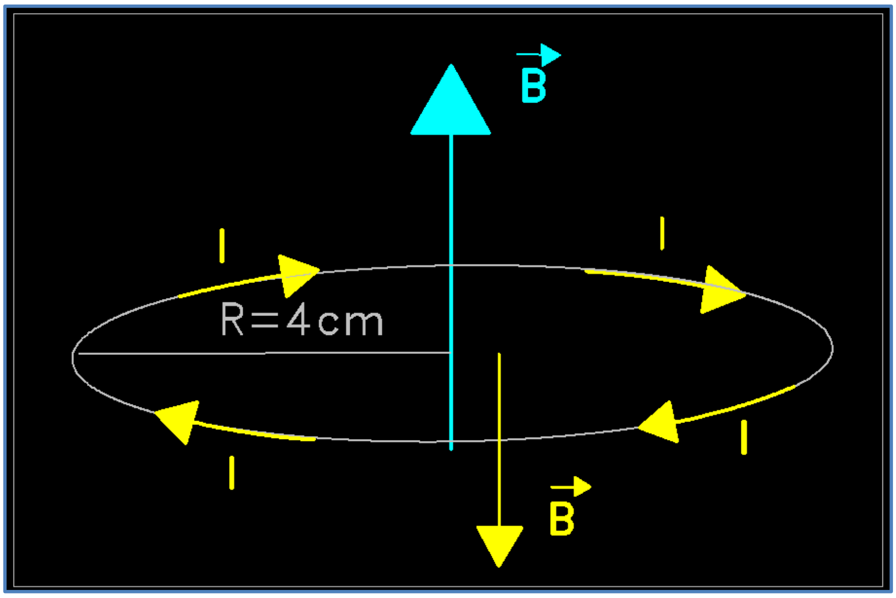
Tempo (s)	ε (V)
0	0
1	-0,03
2	-0,06
3	-0,09
4	-0,12
5	-0,15
6	-0,18
7	-0,21
8	-0,24
9	-0,27
10	-0,3



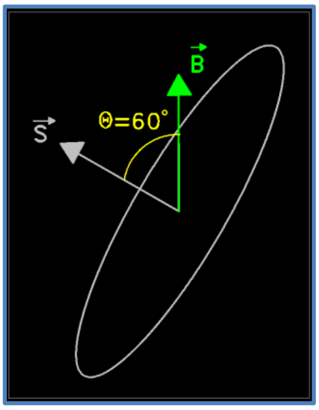
E aos 2 s a fem será:

$$\boldsymbol{\varepsilon = -0{,}06 \ \ (V)}$$

c) Observa que a medida que pasa o tempo o fluxo aumenta, polo tanto a corrente inducida opon-se a ese incremento e será aquela que produza un campo magnético que se opoña a dito aumento (na imaxe en amarelo).



4.- Situa-se unha espira circular de 3 cm de raio nun campo magnético constante de 0,5 T, formando un ángulo de 60º a respeito da normal da espira. Calcula:
a)O fluxo que atravesa a espira. Indúce-se fem?
b)En certo instante o campo magnético diminúe linearmente ate 0 T en 100 ms. Qué acontece co fluxo? Calcula a fem inducida e indica nun debuxo cal será o sentido de avance da intensidade xerada.



a)Calculemos o fluxo inicial:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

No noso caso op ángulo é $60^0 = \frac{\pi}{3}\ rad$

$$\phi_M = 0{,}5 \cdot \pi \cdot 0{,}03^2 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 7{,}07 \cdot 10^{-4}\ Wb$$

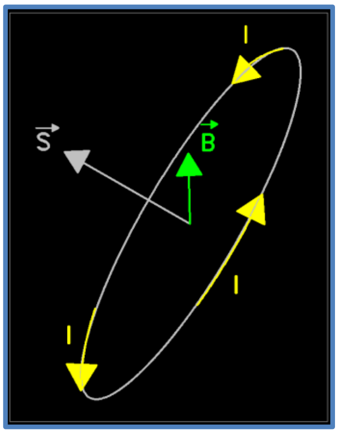
O fluxo non varía e polo tanto non se induce fem na espira.

b)Agora o campo diminúe linearmente. Representemos matematicamente unha diminución linear tendo en conta que o campo vai diminuír de 0,5 T a 0 en 100 ms, é dicer en 0,1 s.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_M}{dt} = -\frac{d\left(B \cdot S \cdot \cos\left({}^{\pi}/_{3}\right)\right)}{dt} = -\frac{S \cdot \cos\left({}^{\pi}/_{3}\right) \cdot \Delta B}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = -\pi \cdot 0{,}03^2 \cdot \cos\left({}^{\pi}/_{3}\right) \cdot \frac{0 - 0{,}5}{0{,}1} = 7{,}07 \cdot 10^{-3} V$$

Observa que o fluxo diminúe pois o campo magnético causante reduce o seu valor, polo tanto a corrente inducida opora-se a esta redución e xerará un campo magnético que evite a redución do fluxo. No seguinte debuxo represento o campo magnético orixinal en verde diminuíndo e, ao tempo a corrente elétrica (en amarelo) xerando un outro campo magnético (tamén en amarelo) que suple o deficit de fluxo:



5.-Unha espira de 2 cm de raio xira no seo dun campo magnético de 0,12 T cun periodo de 0,02 s. Calcula:
a) A frecuencia da corrente inducida na espira.
b) O fluxo do campo magnético a través da espira en función do tempo.
c) O valor máximo da forza eletromotriz inducida na espira.

a)Comecemos pola frecuencia. Se o período é 0,02 s enton a frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \mathbf{50\ Hz}$$

Xa que estamos, podemos anotar a velocidade angular de xiro que será:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \mathbf{100\pi\ \ rad/s}$$

b)Calculemos a ecuación do fluxo:

$$\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S \cdot \cos\omega \cdot t$$

$$\phi_M = 0{,}12 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t)$$

$$\boldsymbol{\phi_M = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t)}$$

Nesa ecuación observa-se que o **valor máximo do fluxo** é :

$$\boldsymbol{\phi_M = \pm 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \ Wb}$$

c)Imos buscar agora a ecuación da fem que será do tipo:

$$\varepsilon = \mathrm{N} \cdot \mathrm{B} \cdot \mathrm{S} \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}\ (\omega \cdot \mathrm{t})$$

Neste caso como é unha espira (N=1) fica:

$$\varepsilon = 1 \cdot 0{,}12 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot \mathrm{sen}\ (100 \cdot \pi \cdot \mathrm{t})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = 0{,}047 \cdot \mathrm{sen}\ (100 \cdot \pi \cdot \mathrm{t})}$$

E o valor máximo da fem será :

$$\boldsymbol{\varepsilon = \pm 0{,}047\ V}$$