Cuestións do tema de gravitación

<u>Folla de atividades Nº1</u>

17.- Supon a existencia dun planeta perfetamente esférico que ten un raio metade do terrestre e a mesma densidade. Calcula:
a) A aceleración da gravedade na superficie de dito planeta.
b)A velocidade de escape dun obxecto dende a superficie de dito planeta.
(Datos: g_0 Terra= 9,81 $N.kg^{-1}$, velocidade de escape na Terra=11,2 $km.s^{-1}$)

Tráta-se dun planeta X que ten a mesma densidade que a Terra e un raio que é a metade do terrestre.

a) Imos calcular a gravedade na súa superficie:

$$g_{0\ de\ X} = \frac{G \cdot M_X}{R_X^2} \ (1)$$

Por unha banda temos que:

$$densidade_{\ X} = densidade_{\ Terra} \rightarrow \frac{M_X}{V_X} = \frac{M_T}{V_T} \rightarrow \frac{M_X}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_X^3} = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_T^3}$$

Da expresión anterior podemos despexar a masa de X:

$$M_X = M_T \cdot \frac{R_X^3}{R_T^3}$$

Por outra banda temos que: $R_X = \frac{R_T}{2}$

Imos sustituír na ecuación (1):

$$g_{0\ de\ X} = \frac{G \cdot M_X}{R_X^2} = \frac{G \cdot M_T \cdot R_X^3}{R_X^2 \cdot R_T^3} = \frac{G \cdot M_T}{R_T^3} \cdot R_X = \frac{G \cdot M_T}{R_T^3} \cdot \frac{R_T}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

E polo tanto:

$$\boxed{g_{0\ de\ X} = \frac{g_{0\ da\ Terra}}{2}}$$

b) A velocidade de escape dun satélite lanzado dende a súa superficie será:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_X}{R_X}} \ (2)$$

Vou escreber $\frac{M_X}{R_X}$ en función da masa e do raio da Terra facendo uso das mesmas transformacións anteriores:

$M_X = M_T \cdot \frac{R_X^3}{R_T^3}$ e $R_X = \frac{R_T}{2}$

$$M_X = M_T \cdot \frac{R_X^3}{R_T^3} \rightarrow M_X = M_T \cdot \frac{(\frac{1}{2})^3 \cdot R_T^3}{R_T^3} \rightarrow M_X = M_T \cdot \frac{1}{8}$$

$$\frac{M_X}{R_X} = \frac{M_T \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} \cdot R_T} = \frac{1}{4} \cdot \frac{M_T}{R_T}$$

E agora sustitúimos na expresión (2)

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_X}{R_X}} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T}} = \frac{1}{2} \cdot v_{escape\ da\ Terra}$$

Folla de atividades Nº2

1.-A masa dun planeta é o dobre que a da Terra e o seu raio é a metade do terrestre. Sabendo que a intensidade do campo gravitatorio na superficie terrestre é *g*, a intensidade do campo gravitatorio na superficie do planeta será: a) 4*g*;b) 8*g* ; c) 2*g*.

A masa do planeta X é dupla da masa da Terra e o seu raio é ametade do terrestre:

$M_X = 2 \cdot M_T$

$R_X = \frac{R_T}{2}$

$$g_X = \frac{G \cdot M_X}{R_X^2} = \frac{G \cdot 2 \cdot M_T}{\frac{R_T^2}{4}} = 8 \cdot \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} = 8 \cdot g_T$$

Polo tanto a resposta é a b)

2.- Para saber a masa do Sol, coñecidos o raio da órbita e o período orbital da Terra respeito ao Sol, necesíta-se dispor do dato de: a) a masa da Terra; b) a constante de gravitación G; c) o raio da Terra.

Aplicando a terceira Lei de Kepler ao sistema Terra-Sol, resulta que:

$$\frac{R_{orbita\ da\ terra}^3}{T_{orbital\ da\ Terra}^2} = \frac{G \cdot M_{Sol}}{4 \cdot \pi^2}$$

Se coñecemos o raio da órbita da Terra e o período orbital, o único dato que falla é o valor de G. A resposta é a b)

3.- Supoñamos que a masa da Lúa diminuíse á metade do seu valor real. Xustifique se a frecuencia con que veriamos a Lúa chea sería: a) maior que agora; b) menor que agora; c) igual que agora.

A relación que define o período orbital da lúa ven definida pola terceira lei de Kepler para o sistema Terra-Lúa que trae consigo:

$$\frac{R^3_{orbita\ da\ Lúa}}{T^2_{orbital\ da\ Lúa}} = \frac{G \cdot M_{Terra}}{4 \cdot \pi^2}$$

E como vemos, a masa da lúa non intervén para nada na relación. Polo tanto o período sería o mesmo. A resposta correta é a c)

4.- Ao redor dun planeta viran dous satélites, M e N, cuxos períodos de revolución son 32 e 256 días, respectivamente. Se o raio da órbita do satélite M é 104 km, o raio do satélite N será: a) $4{,}0 \cdot 10^4$ km; b) $1{,}6 \cdot 10^5$ km; c) $3{,}2 \cdot 10^5$ km.

Esta cuestión só precisa que apliquedes a terceira lei aos dous satélites M e N:

$$\frac{R^3_{orbita\ de\ M}}{T^2_{orbital\ de\ M}} = \frac{R^3_{orbita\ de\ N}}{T^2_{orbital\ de\ N}}$$

$$\frac{(10^4)^3}{32^2} = \frac{R^3_{orbita\ de\ N}}{256^2} \rightarrow R_{órbita\ de\ N} = 40\ 000\ km$$

E xa está. De 4º de ESO.

5.- Un satélite artificial de masa *m* que xira arredor da Terra nunha órbita de raio *r* ten unha velocidade *v*. Se cambia de órbita pasando a outra máis próxima á Terra, a súa velocidade debe: a) aumentar; b) diminuír; c) non precisa cambiar de velocidade.

A velocidade dun satélite en órbita ven dada por:

$$v^2_{órbita} = \frac{G \cdot M_{Terra}}{r_{órbita}}$$

Resulta evidente que se reducimos o raio da órbita a velocidade aumenta. A resposta é a a)

Tamén poderíamos ter explicado a cuestión recorrendo ao principio de conservación da enerxía mecánica. Se o satélite descende de órbita a unha órbita máis baixa redúce-se a enerxía potencial e polo tanto debe aumentar a cinética. Pero son ganas de enlearnos.

6.- Para unha partícula sometida a una forza central verificase que: a) conserva-se o seu momento angular respeito ó centro de forzas; b) o traballo realizado por dita forza depende da traxetoria seguida entre dous pontos dados; c) conserva-se o vetor momento lineal.

Esta é claro que é a a), verdade? Foi a conservación do momento angular o que deu a pista definitiva a Newton. Repasa-o. E repasa as outras respostas.

7.-Se un satélite artificial describe órbitas circulares arredor da Terra; xustifica cál das seguintes afirmacións é correcta en relación coa súa enerxía mecánica E e as súas velocidades orbital v e de escape ve: a) E = 0, $v_0 = v_e$; b) E < 0, $v_0 < v_e$; c) E > 0, $v_0 > v_e$

Pois imos logo coas velocidades.

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T}}$$

$$v_{orbital} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_{órbita}}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

Parece evidente que é maior a velocidade de escape.

Por outra banda, na órbita a enerxía do satélite é sempre negativa pois na órbita:

$$E_{mecánica} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{R_T + h}$$

Ou sexa que a resposta é a b)

(Por outra banda como é a única na que a enerxía é negativa pois…….xa estaba claro sen dar tantas voltas, verdade? Porén hainas que dar)

8.- Un planeta xira arredor do Sol cunha traxetoria elíptica. O ponto de dita traxetoria no que a velocidade orbital do planeta é máxima é: a) o ponto máis próximo ó Sol; b) o ponto máis afastado do Sol; c) ningún dos pontos citados.

Nunha órbita elíptica sempre se conserva o momento angular, é dicer, o momento angular é constante en módulo, direción e sentido.

No ponto máis próximo: $L = r_{perihelio} \cdot m_{planeta} \cdot v_{perihelio}$

No ponto máis lonxano: $L = r_{afelio} \cdot m_{planeta} \cdot v_{afelio}$

E igualando temos que: $r_{perihelio} \cdot m_{planeta} \cdot v_{perihelio} = r_{afelio} \cdot m_{planeta} \cdot v_{afelio}$

E simplificando: $\boldsymbol{r_{afelio} \cdot v_{afelio} = r_{perihelio} \cdot v_{perihelio}}$

Ou sexa, cando o raio diminúe aumenta a velocidade e viceversa.

A resposta correta é a a).

9.- A taboa adxunta, relaciona os raios e os períodos de catro satélites arredor da Terra. Representa os datos nunha gráfica e determina a masa da Terra.

Satélite	T^2 (s^2)	R^3(m^3)
1	$3,18.10^7$	$3,21.10^{20}$
2	$3,89.10^7$	$4,05.10^{20}$
3	$4,75.10^7$	$4,85.10^{20}$
4	$1,44.10^8$	$1,43.10^{21}$

Esta fixémola en clase.Verdade?

Vou facer o calculo da masa da Terra facendo dos datos do satélite 1:

$$\frac{R^3_{orbita\ de\ 1}}{T^2_{orbital\ de\ 1}} = \frac{G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2} \rightarrow \frac{3{,}21.\,10^{20}}{3{,}18 \cdot 10^7} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2} \rightarrow M_T = 5{,}975 \cdot 10^{24} kg$$

Ben, tes que repetir cos outros satélites e determinar a masa da Terra como o valor medio dos valores que obteñas.

10.- Se a masa dun planeta é o dobre da masa da Terra e o raio é catro veces maior que o da Terra, a aceleración da gravidade nese planeta con respecto á da Terra é: a) 1/4; b) 1/8; c) 1/16.

Xa estamos outra vez.

$M_X = 2 \cdot M_{Terra}$

$R_X = 4 \cdot R_{Terra}$

Pois xa sabes. Imos escreber a ecuación da gravedade do planeta X e sustituiremos polos parámetros equivalentes da Terra:

$$g_X = \frac{G \cdot M_X}{R_X^2} = \frac{G \cdot 2 \cdot M_{Terra}}{16 \cdot R^2_{Terra}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{G \cdot M_{Terra}}{R^2_{Terra}} = \frac{1}{8} \cdot g_{Terra}$$

A resposta correta é a b)

11.- Un satélite describe unha órbita elíptica arredor da Terra. Considerando a súa posición en dous pontos da órbita, cúmpre-se: a) a velocidade orbital do satélite é a mesma en ambos os pontos; b) a enerxía mecánica do satélite é a mesma en ambos os pontos; c) o momento angular do satélite respeito

Resulta evidente que se conserva a enerxía mecánica. As outras duas respostas non teñen sentido pois o momento angular conserva-se e a velocidade non é constante nunha órbita elíptica.

12.- Se un planeta, mantendo a súa masa, aumentase o seu raio, a velocidade de escape desde a superficie de planeta: a) aumentaría; b) diminuiría; c) non variaría.

Agora o planeta aumenta o raio mantendo a masa. Enfin.

Xa vimos que a velocidade de escape ven dada pola expresión:

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_P}{R_P}}$$

Resulta claro que neste caso a velocidade de escape diminúe.

13.- Arredor do sol xiran dous planetas cuxos períodos de revolución son $3{,}66 \cdot 10^2$ días e 88 días respetivamente. Se o raio da órbita do primeiro é $1{,}49 \cdot 10^{11}$ m, o raio da órbita do segundo é: a) $6{,}40.10^{11}$m ; b) $5{,}76.10^{10}$m ; c) $3{,}26.10^8$m

$T_A = 366\ días$ $\qquad r_{órbita\ de\ A} = 1{,}49 \cdot 10^{11}\ m$

$T_B = 88\ días$ $\qquad r_{órbita\ de\ B} = ?????????\ m$

A plicamos a 3ª Lei de Kepler: $\frac{r^3_{órbita\ de\ A}}{T_A^2} = \frac{r^3_{órbita\ de\ B}}{T_B^2} \rightarrow r_{órbita\ de\ B} = \sqrt[3]{r^3_{órbita\ de\ A} \cdot \frac{T_B^2}{T_A^2}}$

O resultado é o que concorda coa resposta b)

14.-O raio de certo planeta é o 38,3% do raio da Terra, e a súa masa equivale ao 5,5% da masa terrestre. A relación entre a gravedade na superficie dese planeta e a gravedade na superficie da Terra é: a) $0{,}375.g_T$, b) $0{,}584.\ g_T$, c) $0{,}778.\ g_T$.

Todo consiste en expresar a gravedade do planeta P en función dos valores da Terra:

$$g_p = \frac{G \cdot M_P}{R_P^2} = \frac{G \cdot 0{,}055 \cdot M_T}{(0{,}383 \cdot R_T)^2} = 0{,}375 \cdot g_T$$

Que se corresponde coa resposta a)

15.- Un satélite describe unha órbita elíptica arredor da Terra. Considerando a súa posición en dous puntos da órbita, cúmprese: a) a velocidade orbital do satélite é a mesma en ambos os pontos; b) a enerxía mecánica do satélite é a mesma en ambos os pontos; c) o momento angular do satélite respeito ao centro da Terra é distinto en ambos os pontos.

Nunha órbita elíptica a velocidade vai-se modificando a medida que cambia a distancia do satélite á Terra: cando a distancia se reduce pois a velocidade aumenta e viceversa (repasa-o).
Ademais na órbita elíptica o momento angular é unha magnitude constante (repasa-o)

A enerxía mecánica é constante pois cando se reduce a distancia redúce-se a enerxía potencial máis enton, na mesma magnitude, aumenta a velocidade e a enerxía cinética. Cando a distancia aumenta, aumenta a enerxía potencial máis daquela redúce-se a velocidade e a enerxía cinética na mesma magnitude.
A b) é pois a correta.

16.- ¿A qué altura sobre superficie terrestre, o peso dun astronauta, en relación co seu peso na superficie da Terra, reduce-se á metade?
a) h= 0,5 RT; b) h=2 RT ; c) h= 0,41 RT .
O peso do astronauta na superficie da Terra é: $P_{astronauta\ na\ Terra} = \frac{G \cdot M_{Terra}}{R_{Terra}^2}$

A certa altitude **h** o seu peso sería: $P_{astronauta\ a\ h} = \frac{G \cdot M_{Terra}}{(R_{Terra}+h)^2}$

Queremos que a esa altitude o peso do astronauta sexa a metade do que é na superficie da Terra, enton:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_{Terra}}{R_{Terra}^2} = \frac{G \cdot M_{Terra}}{(R_{Terra} + h)^2}$$

Simplificamos e reordeamos: $(R_{Terra} + h)^2 = 2 \cdot R_{Terra}^2$

E agora: $\sqrt{(R_{Terra} + h)^2} = \sqrt{2 \cdot R_{Terra}^2} \rightarrow \quad R_{Terra} + h = \sqrt{2} \cdot R_{Terra}$

E xa : $h = \sqrt{2} \cdot R_{Terra} - R_{Terra} = R_{Terra}\left(\sqrt{2} - 1\right) = 0{,}41 \cdot R_{Terra}$

Que é o resultado que concorda coa resposta c)