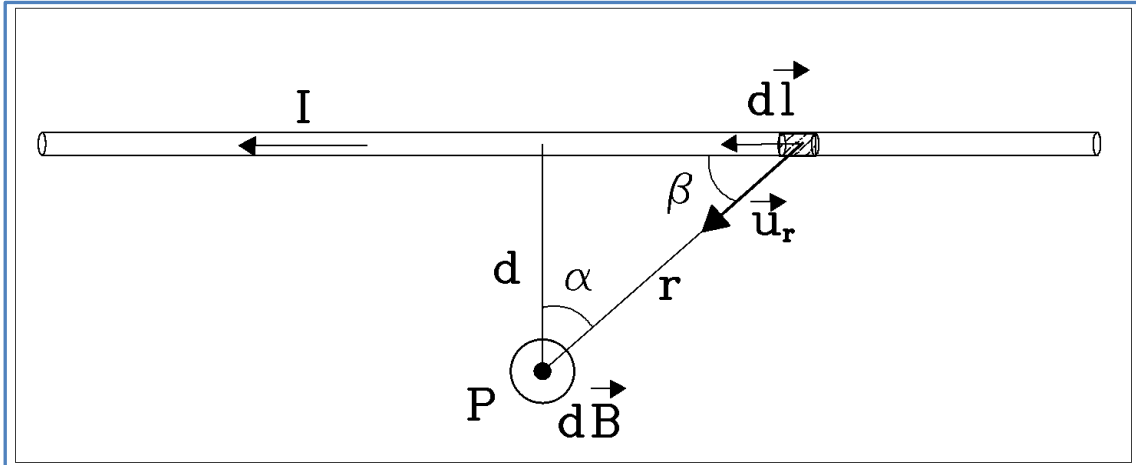


Calculo do campo magnético creado por liñas de corrente

A.-Calculo do campo magnético creado por unha corrente retilínea de intensidade I que percorre un condutor moi longo nun punto P situado a unha distancia d do condutor.



Para calcular o campo magnético creado pola corrente I no punto P , temos que recorrer á Lei de Biot-Savart que di que:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

E se aceptamos que o medio é o vacío ou o ar, sería:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (1)$$

Resolvamos o produto vectorial en primeiro lugar:

$$d\vec{l} \times \vec{u}_r$$

Se levamos $d\vec{l}$ sobre \vec{u}_r polo camiño máis curto o vector resultante sae do plano hacia arriba, como está debuxado (sentido $+\vec{j}$)

Ademais o módulo do vector será: $[d\vec{l} \times \vec{u}_r] = dl \cdot 1 \cdot \text{sen } \beta = dl \cdot \text{sen } \beta$

E polo tanto a expresión (1) :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{dl \cdot \text{sen } \beta}{r^2} \cdot \vec{j} \quad (2)$$

Xa coñecemos a dirección e o sentido que terá o campo magnético.

Agora só temos que integrar para obter a expresión correspondente.

Porén aínda non podemos integrar pois na expresión temos 3 variabeis:

- a) dl
- b) $\text{sen } \beta$
- c) r

Así que temos que reducir as tres variabeis a unha soa.

1.-En primeiro lugar sustituímos o seno do ángulo β polo coseno de α .

Podemos pois os dous ángulos son complementarios e $\text{sen } \beta = \text{cos } \alpha$

2.-Vou prescindir da notación vetorial pois non a preciso para integrar.

3.-Por vez da expresión : $\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi}$ vou preferir K' , por simplicidade.

Polo tanto, coas modificacións anteriores a expresión a integrar vai tomar a forma:

$$dB = K' \cdot I \cdot \frac{dl}{r^2} \cdot \text{cos } \alpha \quad (3)$$

4.-Podo relacionar a lonxitude l do condutor coa distancia d por medio da **tanxente** de α e escribir:

$$\text{tg } \alpha = \frac{l}{d} \rightarrow l = d \cdot \text{tg } \alpha$$

E agora toca derivar pois interesanos a derivada de l :

$$dl = d \cdot \frac{d \alpha}{\text{cos}^2 \alpha} \quad (4)$$

4.-Agora podemos relacionar r con d e o $\text{cos } \alpha$, pois:

$$\text{cos } \alpha = \frac{d}{r} \rightarrow r = \frac{d}{\text{cos } \alpha}$$

E polo tanto, só elevando ao cadrado, obtemos:

$$r^2 = \frac{d^2}{\text{cos}^2 \alpha} \quad (5)$$

Agora podemos sustiúir en (3) as expresións (4) e (5) e obtemos:

$$dB = K' \cdot I \cdot \frac{d \cdot \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{d^2}{\cos^2 \alpha}} \cdot \cos \alpha$$

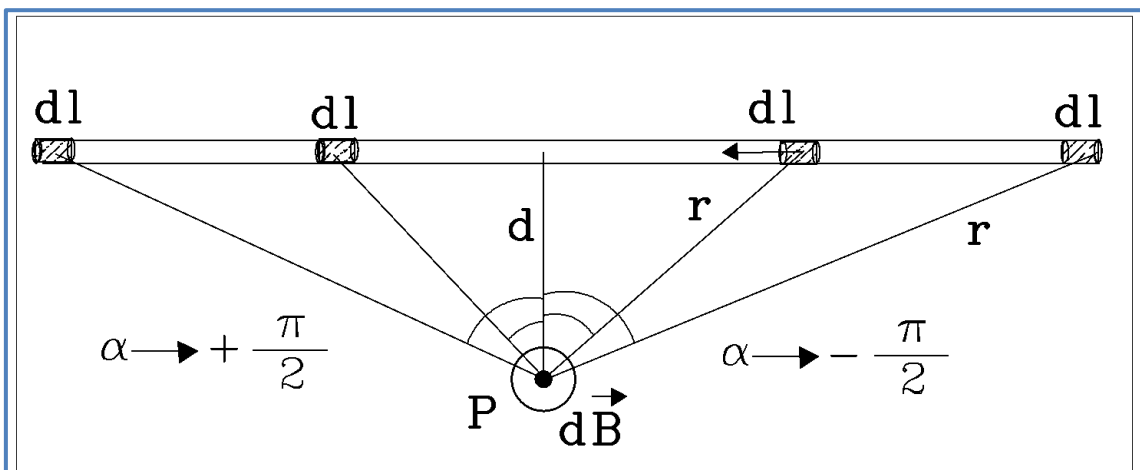
Agora simplificamos e reordenamos:

$$dB = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha$$

Esta si que se pode integrar pois só fica como variavel o ángulo α .

Compre escoller os límites axeitados.

Recorda que integrar, non é máis que sumar todas as contribucións de todos os infinitos $d\mathbf{l}$. Observa no seguinte debuxo que compre sumar as aportacións de todos os $d\mathbf{l}$ dende un extremo ao outro do fío:



Observa que se o fío é “infinito” o ángulo considerado varía dende -90° ate $+90^\circ$

Así que temos que integrar entre $-\frac{\pi}{2}$ e $+\frac{\pi}{2}$

$$\int dB = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \cdot d\alpha$$

$$B = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot [\text{sen } \alpha]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$$

$$B = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot \left[\text{sen } \frac{\pi}{2} - \text{sen} \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot [1 - (-1)] = \frac{K' \cdot I}{d} \cdot 2$$

En suma, o campo magnético creado a unha distancia d do fío é:

$$B = \frac{2 \cdot K' \cdot I}{d}$$

B.-Calculo do campo magnético creado no centro dunha espira circular de radio r percorrida por unha intensidade I .

Imos aplicar a Lei de Biot-Savart que di:

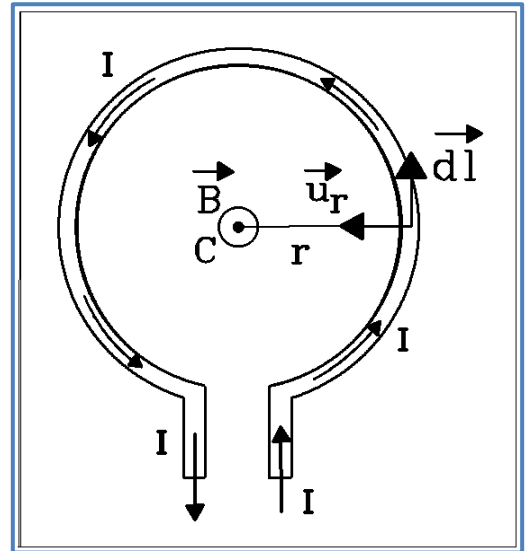
$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Imos considerar que o meio é o vacío ou o ar:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (1)$$

Comezaremos polo produto vetorial:

$$d\vec{l} \times \vec{u}_r$$



Se levamos $d\vec{l}$ sobre \vec{u}_r polo camiño máis curto o vector resultante sae do plano hacia arriba, como está debuxado (sentido $+\vec{j}$)

Ademais o módulo do vector será: $[d\vec{l} \times \vec{u}_r] = dl \cdot 1 \cdot \text{sen } 90^\circ = dl$

E polo tanto a expresión (1) :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \frac{dl}{r^2} \cdot \vec{j} \quad (2)$$

Xa coñecemos a dirección e o sentido que terá o campo magnético.

Agora só temos que integrar para obter a expresión correspondente, e esta operación será moito máis doada que no caso anterior pois observa que a única variábel é dl .

Prescindiremos da notación vetorial pois non a preciso para integrar.

Por vez da expresión : $\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi}$ faremos uso de K' , por simplicidade.

Polo tanto, coas modificacións anteriores a expresión a integrar vai tomar a forma:

$$dB = K' \cdot I \cdot \frac{dl}{r^2} \quad (3)$$

Coma sempre lembramos que integrar é sumar todas as infinitas contribucións de dl e se facemos esa operación de suma o resultado será a lonxitude da espira que é a lonxitude da circunferencia $2 \cdot \pi \cdot r$ ou sexa que a suma dos infinitos dl , é unha suma que comeza nun punto da circunferencia e remata nese mesmo punto.

$$\int dB = \frac{K' \cdot I}{r^2} \oint dl \rightarrow B = \frac{K' \cdot I \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{r^2} \rightarrow \mathbf{B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot K' \cdot I}{r}$$

Se en lugar de 1 espira, fora unha bobina de N espiras, só haberá que multiplicar polo número de espiras:

$$\mathbf{B} = \frac{2 \cdot N \cdot \pi \cdot K' \cdot I}{r}$$