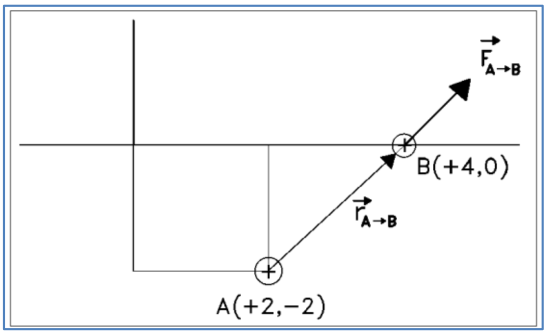
Exercicios resoltos da folla de campo elétrico 1

Calculo de forzas e campos

Este primeiro grupo de exercicios da primeira folla vai server para repasar o calculo de magnitudes vetoriais: forza e campo elétrico.
Todos estan resoltos en clase e o obxectivo é que comecedes a reler o que xa fixemos e a estudar as resolucións.

1.- Duas cargas de +1μC estan situadas nos pontos A(2, -2) e B(4, 0) (coa escala en metros).
a) Representa nun gráfico a posición das duas cargas.
b) Calcula a distancia en liña reta entre as duas cargas.
c) Calcula a forza elétrica entre elas.

a)



b)A distancia entre a carga situada en A e a situada en B é o módulo do vetor $\vec{r}_{A\to B}$

O vetor $\vec{r}_{A\to B} = (+4{,}0) - (+2,-2) = (+2,+2) = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\ (m)$

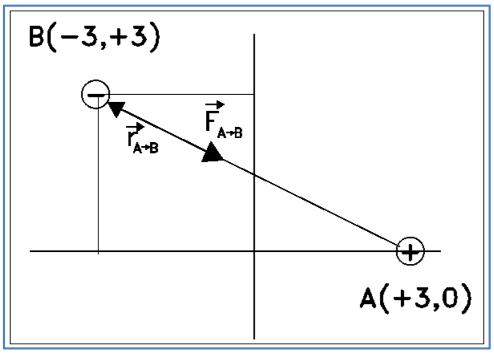
E o seu módulo é: $r_{A\to B} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\,(m)$ que é a distancia entre A e B.

c)Calculemos agora a forza de A sobre B:

$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{r_{A\to B}^3} \cdot \vec{r}_{A\to B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{\left(2\sqrt{2}\right)^3} \cdot (2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\,)\ (N)$$

$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{9{\cdot}10^{-3}}{16\sqrt{2}} \cdot (2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\,)\ (N) = 7{,}95 \cdot 10^{-4}\vec{\imath} + 7{,}95 \cdot 10^{-4}\,\vec{\jmath}\ \ (N)$$

2.- Duas cargas de +1μC e de -1μC estan situadas nos pontos A(3, 0) e B(-3, 3) (coa escala en metros). Calcula a forza elétrica que exerce a primeira carga sobre a segunda e a forza elétrica da segunda sobre a primeira.



$$\vec{r}_{A\to B} = (-3,+3) - (+3,0) = (-6,+3) =$$

$$= -6\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\ (m)$$

$$r_{A\to B} = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\,(m)$$

E agora calculamos a forza :

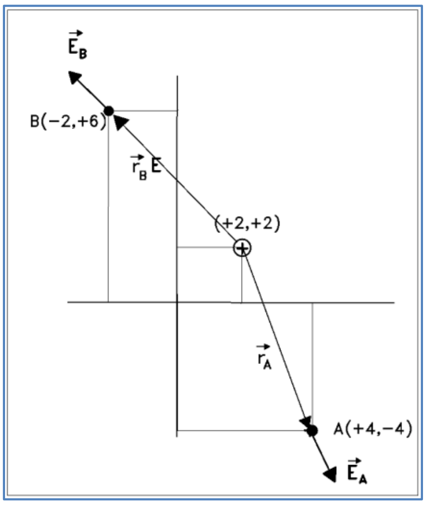
$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{r_{A\to B}^3} \cdot \vec{r}_{A\to B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot (-10^{-6})}{\left(3\sqrt{5}\right)^3} \cdot (-6\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,)\,(N)$$

$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{135\sqrt{5}} \cdot (-6\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,)\,(N) =$$

Completa o calculo.

A forza da segunda carga sobre a primeira será a mesma máis con sentido contrario, como expresa o Principio de ación e reación.

7.-Calcula o campo elétrico que crea unha carga de +2 μC situada no ponto (2, 2), nos pontos:
a) A (4, -4)
b) B (-2, 6)



a) Imos a calcular o vetor $\vec{r}_A$

$$\vec{r}_A = (+4,-4) - (+2,+2) = (+2,-6) = +2\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}(m)$$

$$r_A = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}\ \ (m)$$

$$\vec{E}_A = \frac{K \cdot q}{r_A^3} \cdot \vec{r}_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(2\sqrt{10}\,)^3} \cdot (+2\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}) =$$

Completa o calculo.

b) Agora imos calcular o vetor $\vec{r}_B$

$$\vec{r}_B = (-2,+6) - (+2,+2) = (-4,+4) = -4\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}(m)$$

$$r_B = \sqrt{(-4)^2 + (+4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\ \ (m)$$

$$\vec{E}_B = \frac{K \cdot q}{r_B^3} \cdot \vec{r}_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(4\sqrt{2}\,)^3} \cdot (-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}) =$$

Completa o calculo.

8.-Resolve o exercicio anterior se a carga creadora é de -2 µC.

O exercicio é igual, os vetores de posición son os mesmos máis agora a carga é negativa e ese signo vai redirixir os vetores de campo elétrico.

No ponto A:

$\vec{r}_A = (+4,-4) - (+2,+2) = (+2,-6) = +2\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}(m)$

$$r_A = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \;\; (m)$$

$$\vec{E}_A = \frac{K \cdot q}{r_A^3} \cdot \vec{r}_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{(2\sqrt{10}\,)^3} \cdot (+2\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}) =$$

No ponto B:

$\vec{r}_B = (-2,+6) - (+2,+2) = (-4,+4) = -4\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}(m)$

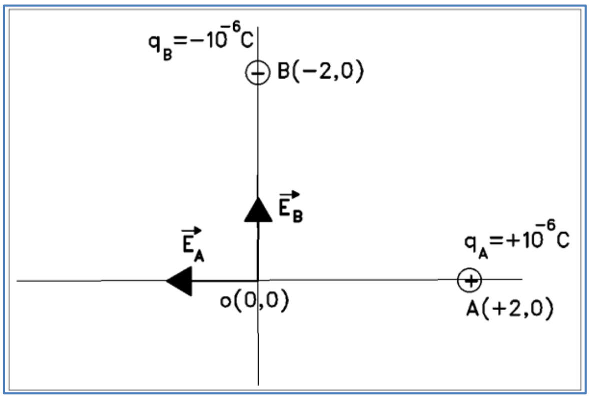
$$r_B = \sqrt{(-4)^2 + (+4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \;\; (m)$$

$$\vec{E}_B = \frac{K \cdot q}{r_B^3} \cdot \vec{r}_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{(4\sqrt{2}\,)^3} \cdot (-4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}) =$$

Completa os calculos.

9.- Duas cargas de +1 µC e -1 µC estan situadas nos pontos (2, 0) e (0, 2) coa escala en metros. Calcula o valor do campo elétrico en (0, 0).

A disposición de cargas e posicións é a que segue:



Imos calcular o campo elétrico no ponto O (0,0) e polo tanto de acordo coa figura:

$$\vec{E}_{(0,0)} = \vec{E}_A + \vec{E}_B \quad (1)$$

Para calcular $\vec{E}_A$ precisamos o vetor de posición:

$$\vec{r}_{A\to(0,0)} = (0,0) - (+2,0) = (-2,0) = -2\vec{\imath}$$

con módulo: $r_A = 2$

$$\vec{E}_A = \frac{K \cdot q}{r_A^3} \cdot \vec{r}_{A\to(0,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{(2\ )^3} \cdot (-2\vec{\imath}) =$$

Completa o calculo:

Para calcular $\vec{E}_B$ precisamos o vetor de posición:

$$\vec{r}_{B\to(0,0)} = (0,0) - (0,+2) = (0,-2) = -2\vec{\jmath}$$

con módulo: $r_A = 2$

$$\vec{E}_B = \frac{K \cdot q}{r_B^3} \cdot \vec{r}_{B\to(0,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-10^{-6})}{(2\ )^3} \cdot (-2\vec{\jmath}) =$$

Completa o calculo:

E agora, de acordo coa expresión: $\vec{E}_{(0,0)} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ o resultado vai ser:

$$\vec{E}_{(0,0)} = -2250\vec{\imath} + 2250\vec{\jmath} \quad (\frac{N}{C})$$

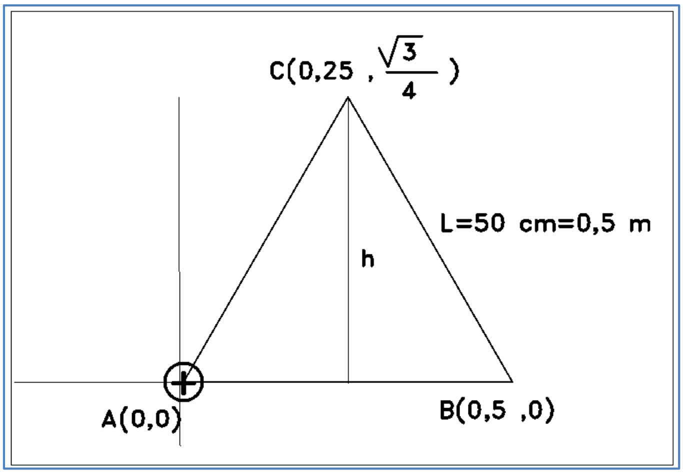
10.- Qué forza elétrica atuará sobre unha carga de +2 μC situada no ponto (0, 0) do exercicio anterior.

Como xa sabes:

$$\vec{E}_{(0,0)} = \frac{\vec{F}_{(0,0)}}{q} \to \vec{F}_{(0,0)} = q \cdot \vec{E}_{(0,0)} = +2 \cdot 10^{-6} C \cdot (-2250\vec{\imath} + 2250\vec{\jmath}\,)\ (\frac{N}{C}) =$$

Completa o calculo.

11.- Unha carga de +2 μC está situada nun dos vértice dun tríangulo equilátero de 50 cm de lado. Calcula o campo elétrico nos outros dous vértices.
Nota: sitúa a orixe do sistema de referencia sobre o vértice dado)



Para a representación sitúei o ponto (0,0) onde está a carga (tal como recomenda o texto) e logo establecín as coordenadas dos outros dous vértices.

Observa que para as coordenadas do vértice que chamo C tiven que calcular a altura do tríangulo por medio do teorema de Pitagoras.

$$h^2 = 0{,}5^2 - 0{,}25^2 \to h = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (m)$$

Resolto isto o resto será doado.

Comezamos polo vértice B, que é máis fácil. Comezamos polo vetor de posición do vértice B:

$$\vec{r}_B = (0{,}5\,,0) - (0{,}0) = 0{,}5\ \vec{\imath}$$

E de módulo pois 0,5 m , claro.

Podemos calcular o campo en B:

$$\vec{E}_B = \frac{K \cdot q}{r_B^3} \cdot \vec{r}_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0{,}5\,)^3} \cdot (0{,}5\vec{\imath}) =$$

E agora imos a calcular o campo en C.

Primeiro o vetor de posición de C:

$$\vec{r}_C = \left(0{,}25\,, \frac{\sqrt{3}}{4}\right) - (0{,}0) = 0{,}25\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{4}\,\vec{\jmath}$$

$$r_C = 0{,}5 \;\; (m)$$

$$\vec{E}_C = \frac{K \cdot q}{r_C^3} \cdot \vec{r}_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0{,}5\,)^3} \cdot \left(0{,}25\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{4}\,\vec{\jmath}\right) =$$

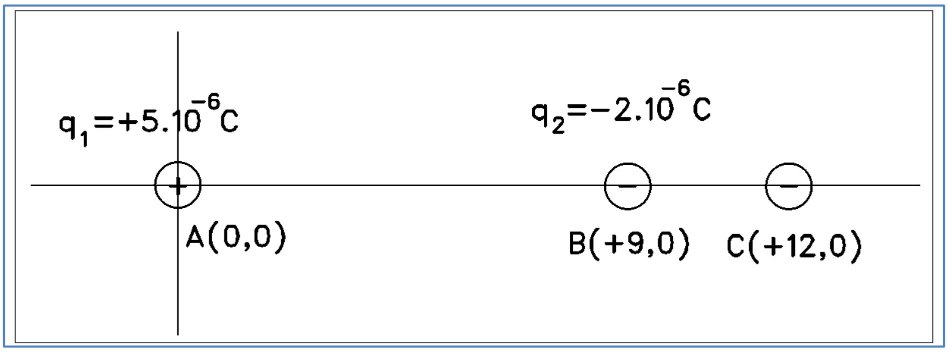
E xa está. En canto completes o calculo.

Atentos¡¡¡¡ Como vedes fixen os calculos racionalizando os resultados. Máis non tedes porque facer tal cousa. Eu o fixen por puro interés didatico, é dicer, para que o entenderades mellor. Podedes facer o exercicio con números decimais.

<u>Calculo de enerxía potencial, potencial elétrico e traballo</u>

Nesta segunda parte, imos repasar o calculo ligado ás magnitudes escalares: traballo, potencial e enerxía potencial.

17.- Duas cargas unha de +5 μC e outra de -2 μC , estan situadas nos pontos (0, 0) e (9, 0) respetivamente nun sistema escalado en metros. Calcula:
a) A enerxía potencial do sistema,
b) A enerxía potencia do sistema se a carga de -2 μC estivera no ponto (12, 0),
c) O traballo necesario para trasladar a carga de -2 μC dende (9, 0) ata (12, 0). Qué indica o signo do traballo?



Este debuxo exemprifica o problema.

a) Imos calcular a enerxía potencial cando as duas cargas ocupan as posicións A e B.

$$Ep_B = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d_{A \leftrightarrow B}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (+5 \cdot 10^{-6}) \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{9} \ (J) = -0{,}01 \ J$$

b) Agora calculamos a enerxía potencial coa segunda carga desprazada ao ponto C, polo tanto aumentamos a distancia a 12 m:

$$Ep_C = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d_{A \leftrightarrow C}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (+5 \cdot 10^{-6}) \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{12} \ (J) = -0{,}0075 \ J$$

c) Para calcular o traballo preciso para desprazar a segunda carga dende B ate C:

$$W_B^C = -\Delta Ep_B^C$$

Vou calcular por separado primeiro a variación da enerxía potencial:

$$\Delta Ep_B^C = Ep_C - Ep_B = -0{,}0075 \ J - (-0{,}01 \ J) = +0{,}0025 J$$

Como ves, <u>a enerxía potencial aumenta</u>. Polo tanto <u>o traballo é negativo</u>, é dicer temos que facer traballo contra as forzas do campo.

E se o desprazamento da segunda carga fora de C a B? Pois perderíamos enerxía potencial e o campo realizaría o traballo.

18.- Duas cargas de -3 μC cada unha estan situadas nos pontos (0, 0) e (3, 0). Calcula:
a) A enerxía potencial do sistema,
b) O traballo necesario para trasladar a carga que está en (3, 0) ata o infinito.

As duas cargas son negativas e estan separadas 3 m. Podemos calcular a enerxía potencial do sistema na situación inicial:

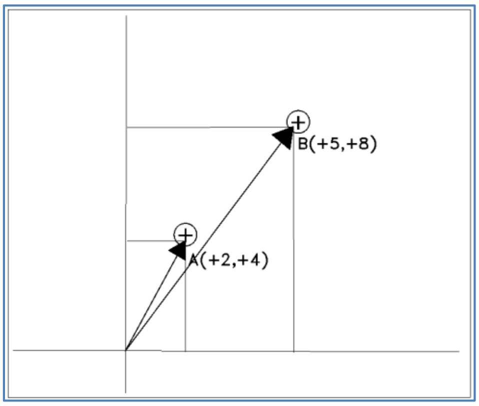
$$Ep_{inicial} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d_{1 \leftrightarrow 2}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-3 \cdot 10^{-6}) \cdot (-3 \cdot 10^{-6})}{3} \ J = +0{,}027 \ J$$

No infinito a enerxía potencial é cero (0). Se aceitamos que chega aló con "velocidade cero" enton a enerxía final é cero:

$$W_{posición\ inicial}^{\infty} = -\Delta Ep_{posición\ inicial}^{\infty} = -[0 \ j - (+0{,}027 \ J)] = +0{,}027 \ J$$

Observa que o traballo é positivo, pois realiza-o o campo. A variación de enerxía potencial é negativa: perdemos enerxía potencial e obtemos traballo.

19.-Duas cargas de 20 µC e de 1pC estan situadas respetivamente nos pontos A(2, 4) e B(5, 8). Calcula:
a) A enerxía potencial do sistema.
b) Cal é o valor da forza de repulsión entre elas?
c) Cal será a enerxía cinética da segunda carga cando chegue ao infinito?



a) Coa situación das duas cargas da figura, o inicial debe ser calcular o vetor de posición da segunda carga tomando como referencia a primeira:

$\vec{r}_{A\to B} = (+5, +8) - (+2, +4) = (+3, +4) = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} \quad (m)$

E a distancia será o seu módulo: $r_{A\to B} = 5\, m$

Xa podes calcular a enerxía potencial do sistema:

$$Ep_{inicial} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{r_{A\leftrightarrow B}} = 3{,}6 \cdot 10^{-8}\, J$$

b) Baixo as mesmas condicións podes calcular a forza entre as cargas:

$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{K \cdot q_A \cdot q_B}{r_{A\to B}^3} \cdot \vec{r}_{A\to B} = 4{,}32 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} + 5{,}76 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath} \ (N)$$

c)Fagamos un balanzo de enerxías:

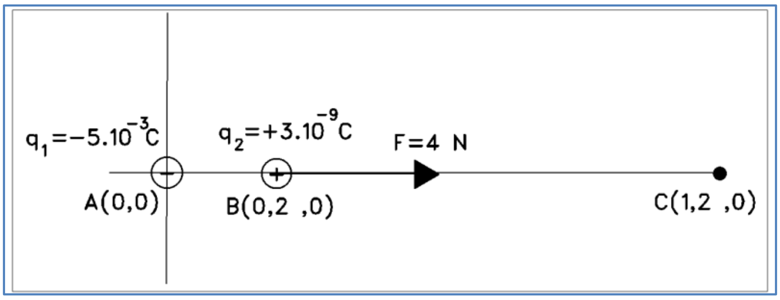
$$E_{mecánica\, inicial} = E_{mecánica\, final}$$

$$E_{potencial\, inicial} + E_{cinética\, inicial} = E_{potencial\, no\, \infty} + E_{cinética\, no\, \infty}$$

Consideremos agora que a enerxía cinética inicial era cero (estaba “quieto”, non tiña velocidade nidia) e a enerxía potencial no infinito é cero. Enton:

$$E_{potencial\, inicial} = E_{cinética\, no\, \infty} = 3{,}6 \cdot 10^{-8}\, J$$

20.- Duas cargas de -5mC e +3nC, estan situadas respetivamente nos pontos (0, 0) e (0,2 , 0) dun sistema escalado en metros. A primeira está fixa e a segunda está inicialmente quieta. Tiramos da segunda carga radialmente alonxando-nos da primeira cunha forza de 4 N. Calcula cal será a enerxía cinética da segunda carga cando se encontre a 1 m de distancia da posición inicial.



Este diagrama pretende expresar o problema definido no texto.

Calculemos a enerxía potencial cando as cargas estan situadas en A e B que é a enerxía potencial inicial, cando a distancia entres as cargas era 0,2 m:

$$Ep_{inicial} = Ep_{A\leftrightarrow B} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{r_{A\leftrightarrow B}} = -0{,}675\ J$$

Calculemos agora a enerxía potencial cando a segunda carga resultou desprazada ao ponto C, nesta posición a distancia entre as cargas é 1,2 m e será a enerxía potencial final:

$$Ep_{final} = Ep_{A\leftrightarrow C} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{r_{A\leftrightarrow C}} = -0{,}1125\ J$$

Agora fagamos un balanzo de enerxías tendo en conta que hai unha forza que realiza un traballo exterior ("tira" da segunda carga durante 1 m de distancia)

$$E_{mecánica\ inicial} = E_{mecánica\ final}$$

$$E_{potencial\ inicial} + E_{cinética\ inicial} + W_{exterior} = E_{potencial\ final} + E_{cinética\ final} \quad (1)$$

Aceitamos que a enerxía cinética inicial é cero (estaba "quieta") ecalculamos o traballo exterior:

$$W_{exterior} = \vec{F}_{exterior} \cdot \Delta\vec{r} = 4\ N \cdot 1\ m = 4\ J$$

Agora sustituímos en (1):

$$4\ J + (-0{,}675\ J) + 0J = (-0{,}1125\ J) + E_{cinética\ final}$$

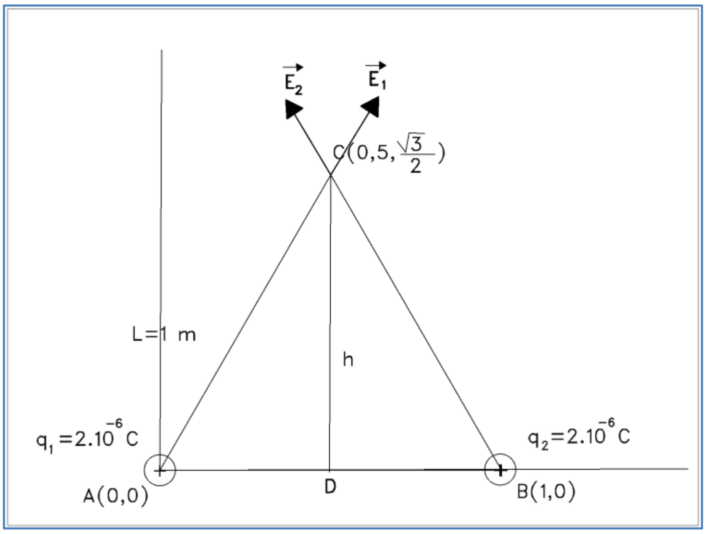
$$E_{cinética\ final} = 3{,}4375\ J$$

22.-En dous dos vértices dun triángulo equilátero de 1 m de lado, hai duas cargas de +2 µC. Calcula:
a) o campo e o potencial elétrico no terceiro vértice.
b) Se situamos nese terceiro vértice unha terceira carga de -1 µC, calcula a forza á que se ve sometida e a enerxía cinética coa que pasará polo ponto medio do lado que une ás duas primeiras

Deberías estar preparado para enfrontarte a este exercicio sen problemas. Ademais fixémolo na aula.

Verás nas túas notas que na clase utilicei un método baseado na simetría que me permitía un modo sinxelo de recortar operacións. Poren, agora, vou facer uso dunha ténica máis ortodoxa para que vexas que aocabo trata-se de escoller o camiño que resulte máis acaído.

a) Coma sempre fago unha representación do problema e sitúo o sistema de coordenadas:



Como podes aprezar, sitúei a orixe de coordenadas no vértice A. Enton o vértice B resulta coas coordenadas indicadas na figura.

Tiven que calcular as coordenadas do vértice C e para elo tiven que calcular a altura h por medio do teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 1^2 - 0{,}5^2 \rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (m)$$

Este calculo tamén se pode facer con decimais e apróximando. Vai dar o mesmo, máis se tés unha calculadora do tipo **Casio fx-82SPXII** pois xa o racionaliza ela.

Agora imos calcular o campo elétrico no vértice C:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A\rightarrow C} + \vec{E}_{B\rightarrow C} \quad (1)$$

Comezamos co campo que crea A en C e para elo precisamos o vetor $\boldsymbol{\vec{r}_{A\rightarrow C}}$

$$\vec{r}_{A\rightarrow C} = \left(0{,}5\,,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (0{,}0) = 0{,}5\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{\jmath}$$

De módulo: $r_{A\rightarrow C} = 1\ m$

$$\vec{E}_{A\to C} = \frac{K \cdot q_A}{r_{A\to C}^3} \cdot \vec{r}_{A\to C} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1} \cdot (0{,}5\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{A\to C} = 9000\,\vec{\imath} + 9000 \cdot \sqrt{3}\,\vec{\jmath}\ (\frac{N}{C})$$

$$\vec{E}_{A\to C} = 9000\,\vec{\imath} + 15588{,}46\,\vec{\jmath}\ (\frac{N}{C})$$

Agora calculamos o campo que crea B en C e para elo precisamos o vetor $\boldsymbol{\vec{r}_{B\to C}}$

$$\vec{r}_{A\to C} = \left(0{,}5\,,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1{,}0) = -0{,}5\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{\jmath}$$

De módulo: $r_{B\to C} = 1\ m$

$$\vec{E}_{B\to C} = \frac{K \cdot q_A}{r_{B\to C}^3} \cdot \vec{r}_{A\to C} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1} \cdot (-0{,}5\,\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{\jmath})$$

E ao cabo:

$$\vec{E}_{B\to C} = -9000\,\vec{\imath} + 15588{,}46\,\vec{\jmath}\ (\frac{N}{C})$$

E como ves ao sumar os dous campos as componentes en X anúlan-se e fica como resultado:

$$\boldsymbol{\vec{E}_C \cong 31177\,\vec{\jmath}\ (\frac{N}{C})}$$

O calculo do potencial elétrico é ben fácil:

$$V_C = V_{A\to C} + V_{B\to C}$$

$$V_C = \frac{K \cdot q_A}{r_{A\to C}} + \frac{K \cdot q_B}{r_{B\to C}} = \boldsymbol{36000\ V}$$

b)Para calcular a forza sobre unha terceira carga de $-1\mu C$ pois só teremos que multiplicar polo campo elétrico no ponto C:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}_C = -10^{-6} C \cdot 31177\,\vec{\jmath}\ \left(\frac{N}{C}\right) = -0{,}031\,\vec{\jmath}\ (N)$$

Como ves, a forza está dirixida hacia o ponto D.

Para calcular a enerxía cinética da carga de proba cando pase polo ponto D:

$$E_{mecánica\, en\, C} = E_{mecánica\, en\, D}$$

$$\boldsymbol{E_{cinética\ en\ C} + E_{potencial\ en\ C} = E_{cinética\ en\ D} + E_{potencial\ en\ D}\ (1)}$$

Imos aceitar que inicialmente estaba en repouso e polo tanto que a súa enerxía cinética inicialmente era cero.

Calculamos a enerxía potencial en C:

$$E_{potencial\, en\, C} = q \cdot V_C = -0{,}036\ J$$

Para calcular a enerxía potencia en D preciso de calcular antes o potencial en D:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D}$$

$$V_D = \frac{K \cdot q_A}{r_{A\to D}} + \frac{K \cdot q_B}{r_{B\to D}} = 72000\ V$$

Supoño que tes en conta que en D a distancia entre cada carga e o ponto D é 0,5 m, polo tanto é obvio que se multiplica por 2.

Polo tanto podemos xa calcular a enerxía potencial en D:

$$E_{potencial\, en\, D} = q \cdot V_D = -0{,}072\ J$$

E agora se sustituímos na expresión (1):

$$0\ J + (-0{,}036\ J) = (-0{,}072\ J) + E_{cinética\ en\ D}$$

$$\boldsymbol{E_{cinética\ en\ D} = +0,036\ J}$$