Tema de introdución

1.-Magnitudes

- Fundamentais e derivadas
- Escalares e vetoriais

2.-Vetores. Calculo vetorial.

3.- Elementos de Mecánica

- Cinemática
- Dinámica
- Traballo e enerxía

Magnitudes fundamentais e derivadas

1.-Magnitudes fundamentais son aquelas que se definen por si mesmas e son escollidas por convenio. Representanse por medio dunha inicial .

Exempros: masa (M), lonxitude (L), tempo (T)

2.-Magnitudes derivadas son as que se definen en función das fundamentais por medio de relacións matemáticas denominadas ecuacións de dimensións.

Exempros: superficie (S), volume (V), velocidade (v)

$$[S] = L^2 \quad [V] = L^3 \quad [v] = L \cdot T^{-1}$$

Magnitudes escalares e vetoriais

1.-Magnitudes escalares son aquelas que fican perfetamente definidas por medio dunha cifra que indica a cantidade, e por unha unidade.

Exempro: temperatura (20ºC), tempo (30 s)

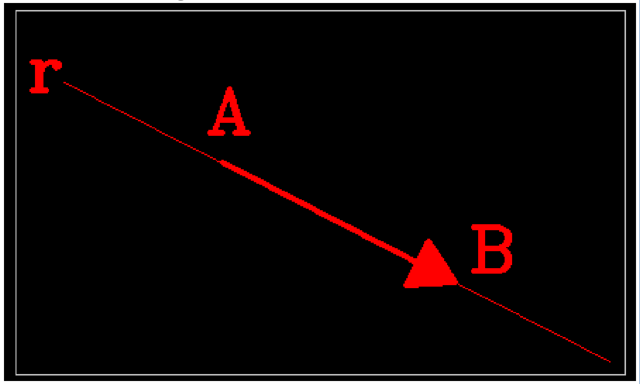
2.-Magnitudes vetoriais son aquelas que ademais de precisar unha cifra que indica a súa intensidade, e unha unidade, teñen que ser representadas por vetores pois precisamos ademais establecer:

- Ponto de aplicación
- Direción
- Sentido

Exempro: posición ($\vec{r}$), velocidade ($\vec{v}$), aceleración ($\vec{a}$)

Vetores

Un vetor é un segmento orientado que consta de:

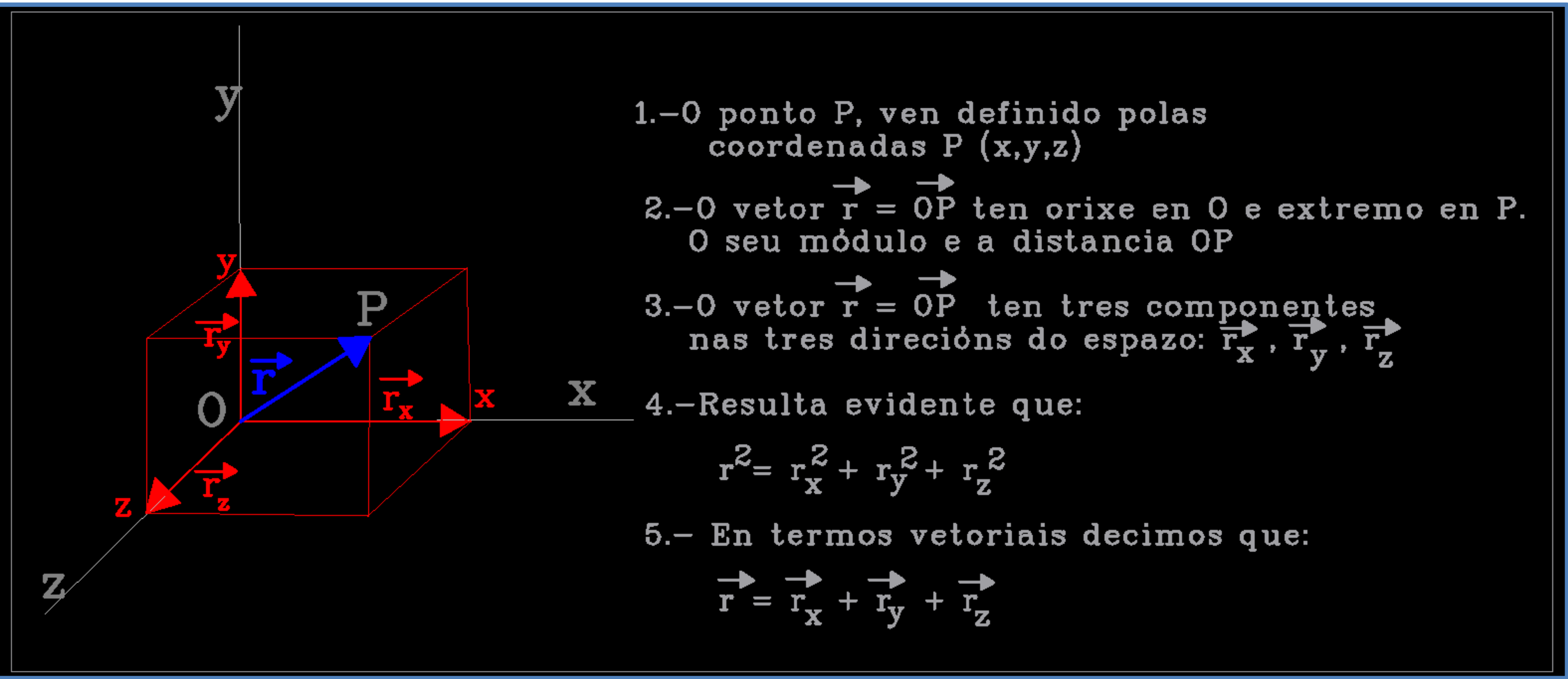


- Ponto de aplicación (A)
- Extremo (B)
- Direción: reta que o conten (r)
- Sentido: o da ponta de frecha
- Módulo: é a intensidade coa que se manifesta a magnitude. Representa-se coa lonxitude do segmento, ou sexa a distancia $\overline{AB}$.

NOTA:A maioría das magnitudes vetoriais poden-se representar por medio de vetores livres,que son aqueles independentes da localización do vetor.

Sistema de coordenadas vetoriais

- Consideramos un sistema de referencias ou de coordenadas que podemos considerar fixo.
- Tomaremos como tal un <u>sistema ortogonal</u>, formado por tres eixes perpendiculares entre sí, que se cortan no ponto orixe O (0,0,0).



Sistema de vetores unitarios

- Sobre o sistema ortogonal podemos, sobre cada eixe, definir vetores unitarios: vetores de módulo 1 e dirixidos de acordo cos eixes:

$$\overrightarrow{u_x} = \vec{i} \quad \overrightarrow{u_y} = \vec{j} \quad \overrightarrow{u_z} = \vec{k}$$

- Podemos representar cada vetor en x, y e z como unha cantidade escalar co unitario correspondente:

$$\overrightarrow{r_x} = x \cdot \vec{i} \qquad \overrightarrow{r_y} = y \cdot \vec{j} \qquad \overrightarrow{r_z} = z \cdot \vec{k}$$

- Polo tanto, dado o vetor: $\vec{r} = \overrightarrow{r_x} + \overrightarrow{r_y} + \overrightarrow{r_z}$ represetaremo-lo como: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,
 e o seu módulo virá dado por: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Vetor unitario en $\vec{r}$

- Dado un vetor $\vec{r}$, sempre podemos calcular e definir un vetor unitario que teña a mesma direción e sentido que $\vec{r}$, nomeado como $\overrightarrow{u_r}$
- Para elo só temos que dividir o vetor $\vec{r}$ entre o seu módulo $[\vec{r}] = r$

$$\overrightarrow{u_r} = \frac{\vec{r}}{[\vec{r}]} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\ \vec{i} + y\ \vec{j} + z\ \vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

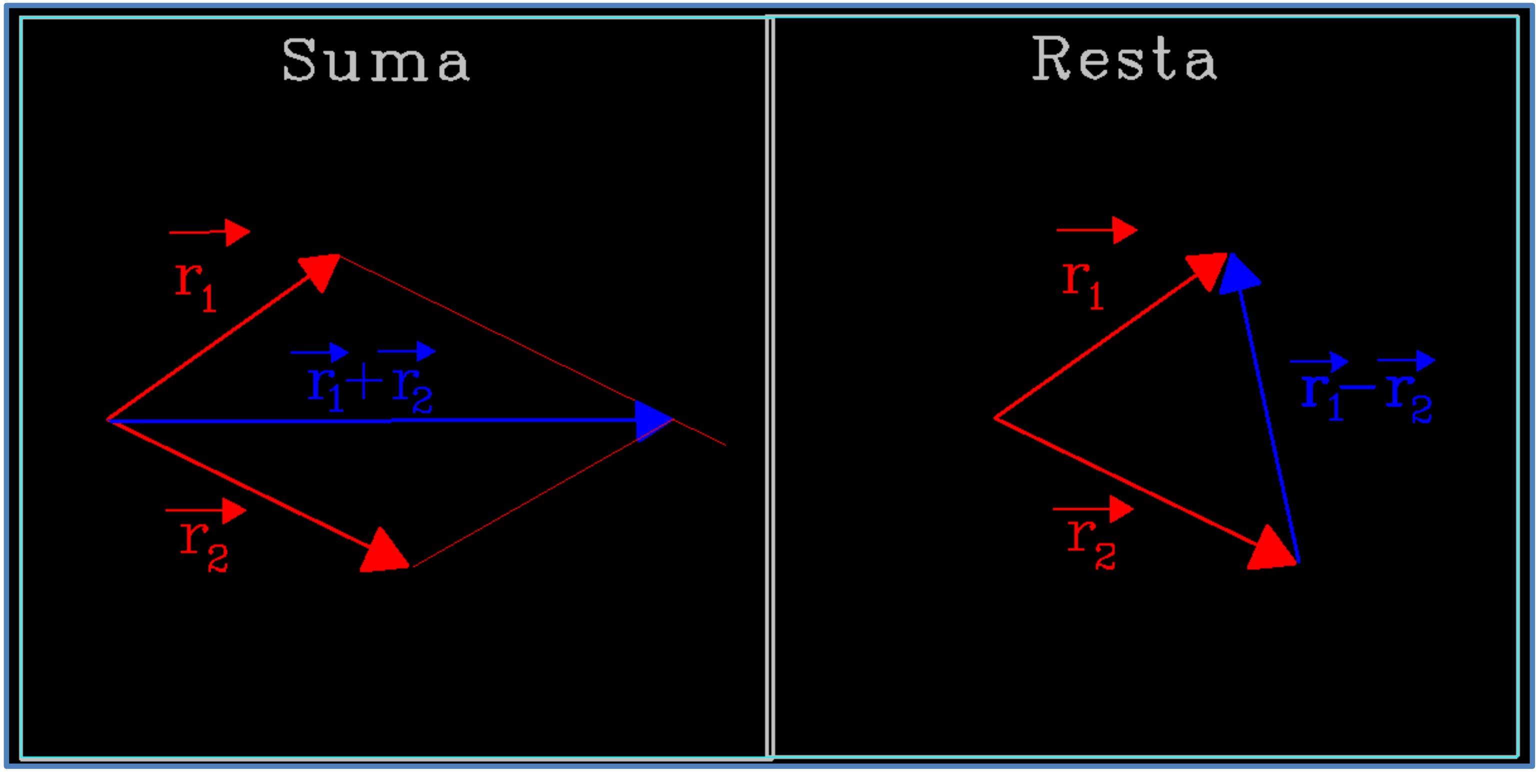
Suma e resta de vetores

- Dados os vetores:

$\vec{r_1} = x_1\vec{\imath} + y_1\vec{\jmath} + z_1\vec{k}$, e $\vec{r_2} = x_2\vec{\imath} + y_2\vec{\jmath} + z_2\vec{k}$

definimos:

$$\vec{r_1} + \vec{r_2} = (x_1 + x_2)\vec{\imath} + (y_1 + y_2)\vec{\jmath} + (z_1 + z_2)\vec{k}$$
$$\vec{r_1} - \vec{r_2} = (x_1 - x_2)\vec{\imath} + (y_1 - y_2)\vec{\jmath} + (z_1 - z_2)\vec{k}$$



Produto escalar

- Dados dous vetores $\vec{\mathrm{A}}$ e $\vec{\mathrm{B}}$, defínese o produto escalar como a operación:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot cos\alpha$$

- Nesa expresión A e B son os módulos dos vetores, e α o ángulo que forman.
- As súas propiedades son

1. O resultado é un escalar.
2. É comutativo: $\vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{B}} = \vec{\mathrm{B}} \cdot \vec{\mathrm{A}}$
3. $\vec{\mathrm{A}} \cdot \left(\vec{\mathrm{B}} \pm \vec{\mathrm{C}}\right) = \vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{B}} \pm \vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{C}}$
4. Se K=escalar, enton: $\left(\mathrm{K} \cdot \vec{\mathrm{A}}\right) \cdot \vec{\mathrm{B}} = \mathrm{K} \cdot \left(\vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{B}}\right) = \vec{\mathrm{A}} \cdot (\mathrm{K} \cdot \vec{\mathrm{B}})$
5. $\vec{\mathrm{A}} \cdot \vec{\mathrm{B}} = 0$ si A=0 e/ou B=0 ou se α=90º, ou sexa $\vec{\mathrm{A}}$ e $\vec{\mathrm{B}}$ son perpendiculares.

Produto escalar en función de componentes

1.-De vetores unitarios:

- Perpendiculares: $\vec{\imath}\cdot\vec{\jmath}=\vec{\jmath}\cdot\vec{k}=\vec{\imath}\cdot\vec{k}=0$
- Paralelos: $\vec{\imath}\cdot\vec{\imath}=1\cdot1\cdot\cos 0^0=1$

  e polo tanto tamén : $\vec{\jmath}\cdot\vec{\jmath}=\vec{k}\cdot\vec{k}=\vec{\imath}\cdot\vec{\imath}=1$

2.-Dados dous vetores:

$\vec{A}=x_1\vec{\imath}+y_1\vec{\jmath}+z_1\vec{k}$ e $\vec{B}=x_2\vec{\imath}+y_2\vec{\jmath}+z_2\vec{k}$

enton:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$$

Produto vetorial

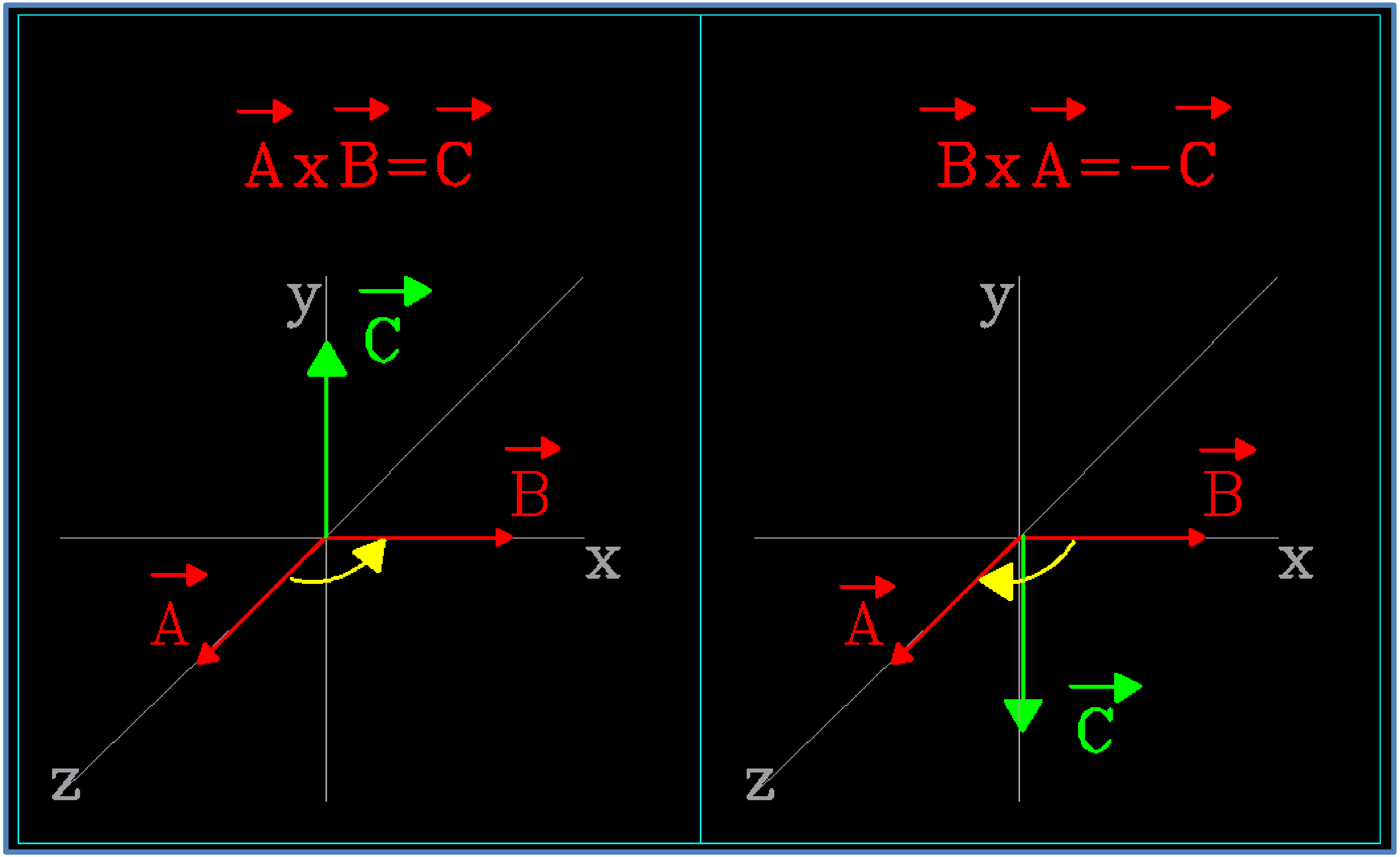
- Dados dous vetores $\overrightarrow{\mathrm{A}}$ e $\overrightarrow{\mathrm{B}}$, defínese o produto vetorial como a operación:

$$\vec{A} * \vec{B} = \vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$$

- O vetor $\vec{C}$:

1. Ten como módulo: $\mathrm{C} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} \cdot \mathrm{sen}\,\alpha$, onde o ángulo α é o que forman os vetores entre sí.
2. Ten como direción a da reta r perpendicular ao plano formado por $\overrightarrow{\mathrm{A}}$ e $\overrightarrow{\mathrm{B}}$.
3. Ten como sentido o dado por un sacarrollas que xirara de $\overrightarrow{\mathrm{A}}$ a $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ polo camiño máis curto.

O produto vetorial non é comutativo



Propiedades do produto vetorial

1. O resultado é un vetor.
2. Non é comutativo: $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$
3. $\vec{A} \times (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} \pm \vec{A} \times \vec{C}$
4. $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ cando:

- $\vec{A} = 0$ e/ou $\vec{B} = 0$
- $\text{sen}\,\alpha = 0$ e tal situación acontece no caso de que $\alpha = 0^0$ ou $\alpha = 180^0$, ou sexa cando as direcións dos vetores sexa a mesma ou as retas que as definen sexan paralelas

Produto vetorial en función de componentes

1.- De vetores unitarios:

- Paralelos: $\vec{\imath} \times \vec{\imath} = \vec{\jmath} \times \vec{\jmath} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$
- Perpendiculares:

a) Módulo: $[\vec{\imath} \times \vec{\jmath}] = 1 \cdot 1 \cdot sen\, 90^0 = 1$

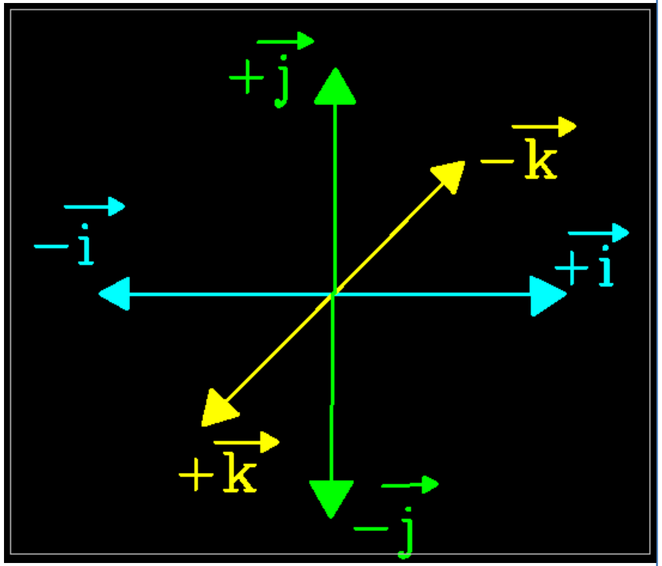
b) Direción e sentido: $\vec{\imath} \times \vec{\jmath} = +\vec{k}$

E polo tanto: $\vec{\jmath} \times \vec{\imath} = -\vec{k}$

Do mesmo xeito:

$\vec{\jmath} \times \vec{k} = +\vec{\imath} \quad e \quad \vec{k} \times \vec{\jmath} = -\vec{\imath}$

$\vec{k} \times \vec{\imath} = +\vec{\jmath} \quad e \quad \vec{\imath} \times \vec{k} = -\vec{\jmath}$



Produto vetorial en función de componentes

2.- Dados dous vetores:

$$\vec{A} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \quad \text{e} \quad \vec{B} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

enton:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1)\vec{i} + (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1)\vec{j} + (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)\vec{k}$$

Comproba-o.

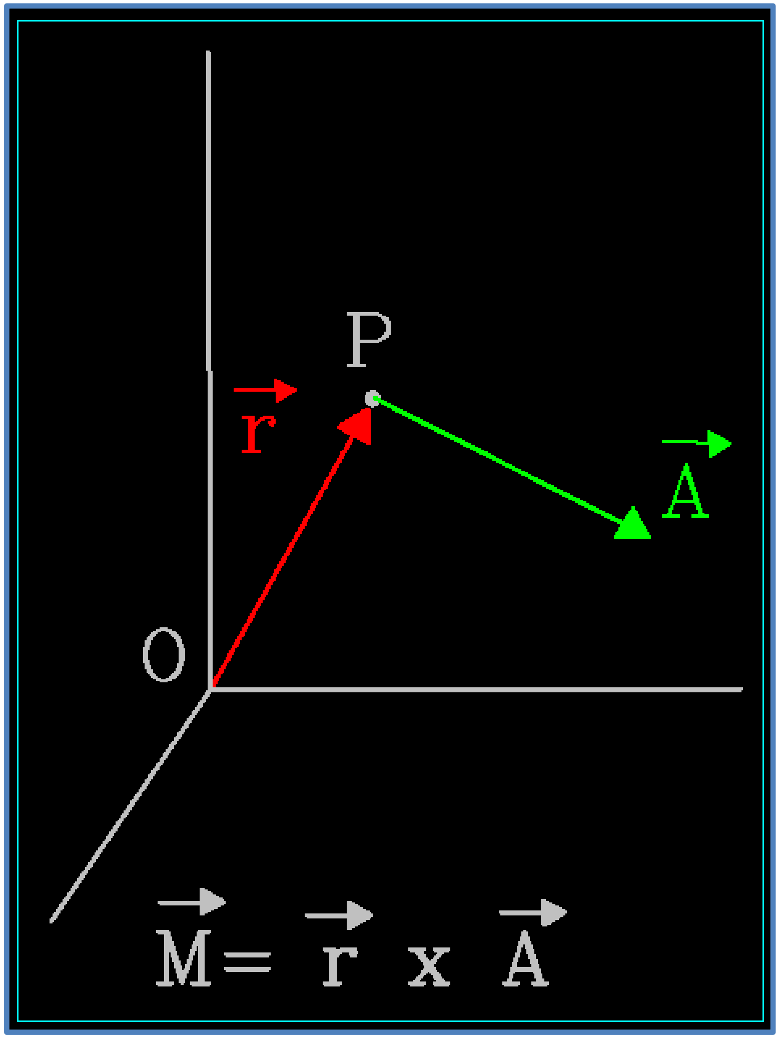
Póde-se resolver asimesmo mediante o determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Aplicacións do produto vetorial : momento dun vetor respeto dun ponto

O momento do vetor $\overrightarrow{\mathbf{A}}$ respeto do ponto **O**, é o produto vetorial do vetor de posición $\vec{\mathbf{r}}$ do ponto **P**, ponto de aplicación de $\overrightarrow{\mathbf{A}}$, polo vetor $\overrightarrow{\mathbf{A}}$.

$$\vec{M} = \overrightarrow{OP} \times \vec{A} = \vec{r} \times \vec{A}$$



Aplicacións do produto vetorial : momento angular

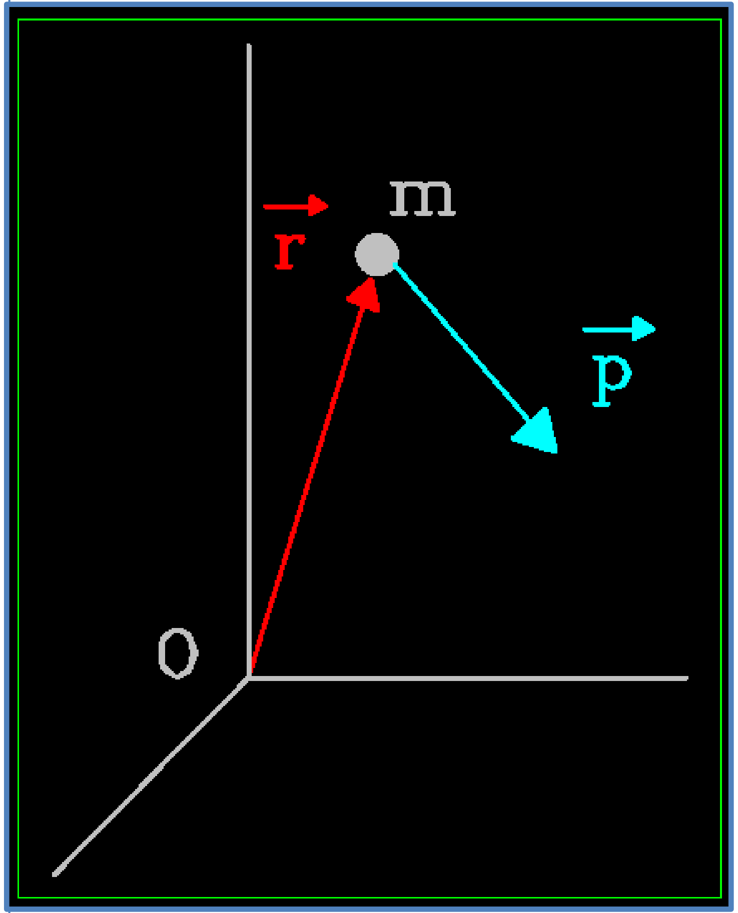
Sexa un corpo de masa **m** que se move con velocidade $\vec{\mathbf{v}}$ e ocupa a posición dada por $\vec{\mathbf{r}}$.

Enton a súa cantidade de movemento é:

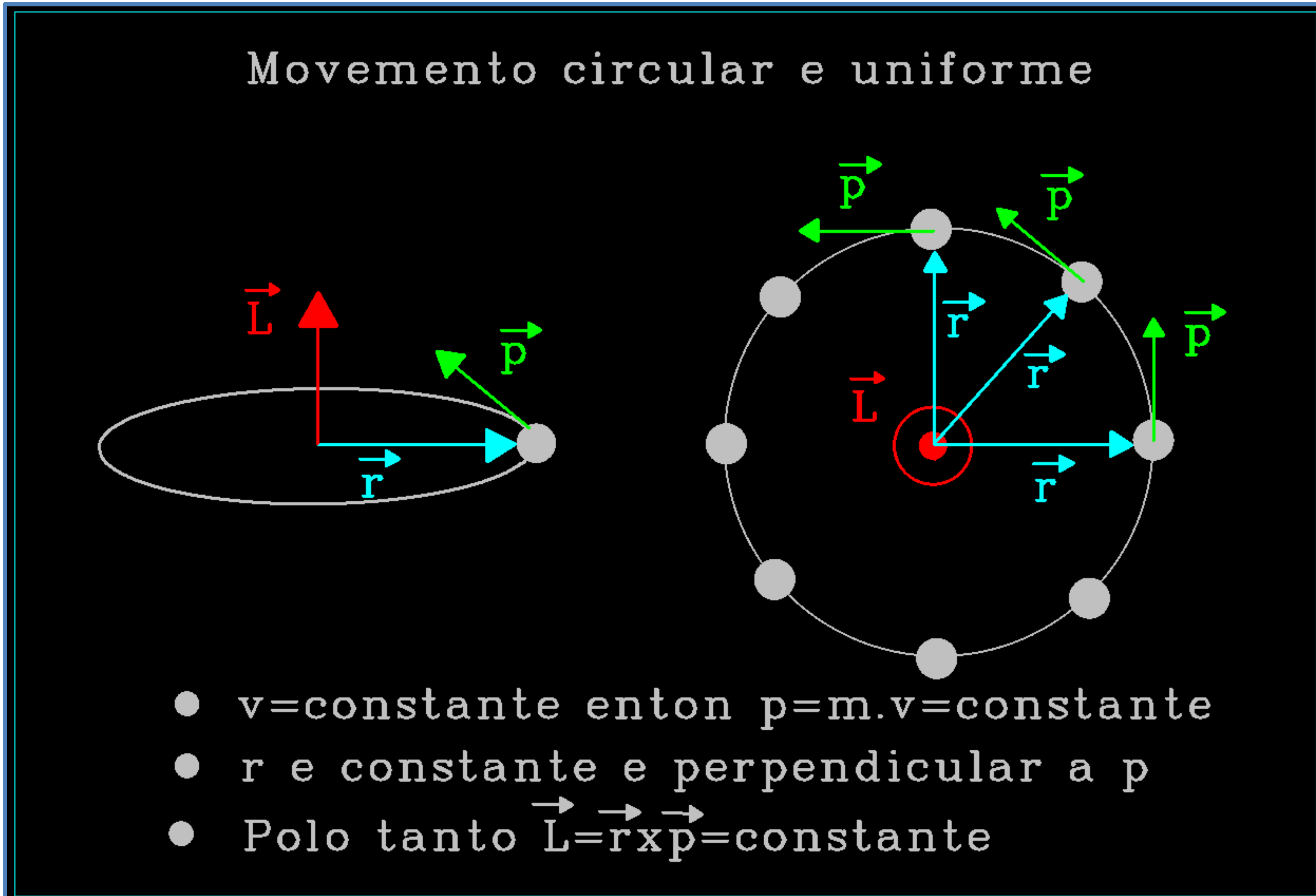
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Defínese momento angular, $\vec{\mathbf{L}}$ como o produto vetorial:

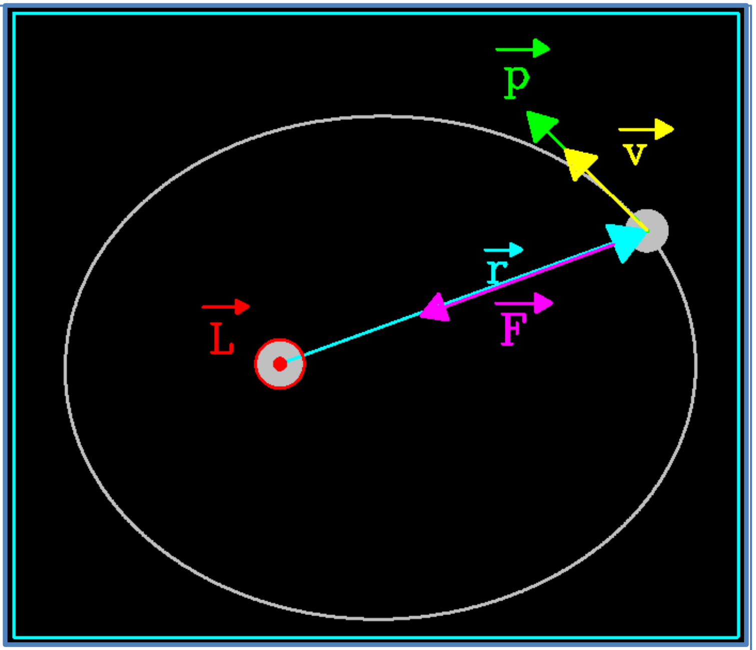
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$



O momento angular no movemento circular uniforme



O momento angular nun movemento sometido a unha forza central é constante



Unha forza central, é unha forzaque atúa sobre un corpo que se move en órbita arredor dese centro.
É o caso da órbita dun planeta arredor do Sol.

Por defición:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

- Derivamos a ecuación respeto do tempo :

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v} \ \rightarrow \ \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- No primeiro termo como $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \rightarrow \vec{v} \times m \cdot \vec{v} = 0$
- No segundo termo $m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}$, e $\vec{r} \times \vec{F} = 0$
- Polo tanto: $\boldsymbol{\frac{d\vec{L}}{dt} = 0}$, e enton :

$\boldsymbol{\vec{L} = constante}$, polo tanto é constante en módulo, en direción e en sentido.

Función vetorial

- É unha función que da como resultado un vetor atuando sobre un escalar:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}$$

- En función de componentes:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$$

- Este tipo de funcións son as que decote teñen como fin expresar variabeis vetoriais suxeitas a cambios en función do tempo, como por exempro a posición, a velocidade, a aceleración ou a forza.

Derivada dunha función vetorial

- Dada unha función vetorial $\vec{r}(t)$, defínese a súa derivada como:

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Si $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, enton:

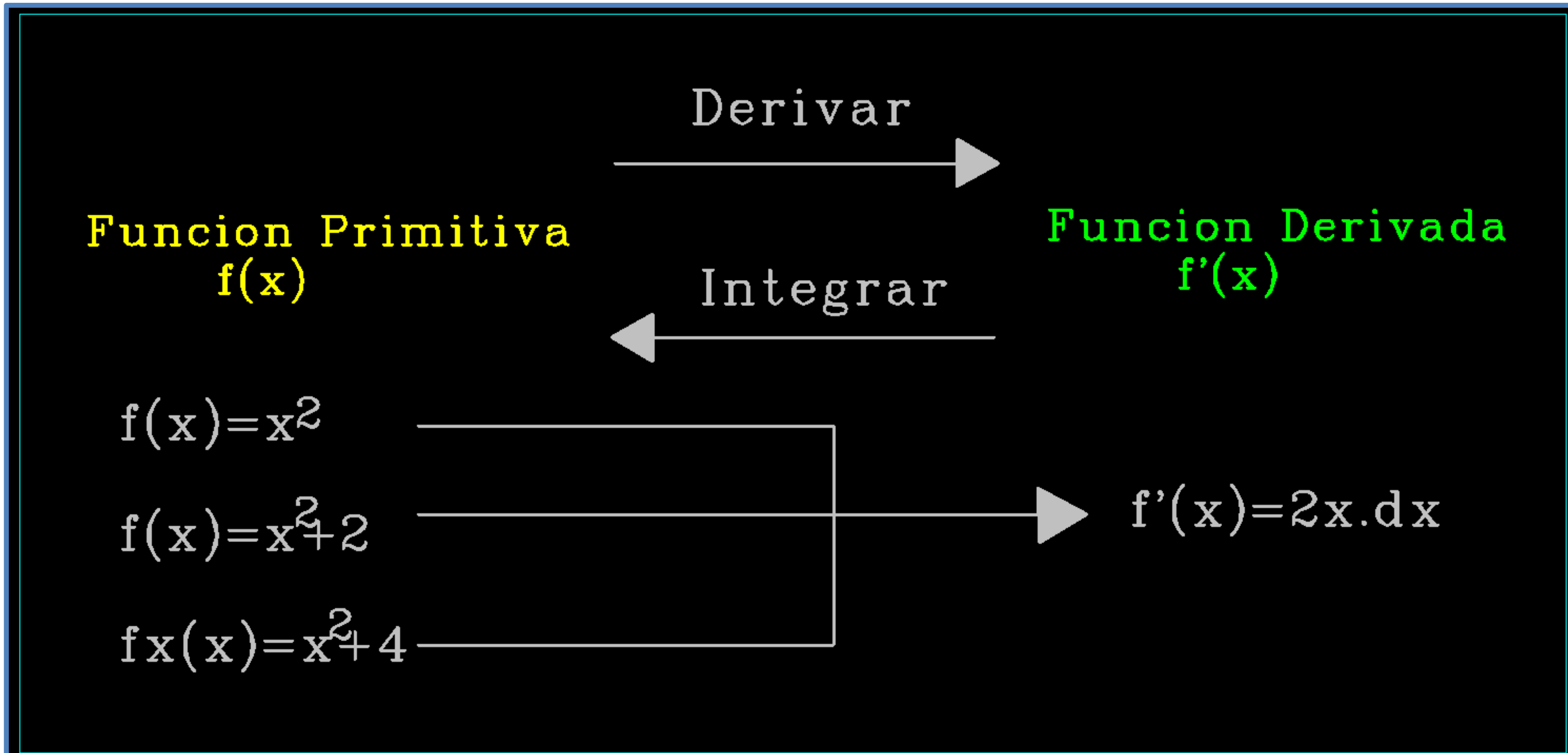
$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx\,(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy\,(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz\,(t)}{dt}\vec{k}$$

que podemos escreber tamén como:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}k$$

Integración dunha función

A operación de integración, é a inversa da operación de derivación.



Representase : $\int f'(x) = f(x) + C$

Integración dunha función vetorial

- No caso dunha función vetorial dependente do escalar **t** tais que $\overrightarrow{f'}(t) = \vec{V}(t)$ e $\vec{f}(t) = \overrightarrow{W}(t)$

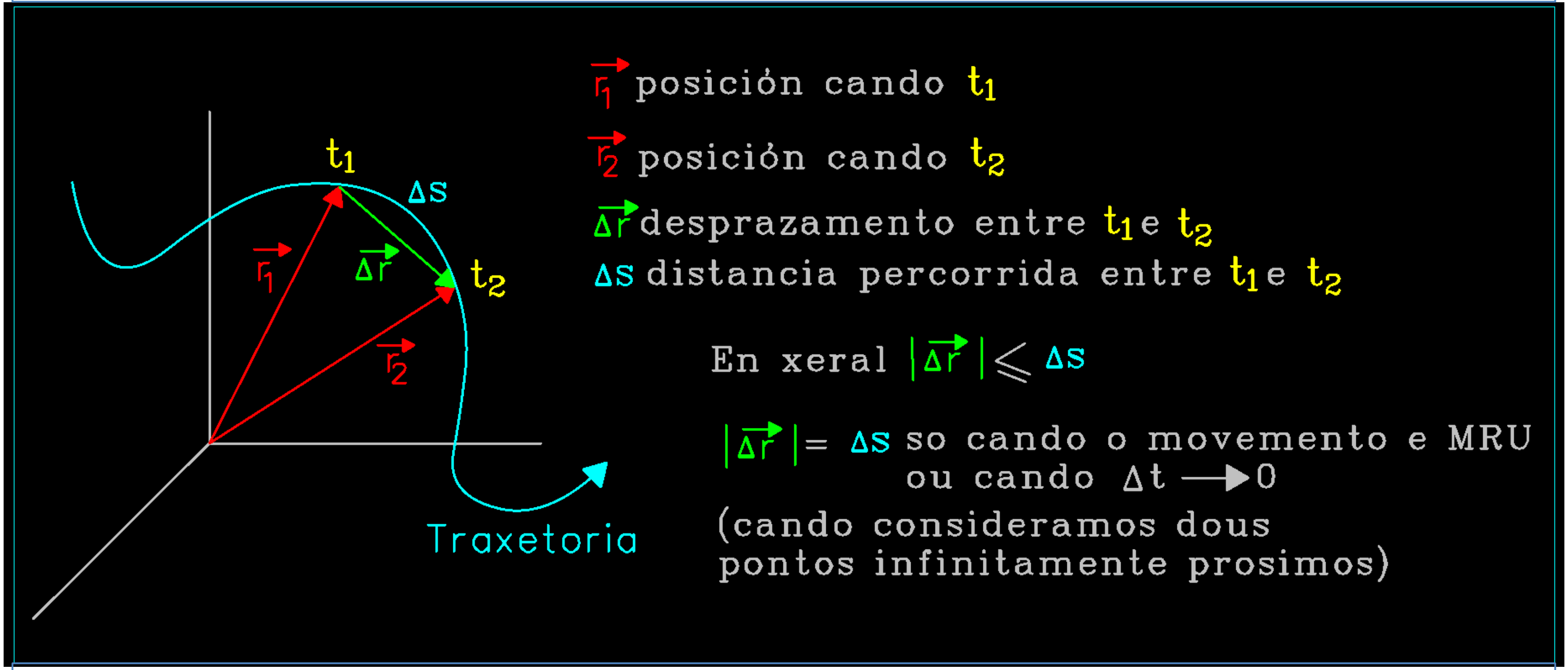
$$\int \vec{V}(t) = \overrightarrow{W}(t) + \vec{C}$$

- E se integramos entre límites (valor mínimo e máximo do escalar):

$$\int_a^b \vec{V}(t) = \overrightarrow{W}(b) - \overrightarrow{W}(a)$$

Repaso de cinemática:
posición, vetor desprazamento, traxetoria

Consideramos o movemento dunha partícula pontual nun sistema de referencia fixo e ortogonal.



Para coñecer a posición en calquera instante, temos que determinar a función: $\vec{r}(t) = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$

Repaso de cinemática:
velocidade media e velocidade instantanea

- Defínese a **velocidade media** ($\overrightarrow{v_m}$)como:

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}}{t_2 - t_1}$$

que é un vetor coa direción e sentido de $\Delta\vec{r}$

- Defínese **velocidade instantanea** ($\vec{v}$) á velocidade nun instante, é decir, a velocidade cando $\Delta t \rightarrow 0$ (cando os pontos 1 e 2 estexan moi perto):

$$\vec{v} = lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

- Tamen, de acordo co anterior:

$$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath} + v_z\vec{k}$$

- E o seu módulo sería:

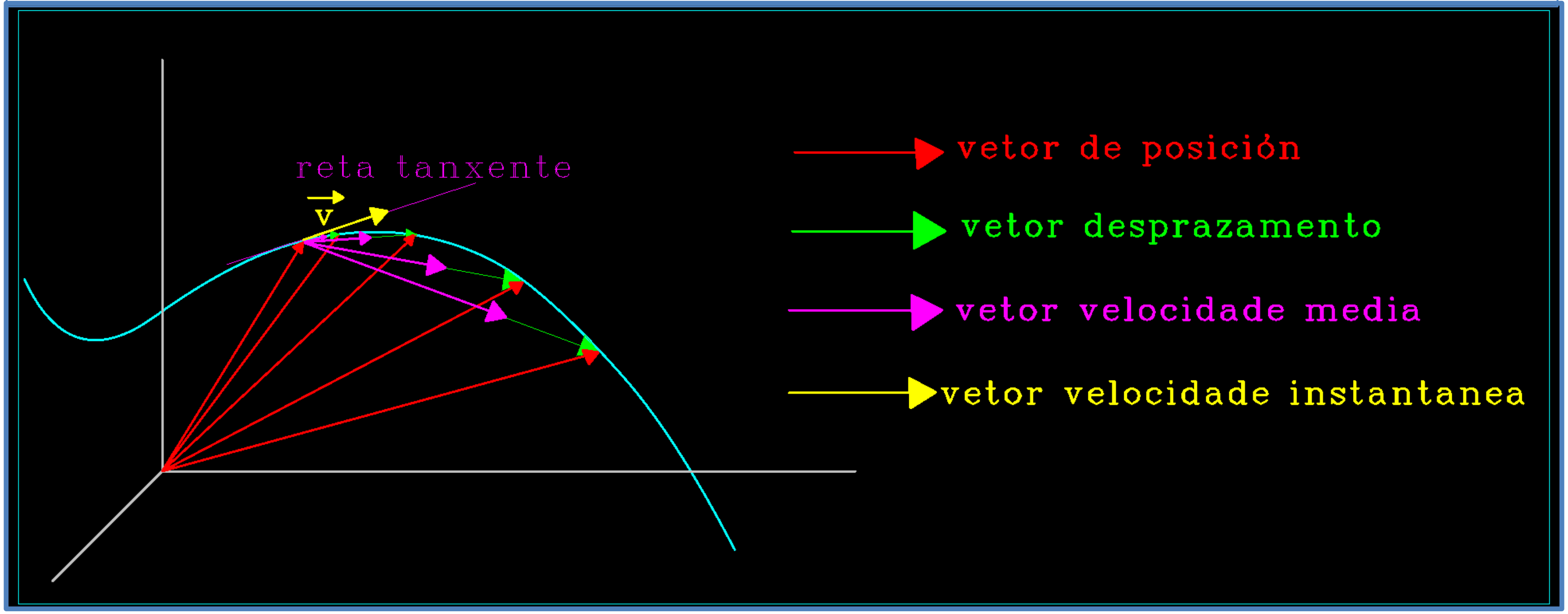
$$v^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2$$

A ese valor denominamos-lle **celeridade (c).**

Repaso de cinemática:

a velocidade instantanea é un vetor tanxente á traxetoria

Na seguinte figura aprezase que o vetor velocidade instantanea é un vetor tanxente á traxetoria:

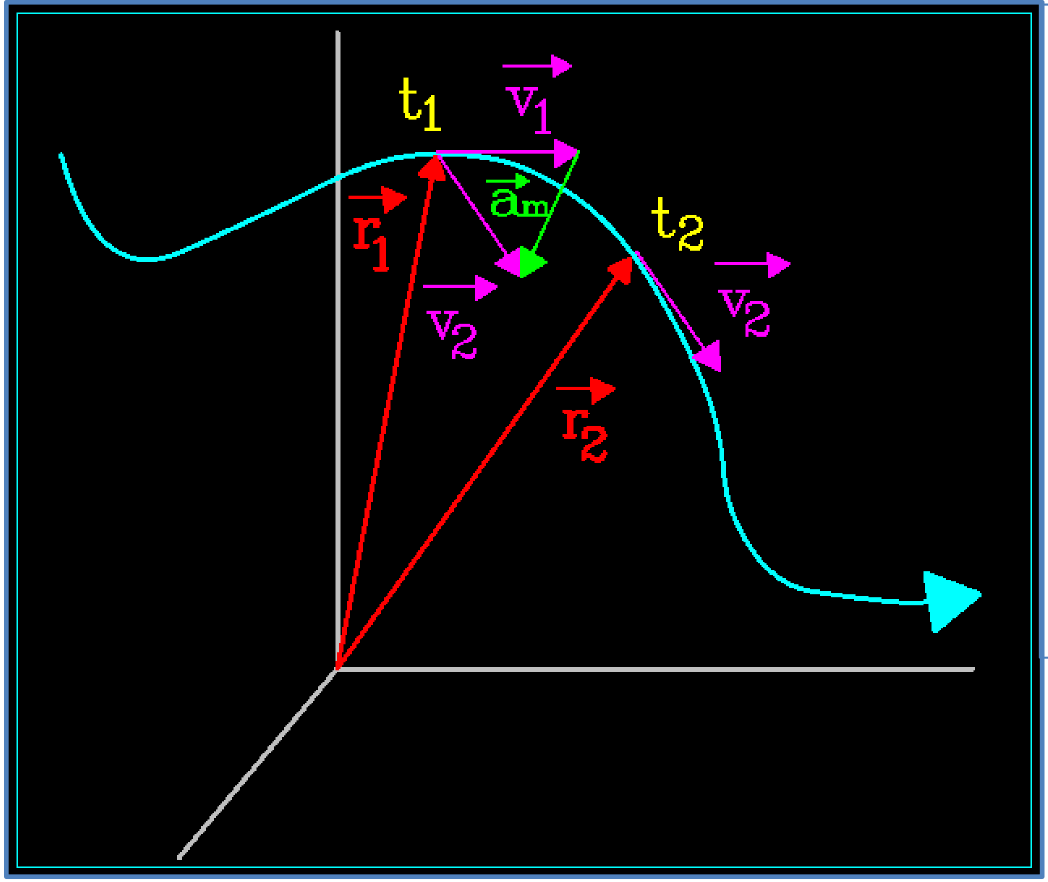


Como $\vec{v}$ é tanxente, e o seu módulo é **c** podemos definir un vetor unitario tanxente: $\overrightarrow{u_t} = \frac{\vec{v}}{c}$ e polo tanto : $\vec{v} = c \cdot \overrightarrow{u_t}$

Repaso de cinemática:

aceleración media

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{t_2 - t_1}$$



Graficamente, a aceleración media está dirixida hacia o interior da curva, hacia o centro de curvatura da traxetoria

Repaso de cinemática:
aceleración instantanea

- Como no caso da velocidade, se escollemos dous pontos moi achegados tais que $t_2 \rightarrow t_1$, é decir de tal xeito que $\Delta t \rightarrow 0$ enton temos:

$$lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

que é a aceleración instantanea.

- A aceleración instantanea será un vetor dirixido hacia o interior da curva da liña de traxetoria.

Repaso de cinemática:
componentes intrínsecas da aceleración

- Acabamos de ver que :$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ e vimos que $\vec{v} = c \cdot \overrightarrow{u_t}$
- Sustituímos na primeira e derivamos: $\vec{a} = \frac{d(c \cdot \overrightarrow{u_t})}{dt}$ e resulta:

$$\vec{a} = \frac{dc}{dt} \cdot \overrightarrow{u_t} + c \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{dt} \quad (1)$$

- O primeiro termo indica a variación do módulo da velocidade respeto do tempo. É un vetor tanxente á traxetoria e defínese como aceleración tanxencial.

$$\overrightarrow{a_t} = \frac{dc}{dt}\overrightarrow{u_t}$$

Repaso de cinemática:
componentes intrínsecas da aceleración

O segundo termo require un estudo algo máis complexo.

Imos demostrar que $c \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{dt}$ é normal á traxetoria. Para elo imos multiplicar e dividir por ds:

$$c \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} = c^2 \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} \quad (2)$$

Agora observa que: $\overrightarrow{u_t} \cdot \overrightarrow{u_t} = 1$ e se derivamos con respeto a s:

$$\overrightarrow{u_t} \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} + \overrightarrow{u_t} \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} = 0 \ \rightarrow 2 \cdot \overrightarrow{u_t} \cdot \frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} = 0$$

Como o produto escalar da cero o termo $\frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds}$ é perpendicular a $\overrightarrow{u_t}$ e polo tanto é normal á traxetoria: $\frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} = k \cdot \overrightarrow{u_N}$ onde K é unha constante (curvatura) e $\overrightarrow{u_N}$ un vetor normal á traxetoria.

Repaso de cinemática:

componentes intrínsecas da aceleración

- Como a curvatura é $K = \frac{1}{R}$ sustituíndo en : $\frac{d\overrightarrow{u_t}}{ds} = k \cdot \overrightarrow{u_N}$ e logo na ecuación (2) obtemos un termo : $\frac{c^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$ que chamaremos aceleración normal ou centrípeta.
- A aceleración normal ou centrípeta é un vetor normal á traxetoria que non modifica o módulo da velocidade máis si a súa direción, provocando a curvatura da traxetoria.
- En suma, a aceleración apresenta duas componentes, unha tanxencial que modifica o módulo da velocidade, e outra normal que modifica a direción da velocidade.

$$\vec{a} = \frac{dc}{dt} \cdot \overrightarrow{u_t} + \frac{c^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_n}$$

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n}$$

Tipos de movementos

1.-Movementos retilíneos: son aqueles nos que $\overrightarrow{a_n} = 0$ (o raio de curvatura tende a ∞).

Nestes pode acontecer que:

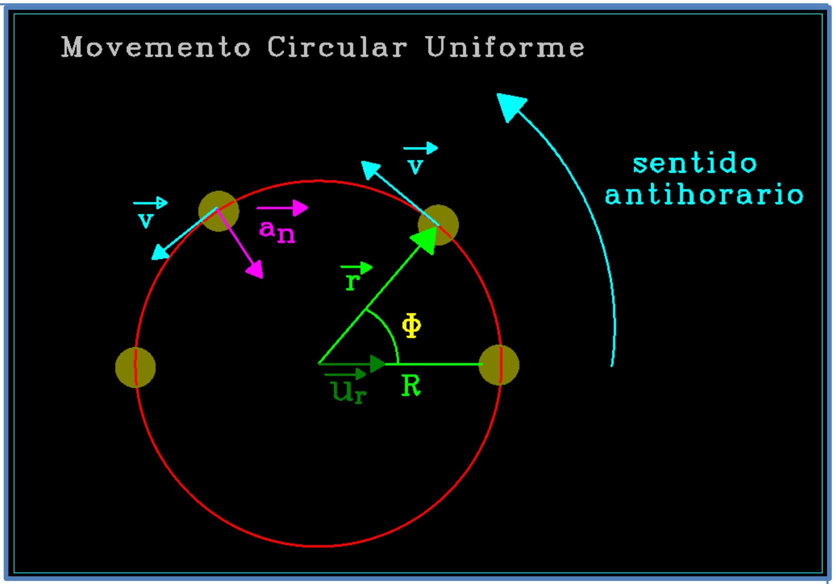
- $\overrightarrow{a_t} = 0$ e enton trátase dun M.R.U
- $\overrightarrow{a_t} \neq 0$ e enton é un M.R.U.A

2.-Movementos curvilíneos ou circulares: son aqueles nos que $\overrightarrow{a_n} \neq 0$.

Nestes tamén pode acontecer que:

- $\overrightarrow{a_t} = 0$ e enton trátase dun M.C.U
- $\overrightarrow{a_t} \neq 0$ e enton é un M.C.U.A

Tipos de movementos:
movemento circular e uniforme (M.C.U)



- A traxetoria é unha circunferencia de raio R.
- O sentido de xiro pode ser horario ou antihorario.
- O módulo do vetor de posición, ten o valor do raio: $\vec{r} = R \cdot \overrightarrow{u_r}$
- O módulo da velocidade é constante.
- A velocidade cambia de direción.
- $\overrightarrow{a_n} = -\frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_r}$, un vetor radial dirixido hacia o centro da circunferencia, e o módulo da velocidade é constante : $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$
- O tempo que tarda en completar unha volta (ou unha revolución) é o período (T) . É polo tanto un movemento periódico.
- O inverso de T é o número de voltas por unidade de tempo, é denomínase frecuencia (f). Polo tanto: $f = \frac{1}{T}$ (a súa unidade é o Hz ou s^{-1})

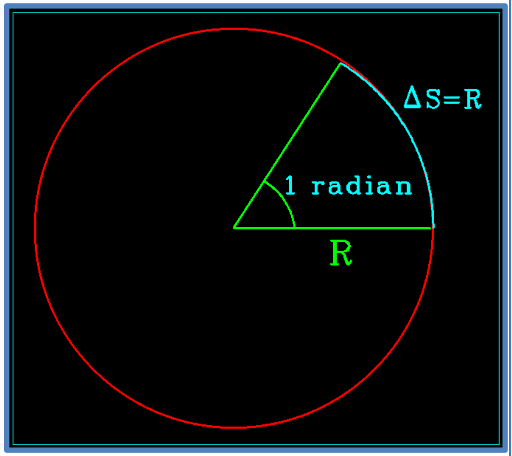
M.C.U: variables angulares

- Defínese o ángulo de 1 radián, como o ángulo subtendido baixo un arco de lonxitude o raio.
- O número de radiáns dunha circunferencia será:

$$n^{o}\ de\ radiáns = \frac{Lonxitude\ da\ circunferencia}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{R} = 2\pi$$

- Defínese velocidade angular como o ángulo descrito, en radians, por unidade de tempo:

  $\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$ e tamén: $\omega = \frac{\theta}{t}$ se os valores iniciais son igual a cero.



- Cando t=T enton θ=2π e enton: $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$
- É evidente enton que: $v = R \cdot \omega$
- E como $a_n = \frac{v^2}{R}$ enton: $a_n = R \cdot \omega^2$

Dinámica

1.-<u>Principio de inercia</u>: se sobre un corpo de masa **m** a suma das forzas exteriores produce unha resultante nula, enton o corpo permanece en quietude ou realiza un M.R.U.

$$Si\ \sum \overrightarrow{F_{Ext}} = 0 \ \rightarrow\ \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{v} = constante \quad se\ \vec{v} = 0 \rightarrow quietude\ ,$$
$$se\ \vec{v} \neq 0 \rightarrow MRU$$

2.-<u>Principio Fundamental</u>: se a resultante é distinta de cero, enton o corpo está sometido a aceleración.

$Si\ \sum \overrightarrow{F_{Ext}} \neq 0 \ \rightarrow\ \vec{a} \neq 0$ e enton cúmplese que: $\overrightarrow{F_R} = m \cdot \vec{a}$

Expresión da que deducimos o conceito de masa inercial: $m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$

Tamén: $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v}$, é dicer, o impulso é igual á variación da cantidade de movemento.

3.-<u>Principio de ación e reación</u>: se un corpo A realiza unha forza $\vec{F}$ sobre un corpo B, o corpo B realiza unha forza igual pero de sentido contrario sobre A.

Traballo e enerxía

- En moitas ocasións a forza aplicada varía coa posición e non co tempo (por exempro na interación gravitatoria)
- Resulta enton útil definir a magnitude traballo (W) como:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Expresado en componentes: $\vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$ e por outra banda $d\vec{r} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + dz\vec{k}$ e como xa vimos a operación da como resultado:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz$$

- Carateristicas:

1)É un escalar, resultado dun produto escalar de dous vetores.

2)O seu valor depende do coseno do ángulo entre dous vetores, polo tanto ten valor máximo cando os dous vetores teñen direcións paralelas (ou a mesma) e valor cero cando sexan perpendiculares.

3)O calculo precisa de integración en xeral:

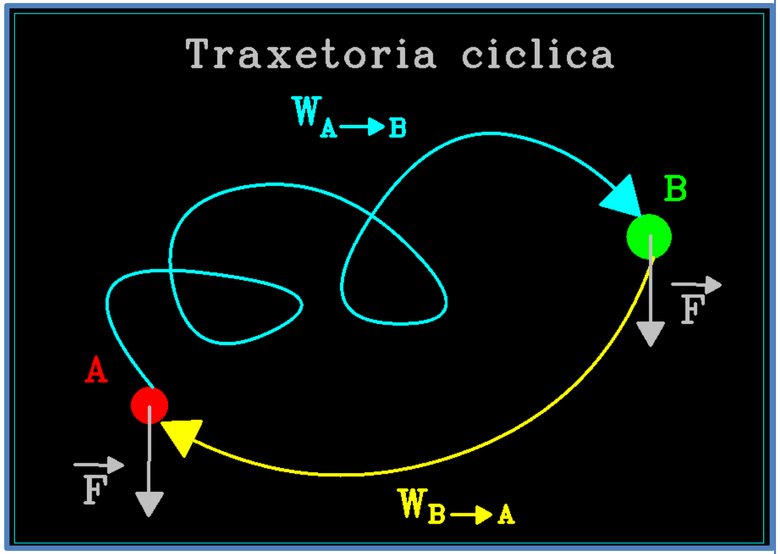
$$W_{A\to B} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Traballo dunha forza conservativa

- Unha forza é conservativa se o traballo total cando realiza unha traxetoria pechada (cíclica) é cero.

$$W_{A \to B} + W_{B \to A} = o$$

- O traballo é independente da traxetoria, só de pende do s pontos inicial e final.

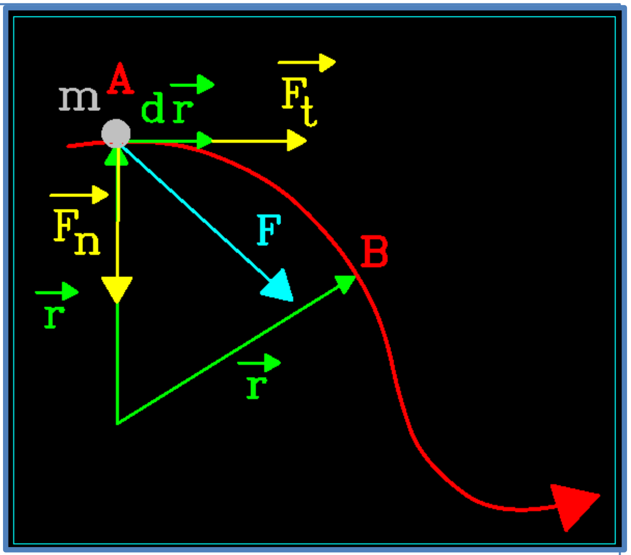


- No caso dos campos de forzas conservativas, pódese definir unha función escalar nomeada como <u>enerxía potencial</u> tal que:

$$W_{A \to B} = -\Delta Ep_{A \to B} = -(Ep_B - Ep_A) \quad \text{e}$$
$$W_{B \to A} = -\Delta Ep_{B \to A} = -(Ep_A - Ep_B)$$

Enerxía cinética

- Consideremos unha partícula de masa m, que percorre unha traxetoria entre os pontos A e B con aceleración $\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n}$



- De acordo co 2º Principio estará sometida á ación dunha forza tal que:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot (\overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n}) = \overrightarrow{F_t} + \overrightarrow{F_n}$$

- Para calcular o traballo da forza entre os pontos A e B:

$$W_{A \to B} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \overrightarrow{F_t} \cdot d\vec{r} + \int_A^B \overrightarrow{F_n} \cdot d\vec{r}$$

- Resulta evidente que $\overrightarrow{F_n} \cdot d\vec{r} = 0$ por canto que son vetores perpendiculares entre si.

Enerxía cinética

- Logo a expresión do traballo queda reducida a :

$$W_{A\to B} = \int_A^B \overrightarrow{F_t} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \overrightarrow{a_t} \cdot d\vec{r}$$

- Os vetores $\overrightarrow{a_t}$ e $d\vec{r}$ teñen a mesma direción, e polo tanto o seu produto escakar será: $\overrightarrow{a_t} \cdot d\vec{r} = a_t \cdot dr = \frac{dv}{dt} \cdot dr = v \cdot dv$
- E enton a integral: $W_{A\to B} = \int_A^B m \cdot v \cdot dv$. Esta función integra-se sen maior dificultade (se m= constante) e obtemos:

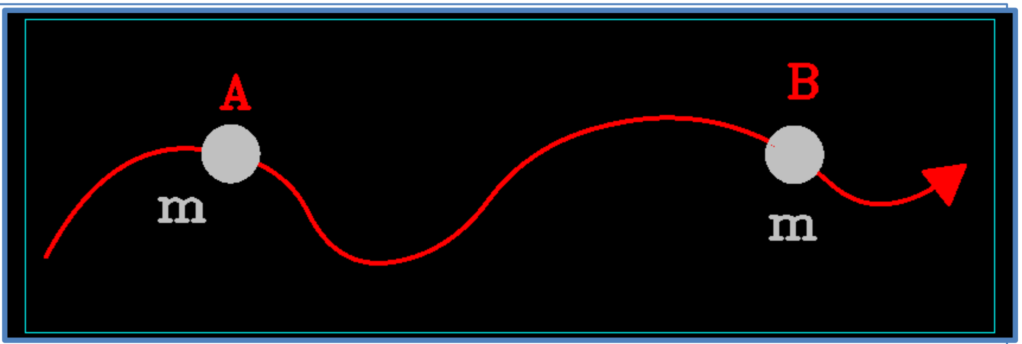
$$W_{A\to B} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2$$

- Cada un é a enerxía cinética nos pontos A e B:

$$W_{A\to B} = Ec_B - Ec_A$$

Enerxía mecánica

Definimos unha partícula de masa **m** que percorre unha traxetoria de A a B.



Podemos calcular o traballo de A a B por medio da enerxía potencial, mais tamén por medio da enerxía cinética:

$$W_A^B = W_{A\to B} = -\Delta Ep_A^B = -(Ep_B - Ep_A)$$
$$W_A^B = W_{A\to B} = \Delta Ec = Ec_B - Ec_A$$

E igualando: $Ec_B - Ec_A = -(Ep_B - Ep_A)$ de onde resulta :

$$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$$

Á suma das enerxías cinética e potencial dun corpo chama-se-lle enerxía mecánica e resulta ser constante.