

SISTEMAS DE ECUACIONES

Equations & Inequalities
(Solving Equations: Special Cases)
There are some special cases to consider when solving one-step equations.

I can determine the number of solutions of one-step equations.

Case #1

Case #2

One Solution

No Solution

Infinitely Many Solutions

Example

$$\begin{array}{r} 6x + 3 = 8x - 21 \\ -6x \quad -6x \\ 3 = 2x - 21 \\ +21 \quad +21 \\ 24 = 2x \\ \frac{24}{2} = \frac{2x}{2} \\ x = 12 \end{array}$$

Example

$$\begin{array}{r} 8(5x-2) = 10(32+4x) \\ 40x - 16 = 320 + 40x \\ -40x \quad -40x \\ -16 = 320 \\ \text{False Statement} \\ \text{NO SOLUTION} \end{array}$$

Example

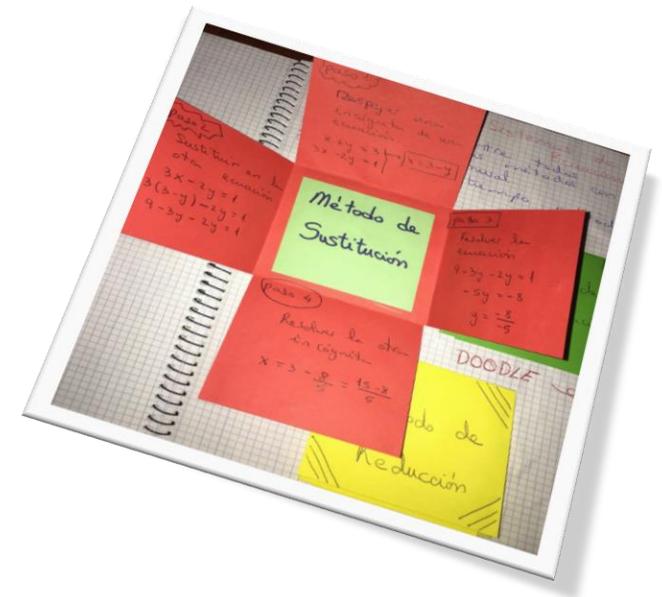
$$\begin{array}{r} 3(2x+4) = 2(3x+6) \\ 6x + 12 = 6x + 12 \\ -6x \quad -6x \\ 12 = 12 \\ -12 \quad -12 \\ 0 = 0 \text{ FMS} \\ \text{True Statement} \end{array}$$


PARTE TEÓRICA

Este es un tema ya conocido para nosotros. Así que para recordarlo, **vamos a elaborar un esquema-resumen** del mismo. En el debes dar respuesta a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué es una **ecuación lineal con dos incógnitas**?... ¿A qué llamamos **solución**?... ¿Cómo es su **representación gráfica**?
2. Define: **Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y solución**
3. ¿Cuándo decimos que dos de estos **sistemas de ecuaciones** son **equivalentes**? Pon un ejemplo
4. ¿Cuántas **soluciones** puede tener un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?... Pon un ejemplo de cada caso y su representación gráfica.
5. **Métodos de resolución**: Pasos y un ejemplo para cada uno de ellos
6. ¿Qué es un **sistema de ecuaciones no lineal**?... Pon un ejemplo y resuélvelo. Te atreverías a representarlo gráficamente usando Fooplot o Geogebra?...
7. ¿Qué **pasos** tenemos que dar **para resolver un problema**?

Te propongo que hagas un trabajo claro y manejable, pero a la vez bonito (los cuadernos interactivos o lapbooks que aparecen en las fotos te pueden dar alguna idea. Pon a prueba tu creatividad)



PARTE PRÁCTICA: resolvemos sistemas...

1. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases} \end{array}$$

2. Resuelve por sustitución. <https://www.youtube.com/watch?v=Y8AAqAENcZU>

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases} \end{array}$$

3. Resuelve por igualación. <https://www.youtube.com/watch?v=c1yV4VQ1i1A>

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \end{array}$$

4. Resuelve por reducción. <https://www.youtube.com/watch?v=Hcfi0VR3Z94>

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases} \end{array}$$

Soluciones:

- 1 a) $x = 1, y = 2$ 3 a) $x = 4, y = -2$
 c) $x = 1, y = -2$ c) $x = 1, y = 6$
- 2 a) $x = -3, y = 1$ 4 a) $x = -1, y = -2$
 c) $x = -\frac{3}{5}, y = \frac{9}{5}$ c) $x = \frac{4}{5}, y = -\frac{1}{15}$

7. Observa las ecuaciones que forman los siguientes sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases} \end{array}$$

Soluciones:

- 7 a) Sin solución.
 c) Solución única.

- b) Infinitas soluciones.
 d) Sin solución.

8. Resuelve los sistemas siguientes:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2}y = 5 \end{cases} \\ \text{e)} \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases} \end{array}$$

Soluciones:

- 8 a) $x = 0, y = 0$ b) $x = 1, y = 3$ c) $x = 6, y = -4$
 d) $x = 2, y = -2$ e) $x = -2, y = 1$ f) $x = 2, y = 1$

10. Resuelve por sustitución. <https://www.youtube.com/watch?v=dNiUEhjtJAA>

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} x - y = 5 \\ (x-3)^2 + 2y^2 = 11 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 + y^2 = 41 \end{cases} \end{array}$$

Soluciones:

- 10 a) $x = 5, y = 3$ b) $x = 1, y = 0$
 c) $\begin{cases} x_1 = 6, y_1 = 1 \\ x_2 = \frac{8}{3}, y_2 = -\frac{7}{3} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x_1 = 4, y_1 = 5 \\ x_2 = 5, y_2 = 4 \end{cases}$

PARTE PRÁCTICA: resolvemos problemas...

- 22.**  Halla dos números naturales que sumen 140 y tales que al dividir el mayor entre el menor obtengamos 2 de cociente y 14 de resto. **22** Los números son 98 y 42.
- 23.**  La suma de las edades de una madre y de su hijo son 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno? **23** Madre: 40 años. Hijo: 16 años.
- 25.**  Entre dos autobuses viajan 120 personas. Si del que lleva más pasajeros se trasladan los $\frac{2}{5}$ al otro, los dos llevarán el mismo número de personas. ¿Cuántos viajeros llevaba cada autobús? **25** El autobús que más pasajeros lleva tiene 100, y el que menos, 20.
- 26.**  Una empresa recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para una fecha determinada. Al planificar la producción, el gerente advierte que si se fabricasen 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo. Pero que si se fabricasen 260 macetas diarias, sobrarían 80. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron? **26** Tienen 23 días de plazo para un encargo de 5900 macetas.
- 27.**  Por un pantalón y unos zapatos, he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14%, entonces sería el 75% del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno? **27** Por el pantalón he pagado 50 €, y por los zapatos, 76 €.
- 31.**  Un tren regional sale de una estación a una velocidad de 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo. **31** Tarda 1 h 42 min. Recorre 187 km.
- 32.**  Dos ciudades, A y B, distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A. Tardan en cruzarse 1 hora y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad de cada uno sabiendo que la del autobús supera a la del tren en 5 km/h? **32** Tren: 75,5 km/h. Autobús: 80,5 km/h.
- 35.**  Se ha fundido una cadena de oro del 80% de pureza con un anillo del 64% de pureza. Así se han obtenido 12 gramos de oro de una pureza del 76%. ¿Cuántos gramos pesaba la cadena y cuántos el anillo? **35** La cadena pesa 9 g, y el anillo, 3 g.
- 36.**  Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, obtenemos el doble de la cifra de las decenas del número inicial. Hállalo sabiendo que sus cifras suman 16. **36** El número es 97.
- 39.**  En un triángulo rectángulo, la diferencia entre la medida de sus catetos es de 6 cm. Si la hipotenusa mide 30 cm, ¿cuánto miden los catetos? **39** El cateto mayor mide 24 cm, y el menor, 18 cm.
- 41.**  Un rectángulo tiene 44 m de perímetro. Si la base aumenta 3 m y la altura se reduce 2 m, su área no varía. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? **41** La base mide 12 cm, y la altura, 10 cm.

<https://www.youtube.com/watch?v=apSL1aidoOQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=uzVYc78XSIg>

Dos tutoriales sobre resolución de problemas que te pueden ser de ayuda

43. Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son a , 9 , $3a - b$ y $3a + b$. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 187 en esta progresión?

43 $a_{187} = 749$

42. Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y su altura aumenta 20 cm, se convierte en un cuadrado. Y si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm, su área disminuye 400 cm^2 . Halla las dimensiones del rectángulo.

42 La base del rectángulo mide 130 cm, y la altura, 30 cm.

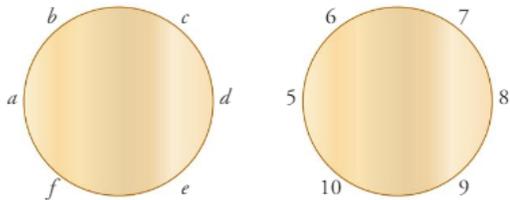
46. Un tren sale de una ciudad con 134 pasajeros, entre hombres, mujeres y niños. Hace varias paradas y en cada una bajan dos hombres y una mujer, y suben cuatro niños. Llega a su destino con 143 pasajeros, de los cuales los hombres representan los $\frac{2}{3}$ de los niños, y las mujeres, los $\frac{3}{4}$ de los hombres.

¿Cuántas paradas hizo el tren? ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay al llegar? ¿Y al partir?



46 El tren hizo 9 paradas.
Llegaron 66 niños, 33 mujeres y 44 hombres.
Salieron 30 niños, 42 mujeres y 62 hombres.

44. Seis personas a , b , c , d , e y f , están sentadas en una mesa redonda. Cada una de ellas escribe un número y se lo enseña a las dos que tiene a su lado. Después, cada uno dice en voz alta la media de los dos números que le han enseñado. Si los resultados fueron 5, 6, 7, 8, 9 y 10, ¿cuáles fueron los números que escribieron?



44 $a \rightarrow 8$ $b \rightarrow 8$ $c \rightarrow 4$ $d \rightarrow 16$ $e \rightarrow 12$ $f \rightarrow 2$

PARA LOS QUE SE LO
SABEN TODO...