SISTEMAS DE ECUACIONES… repasamos cada método y resolvemos problemas

Método de sustitución

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Se resuelve esta ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.
5. Se ha obtenido, así, la solución.

Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

Método de igualación

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones, lo cual da lugar a una ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve esta ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.
5. Se ha obtenido, así, la solución.

Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

Método de reducción

1. Se preparan las dos ecuaciones (multiplicándolas por los números que convenga).
2. Al sumarlas, desaparece una de las incógnitas.
3. Se resuelve la ecuación resultante.
4. El valor obtenido se sustituye en una cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
5. Se tiene, así, la solución.

Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales…

Si una o las dos ecuaciones del sistema tienen un aspecto complicado, empieza por "arreglarlas" hasta llegar a la expresión $ax + by = c$.

Recordemos algunas ventajas de los métodos aprendidos:

- El método de sustitución es especialmente útil cuando una de las incógnitas tiene coeficiente 1 o -1 en alguna de las ecuaciones.
- El método de reducción es muy cómodo de aplicar cuando una incógnita tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones o bien sus coeficientes son uno múltiplo del otro.
- Podemos evitar las operaciones con fracciones aplicando dos veces el método de reducción para despejar, así, una y otra incógnita. Esto es muy útil cuando los coeficientes de las incógnitas son números grandes.

Resuelve este sistema simplificando previamente:

$$\begin{cases} 2(x-1) + 3(y+4) = 9 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 3 \end{cases}$$

Resuelve por el método más adecuado:

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 1{,}2x + 0{,}7y = 13 \\ x - 0{,}5y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x + y) - 15 = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3(x-1) + y = 8 \\ \dfrac{x+1}{2} = y \end{cases}$

g) $\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases}$

Traducción de enunciados a sistemas de ecuaciones

Veamos los pasos que tenemos que dar:

1. Identificar los elementos que intervienen y nombrar las incógnitas.
2. Expresar mediante ecuaciones las relaciones existentes.
3. Resolver el sistema de ecuaciones resultante.
4. Interpretar la solución ajustándola al enunciado.

1. Por dos cafés y un cruasán hemos pagado 4,30 €. En la mesa de al lado había un grupo de amigos que han pagado 11,60 € por cinco cafés y tres cruasanes. ¿Cuánto cuesta cada café y cada cruasán?

2. Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.

3. Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

4. En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he cometido?

5. Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Ver el ejercicio resuelto de la página 100.

6. Dos poblaciones están a 50 km. En el mismo instante, salen un peatón de A hacia B a 5 km/h y un ciclista de B hacia A a 20 km/h. ¿Cuánto tardan en encontrarse? ¿Qué distancia recorre el peatón?

7. Un jardín rectangular de 150 m^2 es 5 m más largo que ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones?

8. Dos ciudades, A y B, distan 675 km. Un autobús sale de A hacia B a 105 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A una moto a 120 km/h. Calcula la distancia que recorre cada uno hasta que se encuentran.

9. Los lados de un rectángulo están en relación de 3 a 4 y la diagonal mide 35 m. ¿Cuánto miden los lados?

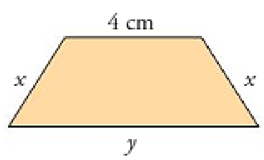
11. En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,50 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?

12. Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,30 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,40 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,40 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

13. La diferencia entre los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo es de 65°. Halla sus medidas.

Recuerda cuál es la suma de los ángulos del triángulo.

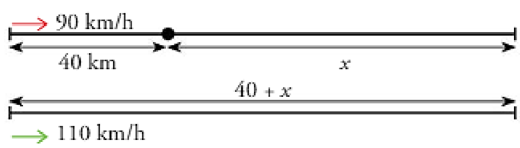
14. El perímetro de este trapecio es de 24 cm. La base mayor mide lo mismo que la suma de los dos lados iguales. Halla las longitudes de todos los lados del trapecio.



16. Un bodeguero ha mezclado dos cubas de vino, la primera de mejor calidad, a 3 €/litro, y la segunda, de calidad inferior, a 2,20 €/litro. De esta forma ha obtenido 16 *hl* de un vino de calidad intermedia que sale a 2,50 €/litro. ¿Cuál era el contenido de cada cuba?

	CANTIDAD (*l*)	PRECIO (€/*l*)	COSTE (€)
1.ER TIPO	x	3	$3x$
2.º TIPO	y	2,2	$2{,}2y$
MEZCLA	$x + y = 1\,600$	2,5	$3x + 2{,}2y = 2{,}5 \cdot 1\,600$

17. Un tren de cercanías sale de una estación a 90 km/h. Cuando lleva 40 km recorridos, sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzar al primero?



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
1.ER TREN	x	90	t
2.º TREN	$x + 40$	110	t

15. María ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15 %. Marta ha comprado otro abrigo 25 € más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20 %, con lo que solo ha pagado 8 € más que María. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?

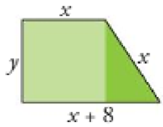
Abrigo de María $\rightarrow$ *x. Rebajado un 15 %* $\rightarrow$ *0,85x*

Abrigo de Marta $\rightarrow$ *y. Rebajado un 20 %* $\rightarrow$ *0,80y*

18. La suma de dos números es 36, y su producto, 275. ¿Qué números son?

19. El perímetro de una parcela rectangular mide 130 m, y el área, 1 000 m^2. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

20. El perímetro de este trapecio mide 44 cm. Calcula el área.



Aplica el teorema de Pitágoras en el triángulo oscuro.