RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

De manera esquemática, para resolver un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas por el *método de sustitución* hay que seguir las siguientes fases:

i. Se despeja una de las incógnitas en una cualquiera de las ecuaciones.
ii. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación y se resuelve la ecuación de primer grado en una incógnita que resulta de esta sustitución.
iii. Una vez calculada la primera incógnita, se calcula la otra en la ecuación despejada obtenida en el primer paso.

$$\left.\begin{array}{l} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=\dfrac{1-5x}{2} \\ \rightarrow -3x+3\left(\dfrac{1-5x}{2}\right)=5 \rightarrow -3x+\dfrac{3-15x}{2}=5 \rightarrow -6x+3-15x=10 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow -21x=7 \rightarrow x=\frac{7}{-21}=-\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{1-5x}{2}=\frac{1+\frac{5}{3}}{2}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

$$Solución:\ x=-\frac{1}{3}\ ;\ y=\frac{4}{3}$$

- MÉTODO DE IGUALACIÓN

. Para resolver un sistema de ecuaciones por este método hay que despejar una incógnita, la misma, en las dos ecuaciones e igualar el resultado de ambos despejes, con lo que se obtiene una ecuación de primer grado. Las fases del proceso son las siguientes:

i. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
ii. Se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación lineal de una incógnita que resulta.
iii. Se calcula el valor de la otra incógnita sustituyendo la ya hallada en una de las ecuaciones despejadas de primer paso.

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \rightarrow y=\dfrac{2-2x}{3} \\ \rightarrow y=\dfrac{1+6x}{12} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{2-2x}{3}=\frac{1+6x}{12} \rightarrow 8-8x=1+6x \rightarrow$$

$$\rightarrow -14x=-7 \rightarrow x=\frac{-7}{-14}=\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{2-2x}{3}=\frac{2-2\cdot(1/2)}{3}=\frac{1}{3}$$

$$Solución:\ x=\frac{1}{2}\ ;\ y=\frac{1}{3}$$

- REDUCCIÓN

Consiste en multiplicar una o ambas ecuaciones por algún(os) número(s) de forma que obtengamos un sistema equivalente al inicial en el que los coeficientes de la *x* o los de la *y* sean iguales pero con signo contrario. A continuación se suman las ecuaciones del sistema para obtener una sola ecuación de primer grado con una incógnita. Una vez resuelta esta, hay dos opciones para hallar la otra incógnita: una consiste en volver a aplicar el mismo método (sería la opción más pura de *reducción*); la otra es sustituir la incógnita hallada en una de las ecuaciones del sistema y despejar la otra.

El proceso por fases.

i. Se multiplican las ecuaciones por los números apropiados para que, en una de las incógnitas, los coeficientes queden iguales pero de signo contrario,
ii. Se suman ambas ecuaciones del nuevo sistema, equivalente al anterior.
iii. Se resuelve la ecuación lineal de una incógnita que resulta.
iv. Para este paso hay dos opciones:
    a. Se repite el proceso con la otra incógnita.
    b. Se sustituye la incógnita ya hallada en una de las ecuaciones del sistema y se despeja la otra.

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times(-3)} \\ \xrightarrow{\hspace{1.5em}} \end{array} \begin{array}{r} -6x-3y=-18 \\ \underline{4x+3y=14} \end{array}$$

$$\text{Sumando: } -2x \quad = -4 \;\rightarrow\; x=2$$

$$2x+y=6 \;\rightarrow\; y=6-2x=6-4=2$$

$$\textit{Solución: } x=2 \;;\; y=2$$

<u>Ejercicio nº 1-</u>

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \quad \text{Solución: } x = \frac{2}{3} \;\; ; \;\; y = \frac{2}{3}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

Solución*:* $x = 0$; $y = -3$

<u>Ejercicio nº 2.-</u>

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \quad \text{Solución: } x = \frac{2}{3} \;\; ; \;\; y = \frac{2}{3}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

Solución*:* $x = 0$; $y = 3$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Solución: a) $x = 0$; $y = 3$ b) x = -1/4, y = 1/2

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más oportuno:

a) $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$

Solución: *a) x* =2 ; *y* = 1

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Resuelve este sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+1)}{3} - y = -3 \\ 3(x+5-y) + 3x = 12 \end{cases}$$

Solución: *x* = 2 ; *y* = 5

<u>Ejercicio nº 6.-</u>

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Solución: a) *x* =0 ; *y* =3 b) x = -1/4, y = 1/2

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más oportuno:

a) $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$

Solución: *a) x* =-2 ; *y* =1

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Resuelve este sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+1)}{3} - y = -3 \\ 3(x+5-y) + 3x = 12 \end{cases}$$

Solución: *x* =2 ; *y* = 5

Ejercicio nº 9.-

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6} \\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Solución*:* $x = 3$; $y = 1$

Ejercicio nº 10.-

Juan compró un ordenador y un televisor por 2000 € y los vendió por 2260 €. ¿Cuánto le costó cada objeto, sabiendo que en la venta del ordenador ganó el 10% y en la venta del televisor ganó el 15%?.

Solución: Ordenador 1200 €, televisor 800 €

Ejercicio nº11.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Solución: Los ángulos miden 39°, 51° y 90°.

Ejercicio nº 12.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Solución: Los lados iguales miden 8 cm cada uno; y el lado desigual mide 3 cm.

Ejercicio nº 13.-

Antonio dice a Pedro: "el dinero que tengo es el doble del que tienes tú", y Pedro contesta: "si tú me das seis euros tendremos los dos igual cantidad". ¿Cuánto dinero tenía cada uno?

Solución: Antonio 24 €, Pedro 12 €.