

Ejercicio 3

- Apartado a
- Apartado b
- Apartado c
- Apartado d
- Apartado e
- Apartado f

Resolución de ejercicios del boletín de repaso para el examen de Análisis Matemáticas I

IES O Couto

curso 2019-2020



Silvia Fdez. Carballo



INFO ABOUT RIGHTS



www.safecreatiive.org/work

Ejercicio 3

Apartado a
Apartado b
Apartado c
Apartado d
Apartado e
Apartado f

Ejercicio 3

Para las siguientes funciones, estudia el dominio y la existencia de asíntotas.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

b) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right)$

c) $f(x) = \frac{4x-1}{\sqrt{x^2-4}}$

d) $f(x) = e^{-x+2}$

e) $f(x) = \frac{x|x|}{1-x}$

f) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-1}$

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

Ejercicio 3

Apartado a

Apartado b

Apartado c

Apartado d

Apartado e

Apartado f

Apartado a

Apartado b

Apartado c

Apartado d

Apartado e

Apartado f

Apartado a)

① Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

② Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado a)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas
 - Asíntotas verticales:

Ejercicio 3

Apartado a

Apartado b

Apartado c

Apartado d

Apartado e

Apartado f

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay}$$

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay}$$

- Asíntotas horizontales:

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = 1 \in \mathbb{R} \Rightarrow y = 1 \text{ es asíntota hor.}$$

Apartado a)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{4}{3} \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = 1 \in \mathbb{R} \Rightarrow y = 1 \text{ es asíntota hor.}$$

- Asíntotas oblicuas: No hay.

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales:

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$, $x = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4^-} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{-5}{0^-}\right) = \ln(+\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{0^+}{5}\right) = \ln(0^+) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$, $x = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4^-} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{-5}{0^-}\right) = \ln(+\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{0^+}{5}\right) = \ln(0^+) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales:

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$, $x = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4^-} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{-5}{0^-}\right) = \ln(+\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{0^+}{5}\right) = \ln(0^+) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln(1) = 0 \in \mathbb{R} \Rightarrow y = 0$$

Apartado b)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+4} > 0 \right\} = (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$, $x = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -4^-} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{-5}{0^-}\right) = \ln(+\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln\left(\frac{0^+}{5}\right) = \ln(0^+) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = \ln(1) = 0 \in \mathbb{R} \Rightarrow y = 0$$

- Asíntotas oblicuas: No hay.

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Apartado c)

① Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

② Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado c)

① Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

② Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales:

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -2$, $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{-9}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{7}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -2$, $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{-9}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{7}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales:

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -2$, $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{-9}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{7}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 4$, $y = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = 4 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = -4 \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 4 \\ y = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

Apartado c)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -2$, $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{-9}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = \frac{7}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas horizontales: $y = 4$, $y = -4$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = 4 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}} = -4 \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 4 \\ y = -4 \\ \text{son asíntotas} \end{array}$$

- Asíntotas oblicuas: No hay.

Ejercicio 3

Apartado a

Apartado b

Apartado c

Apartado d

Apartado e

Apartado f

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R}$

Apartado d)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \mathbb{R}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado d)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \mathbb{R}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas
 - Asíntotas verticales: No hay.

Apartado d)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \mathbb{R}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas
 - Asíntotas verticales: No hay.
 - Asíntotas horizontales:

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: No hay.
- Asíntotas horizontales: $y = 0$ (a la derecha del dibujo)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+2} = 0 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty \notin \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 0 \text{ es asíntota}$$

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: No hay.
- Asíntotas horizontales: $y = 0$ (a la derecha del dibujo)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+2} = 0 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty \notin \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 0 \text{ es asíntota}$$

- Asíntotas oblicuas:

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: No hay.
- Asíntotas horizontales: $y = 0$ (a la derecha del dibujo)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+2} = 0 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty \notin \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 0 \text{ es asíntota}$$

- Asíntotas oblicuas:

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{x} = \frac{+\infty}{-\infty} = IND \xrightarrow{L'Hôp.} m = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-e^{-x+2}) = 0$$

Apartado d)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: No hay.
- Asíntotas horizontales: $y = 0$ (a la derecha del dibujo)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+2} = 0 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty \notin \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 0 \text{ es asíntota}$$

- Asíntotas oblicuas: No hay

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{x} = \frac{+\infty}{-\infty} = IND \xrightarrow{L'Hôp.} m = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-e^{-x+2}) = 0$$

(Para que pueda existir asíntota oblicua m tiene que ser un número real distinto de cero)

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ejercicio 3

Apartado a

Apartado b

Apartado c

Apartado d

Apartado e

Apartado f

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales:

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

- Asíntotas oblicuas:

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

- Asíntotas oblicuas:

$$\left. \begin{array}{l} m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-x^2} = -1 \in \mathbb{R} \\ n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1-x} \right) = -1 \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = -x - 1$$

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{1-x} &= \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{1-x} &= \frac{1}{0^+} = +\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

- Asíntotas oblicuas:

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-x^2} = -1 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1-x} \right) = -1 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = -x - 1$$

Apartado e)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

- Asíntotas oblicuas: $y = -x - 1$

$$\left. \begin{array}{l} m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-x^2} = -1 \in \mathbb{R} \\ n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1-x} \right) = -1 \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow y = -x - 1$$

Apartado e)

- Asíntotas oblicuas: $y = -x - 1$,

Apartado e)

- Asíntotas oblicuas: $y = -x - 1$, $y = x - 1$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x - x^2} = 1 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x}{1 - x} \right) = -1 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \implies y = x - 1$$

Apartado e)

- Asíntotas oblicuas: $y = -x - 1$, $y = x - 1$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x - x^2} = 1 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x}{1 - x} \right) = -1 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \implies y = x - 1$$

- Asíntotas horizontales: No hay.

Apartado f)

1 Cálculo del dominio

Apartado f)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

Apartado f)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

Apartado f)

- 1 Cálculo del dominio
 - $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
- 2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas
 - Asíntotas verticales:

Apartado f)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$,

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

Apartado f)

1 Cálculo del dominio

- $Dom f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

2 Cálculo de las ecuaciones de las asíntotas

- Asíntotas verticales: $x = -1$, $x = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ es asíntota vertical}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^3}{x^2 - 1} = \frac{2}{0^-} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ es asíntota vertical}$$

Apartado f)

- Asíntotas oblicuas:

Apartado f)

- Asíntotas oblicuas: $y = 2x$, $y = x - 1$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{x^3 - x} = 2 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right) = 0 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \implies y = 2x$$

Apartado f)

- Asíntotas oblicuas: $y = 2x$, $y = x - 1$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{x^3 - x} = 2 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right) = 0 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \implies y = 2x$$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3 - x} = 2 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right) = 0 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \implies y = 2x$$

Apartado f)

- Asíntotas oblicuas: $y = 2x$, $y = x - 1$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{x^3 - x} = 2 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right) = 0 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 2x$$

$$\left. \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3 - x} = 2 \in \mathbb{R} \\ n &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right) = 0 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 2x$$

- Asíntotas horizontales: No hay.