Apartado

Apartado d

Resolución de ejercicios del boletín de repaso para el examen de Análisis

IES O Couto

curso 2019-2020



Silvia Fdez. Carballo



Ejercicio

Ejercicio 15 Apartado a Apartado b

Ejercicio 15

Estudia la curvatura y la existencia de puntos de inflexión para las siguientes funciones:

a)
$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x$$

b)
$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

c)
$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6}$$

Ejercicio

Eiercicio 1

Apartado a Apartado b

Apartado a)

Apartado a Apartado o

Apartado a)

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies$$

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \Longrightarrow f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \Longrightarrow$$

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff x = 1, x = -6$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff x = 1, x = -6$$

Signo de
$$f''$$

 $f''(x) = (x^2 + 5x - 6)e^x$
+ - + + - + - + - - 1

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

2 Estudiamos el signo de la derivada segunda.

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff x = 1, x = -6$$

Signo de
$$f''$$
 + - +
 $f''(x) = (x^2 + 5x - 6)e^x$ - 6

3 f es convexa en $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

Estudiamos el signo de la derivada segunda.

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff x = 1, x = -6$$

Signo de
$$f''$$
 + - + $-$ + $-$ 1

3 f es convexa en $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$ f es cóncava en (-6,1)

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = (x^2 + x - 10)e^x \implies f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x - 10)e^x = (x^2 + 3x - 9)e^x \implies f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x - 9)e^x = (x^2 + 5x - 6)e^x$$

Estudiamos el signo de la derivada segunda.

$$f''(x) = 0 \iff (x^2 + 5x - 6)e^x = 0 \iff x^2 + 5x - 6 = 0 \iff x = 1, x = -6$$

Signo de
$$f''$$
 + - + $-$ + $-$ 1

§ f es convexa en $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$ f es cóncava en (-6, 1)f tiene puntos de inflexión en x = -6 y x = 1

Ejercicio 15

Apartado a Apartado b

Apartado b)

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \implies$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \implies f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

Análisis IES O Couto

Apartado b)

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$
$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

2 Estudiamos el signo de la derivada segunda. Tenemos que tener en cuenta el dominio de f: Dom f = (-1, 1)

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

Estudiamos el signo de la derivada segunda.

Tenemos que tener en cuenta el dominio de f: Dom f = (-1,1) $f''(x) = 0 \iff x = 0$

$$I(x) = 0 \iff x = 0$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x)-(1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$
$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

- Estudiamos el signo de la derivada segunda. Tenemos que tener en cuenta el dominio de f: Dom f = (-1, 1) $f''(x) = 0 \iff x = 0$
- 3 f es convexa en $(-1,0) \cup (1,+\infty)$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

- ② Estudiamos el signo de la derivada segunda. Tenemos que tener en cuenta el dominio de f: Dom f = (-1, 1) $f''(x) = 0 \iff x = 0$
- § f es convexa en $(-1,0) \cup (1,+\infty)$ f es cóncava en (0,1)

$$f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \Longrightarrow f'(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{-1(1+x) - (1-x)}{(1+x)^2} = -\frac{2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

$$f''(x) = -\frac{4x}{(1-x^2)^2}$$

- ② Estudiamos el signo de la derivada segunda. Tenemos que tener en cuenta el dominio de f: Dom f = (-1, 1) $f''(x) = 0 \iff x = 0$
- § f es convexa en $(-1,0) \cup (1,+\infty)$ f es cóncava en (0,1)f tiene un punto de inflexión en x=0

Ejercicio

Fiercicio 1

Apartado a Apartado b Apartado c

Apartado c)

① Obtenemos la derivada segunda:
$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

Apartado c)

1 Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

Apartado c)

1 Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

$$f''(x) = 0 \Longleftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \Longleftrightarrow x = 0, x = 1$$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

2 Estudiamos el signo de la derivada segunda.

$$f''(x) = 0 \iff x(x-1)^2 = 0 \iff x = 0, x = 1$$

 $f''(x) > 0 \iff x > 0$

3 f es convexa en $(0, +\infty)$

Apartado c)

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

2 Estudiamos el signo de la derivada segunda.

$$f''(x) = 0 \Longleftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \Longleftrightarrow x = 0, x = 1$$

 $f''(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 0$

3 f es convexa en $(0, +\infty)$ f es cóncava en $(-\infty,0)$

Obtenemos la derivada segunda:

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^3 - x^4}{6} \implies$$

$$f'(x) = \frac{5x^4}{20} + \frac{3x^2 - 4x^3}{6} = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \implies$$

$$f''(x) = x^3 + x - 2x^2 = x(x - 1)^2$$

$$f''(x) = 0 \Longleftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \Longleftrightarrow x = 0, x = 1$$

 $f''(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 0$

- 3 f es convexa en $(0, +\infty)$
 - f es cóncava en $(-\infty,0)$
 - f tiene un punto de inflexión en x = 0