

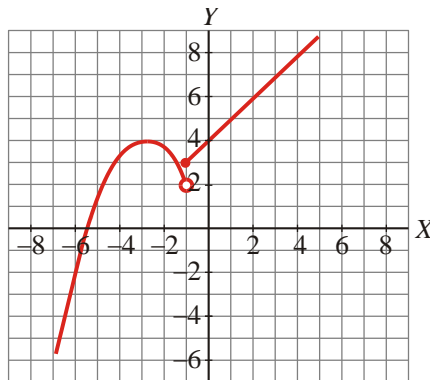
## EJERCICIOS DE REPASO DE FUNCIONES

1.-Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

- a)  $y = x^4 - 2x^2$  (Sol:  $\mathbb{R}$ )  
 b)  $y = \frac{1}{x^2 - 2x}$  (Sol:  $\mathbb{R} - \{0, 2\}$ )  
 c)  $y = \sqrt{6+3x}$  (Sol:  $6+3x \geq 0 \Rightarrow 3$  Dominio=  $[-2, +\infty)$ )  
 d)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x+1}$  (Sol:  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ )  
 e)  $y = \ln(x^2 - 4x + 3)$  (Sol:  $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ )

2. A partir de la gráfica de  $f(x)$ , calcula

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$



(Sol: a)  $+\infty$  b)  $-\infty$  c) 2 d) 3 e) 0

3. Halla el valor de k para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$ :  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$  (Sol  $k = 3$ )

4. Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$  (Sol:  $-1/2$ )  
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$  (Sol: 0)  
 c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$  (Sol:  $1/2$ )  
 d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$  (Sol: 0)  
 e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x-1}$  (No existe)  
 f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}$  (Sol:  $-2$ )  
 g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  (Sol: 1)  
 h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4})$  (Sol: 0)  
 i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7+x} - 3}$  (Sol: 24)  
 j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 - 3x})$  (Sol:  $+\infty$ )

- k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$  (Sol: 2)
- l)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$  (Sol: 13/7)
- m)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$  (Sol: 8)
- n)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$  (Sol: 0)
- o)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$  (Sol: 1/4)
- p)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2x}{\sqrt{1 + x^2}}$  (Sol: 2)
- q)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$  (Sol:  $\sqrt{2}/16$ )
- r)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1-x} - 1}$  (Sol: -10)
- s)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$  (Sol: 1/6)
- t)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$  (Sol: 1/3)
- u)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2}{2 - \sqrt{x+4}}$  (Sol: -4)
- v)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$  (Sol: -7)
- w)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3) \right)$  (Sol: 3)
- x)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 + 4x + 2} - \sqrt{4x^2 - 5x + 2} \right)$  Sol: 9/4)

**Representa gráficamente las siguientes funciones racionales:**

- a)  $f(x) = \frac{3}{x}$        $f(x) = -\frac{3}{x}$
- b)  $f(x) = \frac{3}{x} - 2$        $f(x) = \frac{3}{x-1}$
- c)  $f(x) = \frac{3}{x-2} + 4$        $f(x) = \frac{3}{x+5}$

**Representa gráficamente las siguientes funciones exponenciales:**

- a)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$        $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$
- b)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$        $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$
- c)  $f(x) = -2^x$        $f(x) = 2^{x-1}$

**Representa gráficamente las siguientes funciones logarítmicas:**

a)  $f(x) = \log_2(x-3)$      $f(x) = -\log_2 x$

b)  $f(x) = \log_2(-x)$

c)  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x - 1$      $f(x) = \log_2(x-1)$

**Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:**

a)  $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq -2 \\ 1-x & \text{si } -2 < x < 0 \\ x^2+1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2-1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -x & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} -5 & \text{si } x < -4 \\ -x^2-2x+3 & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ x-3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

d)  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

e)  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -2x+4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

f)  $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

g)  $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } 1 < x < 5 \\ x+1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

h)  $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

a)  $f(x) = |-x^2 + 4x - 3|$

e)  $f(x) = |2^x - 4|$

h)  $f(x) = \left| \frac{1-x}{x+1} \right|$

b)  $f(x) = x^2 - |x| - 2$

f)  $f(x) = |\ln(x-2)|$

$f(x) = \left| \frac{2}{3-x} \right|$

c)  $f(x) = |x^2 - 5x - 4|$

g)  $f(x) = \left| \frac{2}{x-1} \right|$

d)  $f(x) = |\ln x|$

5.-Estudia la continuidad de la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases}$  (Sol: es continua en R)

6.-a) Halla  $a$  para que la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{a}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua para todo valor de  $x$ . b) Una vez hallado este valor de  $a$ , obtén la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa  $x = 2$ . (Sol: a)  $a = 2$  b)  $y - \frac{2}{3} = \frac{-2}{9}(x - 2)$ )

7.-Siendo  $f(x) = 8 - 2x$  y  $g(x) = \sqrt{1 + 2x}$

a) Halla el dominio de  $f$  y  $g$  (Dom  $f = \mathbb{R}$ , Dom  $g = [-1/2, +\infty)$ )

b) Halla  $g \circ f$  y  $f \circ g$  ( $(g \circ f)(x) = \sqrt{17 - 4x}$ ,  $(f \circ g) = 8 - 2\sqrt{1 + 2x}$ )

c) Calcula  $g^{-1}$ . (Sol:  $y = \frac{x^2 - 1}{2}$ )

8.-Dada la función  $f(x) = \frac{4 - 2x^2}{x}$  se pide:

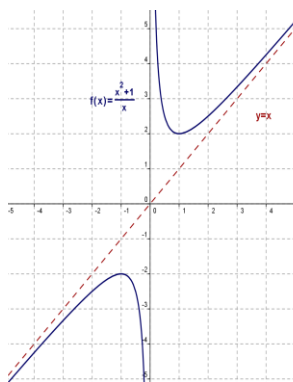
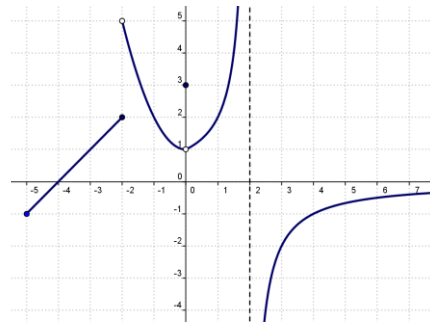
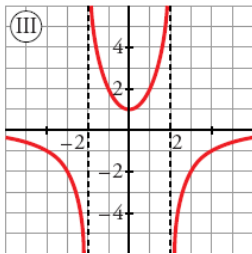
a) Asíntotas. (Sol: A. horizontal  $x = 0$ , asíntota oblicua  $y = -2x$ )

b) Puntos de corte con los ejes. (Sol: al eje X en  $(\sqrt{2}, 0)$ ,  $(-\sqrt{2}, 0)$ , no corta al eje Y).

c) Simetrías de la curva  $y = f(x)$  (Sol: es simétrica respecto del origen de coordenadas).

9.-Halla las asíntotas de la función:  $y = \frac{3x^2 + 1}{x - 2}$

10.-Obtener toda la información posible de las siguientes funciones:



11.- Dadas las funciones  $f(x) = \frac{2}{3x-9}$  y  $g(x) = x - 2$ , calcular la expresión y el dominio de las funciones  $f+g$ ,  $f-g$ ,  $f \cdot g$  y  $f/g$ ,

Realizar  $g \circ f$  y  $f \circ g$ , indicando el dominio de cada una de ellas.

12.- Calcula los límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{x^2-5x+6} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-\sqrt{x+1}} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 5x + 6}) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{2-\sqrt{x}}$$

Halla las asíntotas de la función:  $y = \frac{3x^2+1}{x-2}$

13.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2+1 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ \frac{x+3}{3-x} & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

Estudia el dominio y la continuidad.

14.- Representa la función  $f(x) = \begin{cases} |x-3| & \text{si } x \neq 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \end{cases}$  y estudia su continuidad

15.- Deriva y simplifica: a)  $f(x) = -x^7 + \frac{3}{4}x - 1$  b)  $y = (x^2 + 2x)^3$

c)  $y = \frac{x^2}{x^2+1}$  d)  $y = e^{7x} \cdot \text{sen}^3 x$