EJERCICOS DE REPASO DE FUNCIONES

1.-Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = x^4 - 2x^2$ (Sol: R)

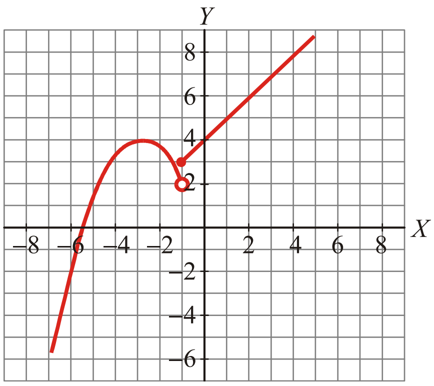
b) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$ (Sol: $R - \{0, 2\}$)

c) $y = \sqrt{6 + 3x}$ (Sol: $6 + 3x \geq 0 \Rightarrow 3$ Dominio $= [-2, +\infty)$)

d) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1}$ (Sol: $(-\infty. -2] \cup [2, +\infty)$)

e) $y = \ln (x^2 - 4x + 3)$ (Sol: $(-\infty. 1) \cup (3, +\infty)$)

2. A partir de la gráfica de *f(x)*, calcula



a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x \to -5} f(x)$

(Sol: a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 2 d) 3 e) 0

3. Halla el valor de k para que f(x) sea continua en x = 1: $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$ (Sol k = 3)

4. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3-2x^2+4x}{-5x-2x^3}$ (Sol: –1/2)

b) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x+2}$ (Sol: 0)

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-2x+8}{2x^2-5}$ (Sol: 1/2)

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2-x+1}{\sqrt{x^6+1}}$ (Sol: 0)

e) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{5x}{x-1}$ (No existe)

f) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{x^3-4x^2+4x-1}$ (Sol: –2)

g) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ (Sol: 1)

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}\right)$ (Sol: 0)

i) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{7+x}-3}$ (Sol: 24)

j) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(8x-\sqrt{16x^2-3x}\right)$ (Sol: +∞)

k) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}$ (Sol: 2)

l) $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-4x^2+4x-3}$ (Sol: 13/7)

m) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$ (Sol: 8)

n) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2}-\dfrac{x^4+x+1}{x^3+x}\right)$ (Sol: 0)

o) $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{4x^2+x}-2x)$ (Sol: 1/4)

p) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+2x}{\sqrt{1+x^2}}$ (Sol: 2)

q) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-4}$ (Sol: $\sqrt{2}$ /16)

r) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{5x}{\sqrt{1-x}-1}$ (Sol: –10)

s) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3+4x^2+x-6}$ (Sol: 1/6)

t) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^2-ax}{x^2+ax-2a^2}$ (Sol: 1/3)

u) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x+x^2}{2-\sqrt{x+4}}$ (Sol: –4)

v) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+x^2+5}{x^3+x-3}$ (Sol:–7)

w) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2-5}-(2x-3)\right)$ (Sol: 3)

x) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+4x+2}-\sqrt{4x^2-5x+2}\right)$ Sol: 9/4)

Representa gráficamente las siguientes funciones racionales:

a) $f(x)=\dfrac{3}{x}$ $\quad f(x)=-\dfrac{3}{x}$

b) $f(x)=\dfrac{3}{x}-2$ $\quad f(x)=\dfrac{3}{x-1}$

c) $f(x)=\dfrac{3}{x-2}+4$ $\quad f(x)=\dfrac{3}{x+5}$

Representa gráficamente las siguientes funciones exponenciales:

a) $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}$ $\quad f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-x}$

b) $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}$ $\quad f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}-2$

c) $f(x)=-2^{x}$ $\quad f(x)=2^{x-1}$

Representa gráficamente las siguientes funciones logarítmicas:

a) $f(x)=\log_2(x-3)$ $\quad f(x)=-\log_2 x$

b) $f(x)=\log_2(-x)$

c) $f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x-1$ $\quad f(x)=\log_2(x-1)$

Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

a) $f(x)=\begin{cases} 3x-1 & si\ \ x\le -2 \\ 1-x & si\ \ -2<x<0 \\ x^2+1 & si\ \ 0<x\le 2 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} -5 & si\ \ x<-4 \\ -x^2-2x+3 & si\ -4\le x<0 \\ x-3 & si\ \ x>3 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x & si\ \ x<0 \\ x^2-1 & si\ \ 0\le x<2 \\ -x & si\ \ 2\le x<4 \\ 1 & si\ \ x\ge 4 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} 1 & si\ \ x\le 0 \\ \dfrac{1}{x} & si\ \ x>0 \end{cases}$

e)

$f(x)=\begin{cases} 2 & si\ \ x<-2 \\ x^2 & si\ -2<x<1 \\ -2x+4 & si\ \ x\ge 1 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si\ \ x>0 \\ \dfrac{1}{x} & si\ \ x<0 \end{cases}$

g)

$f(x)=\begin{cases} -x^2+1 & si\ \ x\le 1 \\ \dfrac{1}{x-2} & si\ \ 1<x<5 \\ x+1 & si\ \ x\ge 5 \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si\ \ x>0 \\ \dfrac{1}{x+2} & si\ \ x<0 \end{cases}$

a) $f(x)=\left|-x^2+4x-3\right|$

b) $f(x)=x^2-|x|-2$

c) $f(x)=\left|x^2-5x-4\right|$

d) $f(x)=|\ln x|$

e) $f(x)=\left|2^x-4\right|$

f) $f(x)=|\ln(x-2)|$

g) $f(x)=\left|\dfrac{2}{x-1}\right|$

h) $f(x)=\left|\dfrac{1-x}{x+1}\right|$

$f(x)=\left|\dfrac{2}{3-x}\right|$

5.-Estudia la continuidad de la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} & \text{si } x \le 4 \\ x^2-15 & \text{si } x>4 \end{cases}$ (Sol: es continua en R)

6.-a) Halla a para que la función definida por $f(x)=\begin{cases} x & \text{si} \quad x\le 1 \\ \dfrac{a}{x+1} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$ sea continua para todo valor de x. b) Una vez hallado este valor de a, obtén la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa x = 2. (Sol: a) $a=2$ b) $y-\dfrac{2}{3}=\dfrac{-2}{9}(x-2)$)

7.-Siendo $f(x)=8-2x$ y $g(x)=\sqrt{1+2x}$

a) Halla el dominio de f y g (Dom f = R, Dom g = [−1/2, +∞)
b) Halla $g\circ f$ y $f\circ g$ (($g\circ f$)(x) = $\sqrt{17-4x}$, ($f\circ g$) = $8-2\sqrt{1+2x}$)
c) Calcula g^{-1}. (Sol: $y=\dfrac{x^2-1}{2}$)

8.-Dada la función $f(x)=\dfrac{4-2x^2}{x}$ se pide:

a) Asíntotas. (Sol: A. horizontal x = 0, asíntota oblicua y = −2x)
b) Puntos de corte con los ejes. (Sol: al eje X en $(\sqrt{2},0)$, $(-\sqrt{2},0)$, no corta al eje Y).
c) Simetrías de la curva y = f(x) (Sol: es simétrica respecto del origen de coordenadas).

9.-Halla las asíntotas de la función: $y=\dfrac{3x^2+1}{x-2}$

10.-Obtener toda la información posible de las siguientes funciones: