

REPASO 1ª EVALUACIÓN

ARITMÉTICA-ÁLGEBRA

1. Utilizando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{2^3 \cdot (-4)^2 \cdot 3^2}{6^3 \cdot (-9)^3}$ b) $\frac{2^{-4} \cdot (-4)^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{(-2)^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2}$ c) $\frac{(a \cdot b)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{-1}{2}} \cdot b^{-2}}$

d) $\left(\frac{2}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^4$ e) $\frac{(2^{-1} \cdot 3^2)^{-3}}{8^2 \cdot 3^{-3}}$ f) $\left(\frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{b^4}}\right)^3 \cdot \frac{b^{-\frac{3}{4}}}{a^{\frac{-3}{2}}} \cdot b^{\frac{-1}{2}}$

g) $\left(\left((-2)^{-3}\right)^4\right)^{-1}$ h) $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^{-2} \cdot (-20)^4}$

(Sol: a) $\frac{2^4}{3^7}$ b) $-2^2 \cdot 3^{-5} = -\frac{2^2}{3^5}$ c) $a \cdot b^4$ d) $\frac{2^{10} \cdot 3^3}{5^2}$ e) $2^{-3} \cdot 3^{-3}$ f) $a^3 \cdot b^{-2} = \frac{a^3}{b^2}$ g) 2^{12} h) $2 \cdot 3^{6.5}$)

2. Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}}$ b) $\sqrt{48} - 2\sqrt{12}$ (Sol: a) $1/3$ b) 0)

c) $\frac{\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3} \cdot \sqrt[9]{2 \cdot 3^2}}{\sqrt[3]{2}}$ d) $2\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{108} - \frac{2}{3}\sqrt[4]{16}$

3. Racionalizar y simplificar si es posible

a) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$ b) $\frac{2+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ (Sol: a) $\frac{4-\sqrt{2}}{7}$ b) $\frac{4+\sqrt{2}}{7}$ c) $11+2\sqrt{30}$)

d) $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} - \frac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

4. Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 = x$ b) $\log_x 64 = 3$ c) $\log_3 x = 4$ (Sol: a) 6 b) 4 c) 81)

5. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:

a) $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \log_5 \frac{1}{25}$ (Sol: $25/3$)

b) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \log_4 1$ (Sol: $-3/2$)

6. Indica si es verdadero o falso razonando tu respuesta:

a) $\log 1000x = 3 \log x$ (Sol: Falso)

b) $2 \log x - \frac{3}{4} \log y + 3 \log z = \log \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^3 z^3}}$

7. a) Sabiendo que $\log 2 = 0,3010$, calcula (sin utilizar la calculadora): $\log \frac{\sqrt[3]{0,02}}{\sqrt{8}}$

(Sol: -1,0178)

b) Escribe mediante un solo logaritmo:

$$3 \log_3 a + \frac{1}{2} \log_3 x - \frac{2}{3} \log_3 b + 3 \log_3 c - 4 \log_3 3 \quad (\text{Sol: } \log_3 \frac{a^3 \cdot \sqrt{x} \cdot c^3}{\sqrt[3]{b^2 \cdot 3^4}})$$

8. Si sabemos que $\log x = 0,85$, calcula $\log 100x - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000}$ (Sol: 5,567)

9. Resuelve las ecuaciones:

a) $9 \cdot 3^{x-1} = 243$ (Sol: $x = 4$)

a) $\frac{8^{x-1}}{2^{3-x}} = 64 \cdot 4^x$ (Sol: $x = 6$)

b) $3 \cdot 5^{(x-2)^2} = 15$ (Sol: $x = 1, x = 3$)

c) $4^x + 4^{x-1} - 4^{x+1} + 44 = 0$ (Sol: $x = 2$)

d) $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = \frac{31}{25}$ (Sol: $x = 0$)

e) $7^{x+1} - 49 = 2352$ (Sol: $x = 3$)

f) $3^{2x-1} - 3^x = 18$ (Sol: $x = 2$)

g) $3^x + \frac{1}{3^{x+1}} = \frac{28}{9}$ (Sol: $x = 1, x = -2$)

h) $\log \frac{10}{x} = \log 100 - 2 \log x$ (Sol: $x = 10$)

i) $2 \cdot \log x + \log 10 = 1 + \log (10x - 9)$ (Sol: $x = 1, x = 9$)

j) $2 \log (x + 1) - \log (2x) = \log 2$ (Sol: $x = 1$)

k) $\log (x + 1) = 2 \log 2 + \log x - \log (3 - x)$ (Sol: $x = 1$)

l) $\log (6x - 1) - \log (x + 4) = \log x$ (Sol: $x = 1$)

m) $3 \cdot \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$ (Sol: $x = 6$)

n) $5 \log_2 (x + 3) = \log_2 32$ (Sol: $x = -1$)

o) $\frac{1}{2} \log (2x + 3) = \log x$ (Sol: $x = 3$)

p) $\begin{cases} 2 + \sqrt{x + y} = x + 1 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$ (Sol: $x = 3, y = 1; x = 2, y = -1$)

q) $\frac{2 + \log_3 x}{\log_3 (x + 2)} = 2$

10. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + 4z = 4 \\ 5x - y + 3z = 16 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + z = 4 \\ -x + 2y + z = 6 \\ y + z = 0 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x + y + 7z = 11 \end{cases}$$

(Sol: a) $x = 2 + 4z, y = -2 + 7z$, b) $x = 3, y = 2, z = 1$, c) incompatible, d) $x = 5, y = 0, z = -2$)

11.-Resuelve e indica las soluciones como intervalos.

a) $\frac{2x+4}{x-1} \geq 1$

b) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} \leq 0$

c) $\frac{2x}{x-3} - \frac{x+2}{x} < 1$

d) $\frac{x}{x-3} \leq \frac{x}{x+1}$

e) $\frac{x^2+2}{x+3} > x$

f) $\frac{x^2}{x-3} \geq x+1$

g) $\frac{x^2-4}{x+6} \geq 0$

h) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$

12.- En cierta heladería por una copa de la casa, dos horchatas y cuatro batidos te cobran 34 un día. Otro día por 4 copas de la casa y 4 horchatas te cobran 44 €, y un tercer día te piden 26 € por una horchata y 4 batidos. ¿Tienes motivos para pensar que alguno de los tres días te han presentado una cuenta incorrecta?

13.--En una competición deportiva participan 50 atletas distribuidos en tres categorías: infantiles, cadetes y juveniles. El doble del número de atletas infantiles, por una parte excede en una unidad al número de cadetes y por otra, coincide con el quíntuplo del número de juveniles. Determina el número de atletas que hay en cada categoría.

14.-. En una reunión hay 40 personas. La suma del número de hombres y mujeres triplica el número de niños. El número de mujeres excede en 6 a la suma del número de hombres más el número de niños. Averiguar razonadamente cuántos hombres, mujeres y niños hay.

ECUACIONES RACIONALES E IRRACIONALES

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $\frac{x^2-32}{4} + \frac{28}{x^2-9} = 0$ $x_1=5, x_2=-5, x_3=4, x_4=-4$

2) $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}} = 2$ $x=2601$

3) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ $x_1=1, x_2=5,$

4) $\frac{3}{x} - \frac{x^2+3}{x} = x^3$ $x_1=i, x_2=-i,$

5) $\sqrt{9+x} - 5 = \frac{2x+1}{3}$ * $x=-5$

6) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$ $x=-2$

7) $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = \frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$ *** $x=5$

8) $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}} = \frac{7}{12}$ $x=11$

9) $\sqrt{x^2-13} + x - 13 = 0$ $x=7$

10) $\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2}+x} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}}$ *** $x=1/6$

11) $\sqrt{x} + \sqrt{x-\frac{1}{4}} = 1$ ** $x=25/64$

12) $\sqrt{x} - \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}}$ *** $\text{no existe solución}$

13) $2x+1 + \sqrt{x^2-x+3} = 0$ * $x=-2$

SISTEMAS EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICOS

Resuelve en los siguientes sistemas:

$1) \begin{cases} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases} \quad x=3, y=2$	$5) \begin{cases} \lg x + \lg y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases} \quad x=10+10^{1/2}, y=-10+10^{1/2}$
$2) \begin{cases} \lg x + \lg y = 3 \\ 2 \lg x - 2 \lg y = -1 \end{cases} \quad x=10^{5/4}, y=10^{7/4}$	$6) \begin{cases} \lg x - \lg y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases} \quad x=20, y=2$
$3) \begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 56 - \lg 20 \\ \lg x + \lg y = 1 + \lg 20 \end{cases} \quad x=4 \cdot 35^{1/2}, y=(10/7) \cdot 35^{1/2}$	$7) \begin{cases} \lg_x(y-18) = 2 \\ \lg_y(x+3) = 1/2 \end{cases} \quad x=3/2, y=81/4$
$4) \begin{cases} \lg_y(9-x) = 1/2 \\ \lg_x(y+9) = 2 \end{cases} \quad x=5, y=16$	$8) \begin{cases} \lg_2(3^y - 1) = x \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \end{cases} \quad x=3, y=2$

Polinomios. Fracciones algebraicas

- Escribe un polinomio de grado 3 que tenga como único divisor de grado uno el polinomio $x + 2$. Indica las raíces de dicho polinomio.
- Halla un polinomio de segundo grado con coeficiente principal 3 cuyas raíces sean 5 y $1/2$.
- Simplifica todo lo posible las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x^3 - 5x^2 - 18x + 45}{4x^2 + 2x - 30} \quad \text{Sol: } \frac{x-3}{2}$

b) $\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2 - 2xy}{(x+y)(x-y) - x(y+x) + y(y-x^2)} \quad \text{Sol: } \frac{-2}{1+x}$

c) $\frac{5a(a-b) + a(a-b) - 6a^2(a-b)}{(a^2 - b^2)(a^2 - 2a + 1)} \quad \text{Sol: } \frac{6a}{(a+b)(a-1)}$

- Calcula el verdadero valor de las siguientes fracciones algebraicas para el valor de x que se indica en cada caso:

a) $\frac{x^3 + x^2 \cdot 4x - 4}{x^3 - 5x^2 + 6x}; \quad x = 2$

b) $\frac{x^4 - 25x^2}{x^2 + 5x}; \quad x = 0; \quad x = 50$

c) $\frac{3x^2 - x}{3x^3 + 5x^2 - 2x}; \quad x = 2/7$

- Opera y simplifica todo lo posible:

a) $\frac{3x^3 - 11}{x^3 - x^2 - 6x} - \frac{2x+1}{x^2 - 3x} + \frac{5-3x^2}{x^2 + 2x} \quad \text{Sol: } \frac{7x-14}{x^2 - 3x}$

$$b) \left(4x - \frac{4}{x}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{x+1}\right) + x - 8 \quad \text{Sol: } 5x - 12$$

$$c) \frac{6x^2 - 54}{3x + 6} : \frac{2x^2 - x - 6}{x(x+2)} \quad \text{Sol: } x^2 + 3x$$

$$d) \frac{x^2 + 8x + 16}{x + 1} \left(\frac{x + 2}{x^2 + 3x - 4} - \frac{1}{3x - 3} \right) \quad \text{Sol: } \frac{2(x + 4)}{3(x + 1)}$$

$$e) \frac{9 - \frac{y^2}{x^2}}{\frac{y}{x^3} - \frac{3}{x^2}} \quad \text{Sol: } -3x - y$$

$$f) \frac{x}{x + 3} - \frac{1}{\frac{x^2}{9} + \frac{x}{3}} \quad \text{Sol: } \frac{x - 3}{x}$$

$$g) \left(\frac{2a}{x + 1} - \frac{a}{x - 1} - \frac{4a}{1 - x^2} \right) \left(1 - \frac{1}{x} \right) \quad \text{Sol: } \frac{a}{x}$$

6. Calcula el valor de t para que al dividir el polinomio $P(x) = tx^5 - 3tx^3 + 5x^2 + 3$ entre $(x + 1)$ se obtenga como resto el valor del término independiente del polinomio $P(x)$. Sol: $-5/2$
7. Halla el valor de m para que al dividir el polinomio $Q(x) = x^3 + 2mx + 5 - m$ entre $(x - 2)$ nos dé un resto igual al término independiente del polinomio $Q(x)$. Sol: -2
8. Calcula el valor de t para que el polinomio $R(x) = mx^3 + 7x^2 + mx - 3$ sea divisible entre $(x + 1)$. Una vez calculado el valor de m , factoriza el polinomio $R(x)$ e indica sus raíces. Sol: $-1, 1/2, -3$
9. Halla un polinomio de cuarto grado que sea divisible entre $x^2 - 4$ y que se anule para $x = -1$ y $x = 3$. Indica los ceros de dicho polinomio. Sol: $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$