IES O COUTO. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Matemáticas I. 1º Bachillerato-A
1^{er} **Parcial. 29-10-2018. Tiempo estimado: 45 minutos**

RESOLUCIÓN DEL EXAMEN

Solución del ejercicio 1

$$\left(\frac{(\sqrt{6}+1)^2}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}-\frac{(\sqrt{6}-1)^2}{(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)}\right)\cdot\frac{5\cdot 2\sqrt{6}}{8}=$$

$$\left(\frac{7+2\sqrt{6}-(7-2\sqrt{6})}{5}\right)\cdot\frac{5\sqrt{6}}{4}=\frac{4\sqrt{6}}{1}\cdot\frac{\sqrt{6}}{4}=6$$

Solución del ejercicio 2

a) $\log\left(\dfrac{A^5}{\sqrt[3]{100\,B}}\right)=5\,\log\,A-\dfrac{1}{3}\,(\log\,100-\log\,B)=5\cdot 0.5-\dfrac{1}{3}\cdot 2-\dfrac{1}{3}\cdot 1.5=\dfrac{4}{3}$

b) *Tomando logaritmos:*

$$\log(A^x)=\log\,B\implies x\,\log\,A=\log\,B\implies x=\frac{\log\,B}{\log\,A}\implies x=\frac{1.5}{0.5}=3$$

Solución del ejercicio 3

I) *Opuesto de z:* $-z=-2_{30^\circ}=1_{180^\circ}\cdot 2_{30^\circ}=2_{210^\circ}$

II) *Conjugado de z:* $\overline{z}=2_{-30^\circ}$

III) *Inverso de z:* $z^{-1}=\dfrac{1}{2_{30^\circ}}=\dfrac{1_{0^\circ}}{2_{30^\circ}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)_{-30^\circ}$

Solución del ejercicio 4

Como se piden los resultados en forma polar, empezamos expresando z_2 en forma binómica:

$$z_2=2_{30^\circ}=2\cdot cos\,30^\circ+i\,2\cdot sen\,30^\circ=\sqrt{3}+i$$

a) $z_1+\overline{z_1}=2\,Re(z_1)=-2$

b) $z_2-\overline{z_2}=2\,i\,Im(z_2)=2\,i$

c) $z_1\cdot z_2=(-1+i)(\sqrt{3}+i)=-\sqrt{3}-i+\sqrt{3}\,i-1=-(\sqrt{3}+1)+i\,(\sqrt{3}-1)$

d) $-i\,z_2^3=-i(2_{30^\circ})^3=-i\,8_{90^\circ}=-i\cdot 8\,i=8$

(En este apartado era más fácil empezar con z_2 en forma polar, para evitar calcular $(\sqrt{3}+i)^3$)

Solución del ejercicio 5

a) *Hay que empezar factorizando el polinomio de la ecuación por el método de Ruffini:*

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -4 & 0 & -1 & 4 \\
1 & & 1 & -3 & -3 & -4 \\
\hline
 & 1 & -3 & -3 & -4 & |\,0 \\
4 & & 4 & 4 & 4 & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & |\,0 &
\end{array}$$

Por tanto, la ecuación se factoriza como $(z-1)(z-4)(z^2+z+1)=0$

Los valores de z *para los que se anulan cada uno de los factores son:*

- $z-1=0 \implies z_1=1$
- $z-4=0 \implies z_2=4$
- $z^2+z+1=0 \implies z=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{-3}}{2} \implies \left\{\begin{array}{rcl} z_3 & = & -\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,i \\[2ex] z_4 & = & -\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,i \end{array}\right.$

b) *Empezamos despejando* z^5*, y expresándolo en forma polar:*

$$z^5=\frac{2\,i}{1-i}=\frac{2_{90^\circ}}{\sqrt{2}_{-45^\circ}}=\sqrt{2}_{135^\circ+360^\circ\,k}$$

Solo falta calcular las raíces quintas de $\sqrt{2}_{135^\circ+360^\circ\,k}$*, cuyos argumentos se diferenciarán en* $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$*:*

$$w_k=\sqrt[5]{\sqrt{2}_{135^\circ+360^\circ\,k}}=\sqrt[10]{2}_{27^\circ+72^\circ\,k} \quad \textit{con } k=0,\,1,\,2,\,3,\,4$$

$$w_0=\sqrt[10]{2}_{27^\circ},\; w_1=\sqrt[10]{2}_{99^\circ},\; w_2=\sqrt[10]{2}_{171^\circ},\; w_3=\sqrt[10]{2}_{243^\circ},\; w_4=\sqrt[10]{2}_{315^\circ}$$

Solución del ejercicio 6

$$\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x-4|>2\}=(-\infty,2)\cup(6,+\infty)$$

Solución del ejercicio 7

$$\{z\in\mathbb{C}\,/\,1\le|z|\le 4\}$$