

Ejercicios de repaso

Ejercicio 1 Reduce hasta donde sea posible (recuerda que puede ser necesario simplificar y/o racionalizar).

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{\sqrt[3]{a}\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}}{a-1} & c) \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{\frac{12}{625}} & e) (1.\widehat{7})^{-0.5} \cdot 81^{-0.\widehat{3}} \\
 b) (1+\sqrt{5})^4 - (2-\sqrt{5})^2 & d) \frac{2}{3}\sqrt{\frac{50}{27}} - \frac{1}{5}\sqrt{24} & f) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}-3}
 \end{array}$$

Ejercicio 2 Factoriza los siguientes polinomios, e indica cuáles son sus raíces reales.

$$\begin{array}{ll}
 a) 6x^4 + 4x^2 - 2 & c) x^5 - 3x^4 + x^3 + 5x^2 - 6x + 2 \\
 b) 2x^3 - 8x^2 + 2x + 12 & d) -x^4 + x^2 + 20
 \end{array}$$

Ejercicio 3 Resuelve las siguientes cuestiones:

- Enuncia el Teorema del Resto.
- Termina la frase utilizando el Teorema del Resto:
El valor numérico de un polinomio $p(x)$ en $x = 1$ coincide con
- Obtén un polinomio de grado 5, que tenga únicamente una raíz real triple.
- Obtén el polinomio de grado 4, con coeficiente principal 3, y cuyas raíces sean $x = -1$, $x = 0$, $y x = 5$

Ejercicio 4 Calcula y simplifica si es posible.

$$\begin{array}{ll}
 a) \frac{2}{x+1} - \frac{x+3}{2x+2} + \frac{x}{(x+1)^2} & d) \frac{9-x^2}{2x+x^2} : \frac{x^2-6x+9}{x^2+4x+4} \\
 b) \frac{x-1}{x-2} - \frac{x^2+1}{4-x^2} & e) \left[\frac{1}{(2x+1)^2} - \frac{2x-1}{4x+2} \right] \cdot \frac{6x+3}{16x^4-9} \\
 c) \frac{1-x^2}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2+2x+1} & f) \frac{x^2+2y^2}{x^3y-y^3} \cdot y - \frac{x-y}{x+y}
 \end{array}$$

Ejercicio 5 Resuelve las siguientes ecuaciones.

$$\begin{array}{ll}
 a) \sqrt{5x+1} = \sqrt{x^2-5} & d) \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = 1 \\
 b) \sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5 & e) \sqrt{2x+3} + \sqrt{x-2} = 4 \\
 c) \sqrt{x+7} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x+2} = 0 & f) \sqrt{x+10} - \sqrt{x+19} = -1
 \end{array}$$

Ejercicio 6 Resuelve en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones logarítmicas.

$$\begin{array}{ll}
 a) \log \sqrt{x^2-3x+2} = \log x & d) \ln(x^2+3x+2) - \ln(x+1) = \ln(1-x) \\
 b) \ln(6x) - \ln \sqrt{6x} = \ln \sqrt{x^2+9} & e) \log_2(5x^2+15x+10) - \log_2(x+2) = 2 \\
 c) \ln(x-1) + \ln(x-3) = \ln(x^2) & f) \log(3^x) + 5 = \log(9^x)
 \end{array}$$

Ejercicio 7 Resuelve en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $4^x - 3 \cdot 2^x = 10$

d) $2^{4x+2} - 48 \cdot 2^{2x-2} + 8 = 0$ g) $2^{2x-2} = 20$

b) $3 \cdot 4^x + 6 \cdot 2^x = 24$

e) $9 \cdot 3^{x-1} \sqrt{9} = 9^x$ h) $2^{2x} + 20 = 9 \cdot 2^x$

c) $3^{2x-1} - 3^x = 18$

f) $25^{2x} - 3 \cdot 5^{2x} = 4$ i) $2^{x-1} + 2^{3-x} = 5$

Solución al ejercicio 1

a) $\frac{1}{a-1}$

c) $\frac{4}{5} \sqrt[4]{12}$

e) $\frac{\sqrt[3]{9}}{12}$

b) $47 - 20\sqrt{5}$

d) $-\frac{4}{136} \sqrt{6}$

f) $\frac{3}{2} \sqrt{2} + \frac{5}{2} \sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 3$

Solución al ejercicio 2

a) $p(x) = 6 \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \left(x + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) (x^2 + 1)$ c) $p(x) = (x - 1)^2 (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

Raíces reales: $x = 1, x = \pm\sqrt{2}$

Raíces reales: $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $p(x) = 2(x - 3)(x + 1)(x - 2)$

d) $p(x) = (x^2 + 4)(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$.

Raíces reales: $x = 3, x = -1, x = 2$

Raíces reales: $x = \pm\sqrt{5}$

Solución al ejercicio 4

a) $\frac{-x^2 + 2x + 1}{2(x + 1)^2}$

c) $\frac{-x^2 - x + 2}{x + 1}$

e) $-\frac{3}{2(2x + 1)(4x^2 + 3)}$

b) $\frac{2x^2 + x - 1}{(x - 2)(x + 2)}$

d) $\frac{-x^2 - 5x - 6}{x(x - 3)}$

f) $\frac{y^2 - 2xy}{(x - y)(x + y)}$

Solución al ejercicio 5

a) Sin solución

c) $x = 2$

e) $x = 3$

b) $x = 5$

d) $x = 2$

f) $x = 6$

Solución al ejercicio 6

a) $x = \frac{2}{3}$

c) Sin solución

e) $x = -\frac{1}{5}$

b) $x = 3$

d) $x = -\frac{1}{2}$

f) $x = -\frac{5}{\log 3}$

Solución al ejercicio 7

a) $x = \frac{\log 5}{\log 2}$

d) $x = 0, x = \frac{1}{2}$

g) $x = \frac{\log 80}{\log 4}$

b) $x = 1$

e) $x = -1$

h) $x = 2, x = \frac{\log 5}{\log 2}$

c) $x = 2$

f) $x = \frac{\log 2}{\log 5}$

i) $x = 1, x = 3$