

## Repaso de operaciones con números reales

**Ejercicio 1** *Expresa en forma de intervalo los siguientes conjuntos:*

a)  $\{x \in \mathbb{R} / -1 < x\}$

c)  $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\}$

b)  $\{x \in \mathbb{R} / 5 \leq x < 9\}$

d)  $\{x \in \mathbb{R} / -8 < x < 8\}$

**Ejercicio 2** *Calcula los intervalos resultantes de las siguientes operaciones:*

a)  $(0, 5) \cap (-2, 3)$

d)  $(-\infty, 1] \cup [0, +\infty)$

g)  $(-\infty, 4] \cap [4, +\infty)$

b)  $(-\infty, 8] \cap (2, +\infty)$

e)  $(-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$

h)  $[-4, 2) \cap [0, 2]$

c)  $[-2, 5) \cup [5, 6)$

f)  $(-2, 6) \cap [6, 7)$

i)  $(-\infty, -6] \cap (-\infty, -8)$

**Ejercicio 3** *Escribe utilizando notación de intervalos la solución de las siguientes desigualdades:*

a)  $|x| < 3$

d)  $|x| > -1$

g)  $|2x - 1| > 3$

b)  $|x| \leq -1$

e)  $|x - 1| \leq 2$

h)  $|3x - 5| \leq 2$

c)  $|x - 5| \leq 2$

f)  $|x + 3| > 0$

i)  $|4x - 5| > 6$

**Ejercicio 4** *Reduce las siguientes expresiones hasta donde sea posible:*

a)  $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

d)  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{9}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{25}}$

g)  $\sqrt{\sqrt{0.00017}} - \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{45} - \sqrt{20} + 2\sqrt{180}$

e)  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} - \frac{1}{4}\sqrt[3]{\frac{16}{81}}$

h)  $3\sqrt[3]{\frac{8a^4}{b^6c^2}} - \frac{1}{b^2}\sqrt[3]{\frac{a}{c^2}}$

c)  $\sqrt{\frac{3}{25}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{49}}$

f)  $\sqrt{0.8} - 3\sqrt{0.002}$

i)  $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^5}{a^3}} + 2b\sqrt{\frac{b}{a}}$

**Ejercicio 5** *Calcula:*

a)  $5^2 + 5^3 - (-5)^4$

g)  $\left[\left(\sqrt{\frac{1}{6}}\right)^{1/2}\right]^8$

b)  $(-5)^2 - (-5)^4$

h)  $16^{2/3} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \div \sqrt{2}$

c)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^0$

i)  $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)^{-6} - (\sqrt{7})^0$

d)  $\left(\frac{5}{2}\right)^{100} \cdot \left(\frac{25}{4}\right)^{-50}$

j)  $\left(2\sqrt{\sqrt{\frac{1}{5}}}\right)^4$

e)  $\left(\frac{25}{9}\right)^{100} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{201}$

f)  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-1/2} - 64^{4/3}$

k)  $\left(\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}}\right)^8$

**Ejercicio 6** Reduce estas expresiones todo lo posible.

a)  $(2 + \sqrt{7})(7 - \sqrt{7})$

b)  $(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})(4\sqrt{2} + 5\sqrt{3})$

c)  $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{10})^2$

d)  $(1 - \sqrt{2})^6$

e)  $\left(\frac{3}{10}\sqrt{125} - \frac{1}{3}\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{2} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

f)  $(\sqrt{6 - \sqrt{2}} + \sqrt{6 + \sqrt{2}})^2$

g)  $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1} - \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$

h)  $\frac{3}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{5}{\sqrt{6} + 1}$

i)  $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{6}{\sqrt{7} + 1}$

j)  $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7} - 2} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

k)  $\left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}\right) : \sqrt{8}$

l)  $\left(\frac{1}{1 - \sqrt{2}}\right)^4$

m)  $\left(\frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{6} - 1} - \frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{6} + 1}\right) \cdot \frac{5\sqrt{24}}{8}$

**Ejercicio 7** Expresa en forma de único radical:

a)  $\sqrt{\sqrt{2}}$

e)  $\sqrt[3]{2\sqrt{\frac{2}{3}}}$

i)  $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

l)  $(a + b)\sqrt[3]{\frac{1}{(a + b)^2}}$

b)  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{4}}$

f)  $\sqrt[5]{3\sqrt{5}}$

m)  $\sqrt[3]{4\sqrt{2}\sqrt[6]{2^5}}$

c)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}}}}$

g)  $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$

j)  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}}$

n)  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}\sqrt[3]{2}}$

d)  $\sqrt{2\sqrt[3]{3}}$

h)  $\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}}$

k)  $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}}$

ñ)  $\sqrt{\frac{3a^2}{\sqrt{27a^6}}}$

**Ejercicio 8** Efectúa hasta donde sea posible:

a)  $2\sqrt[5]{9} - (3\sqrt[5]{3})^2$

c)  $\sqrt{\sqrt[3]{64a^4}} - \sqrt[3]{a^2}$

e)  $\left(\sqrt[4]{9} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\sqrt[4]{9} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

b)  $3\frac{2}{3}\sqrt[6]{9}$

d)  $\frac{\sqrt{15\sqrt[3]{5}}}{\sqrt[4]{45}}$

**Ejercicio 9** Calcula utilizando la definición los siguientes logaritmos. En el caso de que no existan indícalo.

a)  $\log_2 0.125$

c)  $\log 0.00001$

e)  $\log_4 \sqrt{2}$

b)  $\log_3 \left(\frac{2}{54}\right)$

d)  $\log_{\sqrt[3]{2}} 16$

f)  $\log_{\sqrt{3}} 0.1$

**Ejercicio 10** Utilizando las propiedades de los logaritmos, y sin calculadora, calcula:

a)  $\log 5 + \log 2$

c)  $\log 7 + \log \left(\frac{1}{7}\right)$

b)  $\log 1000 - \log 0.0001 + \log \left(\frac{1}{100}\right)$

d)  $\log 20 - 2\log 5 + \log \left(\frac{25}{20}\right)$

e)  $\log 125 + 3 \log 2$

g)  $\log 45 - \log 15 - \log 3$

f)  $\log(\sqrt{5}) - \log 25 + \log\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$

h)  $\log 800 - 3 \log 20$

**Ejercicio 11** Utilizando las propiedades de los logaritmos, expresa las siguientes cantidades en función de  $\log 2$  y  $\log 3$ :

a)  $\log 9$

c)  $\log 6$

e)  $\log 72$

g)  $\log 5$

i)  $\log 0.6$

b)  $\log 8$

d)  $\log 0.5$

f)  $\log 24$

h)  $\log 1.5$

j)  $\log \sqrt[6]{800}$

**Ejercicio 12** Emplea la fórmula del cambio de base, y expresa los siguientes logaritmos en función de  $\log 2$  y  $\log 3$ :

a)  $\log_3 2$

b)  $\log_3 32$

c)  $\log_2 30$

d)  $\log_2 9$

e)  $\log_2 10$

**Ejercicio 13** Utilizando la expresión para el cambio de base del logaritmo y/o las propiedades de los logaritmos, calcula:

a)  $\log_3 7 \cdot \log_7 3$

c)  $\log_7 (\log_3 (\log_2 8))$

b)  $-\log_3 5 \cdot \log_5 9$

d)  $\log_4 (\log_2 (\log_3 (10 - \log 10)))$

**Ejercicio 14** Toma logaritmos en las siguientes expresiones y aplica las propiedades:

a)  $A = \frac{xyz}{t^2}$

c)  $C = 4(a + b)^2$

e)  $E = \frac{10^4 \cdot 4x}{300}$

g)  $G = \frac{1}{2ab} \cdot 10^c$

b)  $B = x\sqrt{yz}$

d)  $D = \frac{4}{3}\pi R^3$

f)  $F = \frac{e^{a+b}}{5}$

h)  $H = \sqrt{\frac{10}{a^3b}}$

**Ejercicio 15** Sabiendo que  $\log A = 0.5$ ,  $\log B = 1.5$  y  $\log C = 2.5$ , calcula utilizando las propiedades de los logaritmos.

a)  $\log(1000\sqrt{A})$

c)  $\log(\sqrt{AB} \cdot C^{-2})$

e)  $\log \sqrt[3]{\frac{A^2B}{10}}$

b)  $\log\left(\frac{10}{A^2B^2}\right)$

d)  $\log\left(\frac{0.1\sqrt[5]{A^2}}{BC^2}\right)$

f)  $\log \frac{\sqrt{A}}{100B^2}$

**Ejercicio 16** Resuelve las siguientes ecuaciones (ayúdate de la definición de logaritmo).

a)  $\log(x + 2) = 1$

c)  $\log_2(x) = 5$

e)  $3^x = 1$

g)  $4^x = 5$

b)  $\ln(4x + 3e) = 1$

d)  $\log(2x - 3) = 2$

f)  $2^x = \frac{1}{8}$

h)  $10^{x-1} = 2$