



ALUMNO/A:

Ejercicio 1 Resuelve los siguientes límites, justificando el resultado obtenido.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + 1}}$ (1 punto)

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{2x - 1} \right)^{\frac{x}{x-1}}$ (1 punto)

Ejercicio 2 Para la función $f(x) = \ln \left(\frac{x - 2}{x + 1} \right)$

a) Obtén el dominio. (0.5 puntos)

b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales y verticales, y escribe sus ecuaciones. (Justifica el resultado de los límites que necesites hacer). (1 punto)

c) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento. (1 punto)

Ejercicio 3 Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ (0.5 puntos)

Ejercicio 4 Para la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + b & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 - 5x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

a) Calcula los valores de a y b para que sea derivable en $x = 1$. (1 punto)

b) Para los valores de a y b encontrados en el apartado anterior, estudia la derivabilidad en $x = 3$. (0.5 puntos)

c) Encuentra la ecuación de la recta tangente a la función en $x = 4$. (0.5 puntos)

Ejercicio 5 Deriva las siguientes funciones. (2 puntos)

a) $f(x) = \frac{\cos(2x)}{x + 1}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$

b) $f(x) = x e^{x^3 - 2x}$

d) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \text{sen}(2x - 1)$

Ejercicio 6 Se desea construir un paralelepípedo rectangular de 27 dm^3 de volumen, y tal que un lado de la base sea doble que el otro. Determinar sus dimensiones para que el área total de sus seis caras sea mínima. (1 punto)