

**Ejercicio 1** *Calcula el dominio de las siguientes funciones.*

a)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + x}{x^2 - 2}}$

d)  $f(x) = \ln\left(\frac{4-x}{x^2-1}\right)$

g)  $f(x) = \log|x-1|$

b)  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-9}}$

e)  $f(x) = \frac{\sqrt{2x^3-8x}}{x}$

h)  $f(x) = \sqrt{\log x}$

c)  $f(x) = 2^{x^2-4}$

f)  $f(x) = \frac{1}{e^x-1}$

i)  $f(x) = \frac{2x^2}{1-|x|}$

**Ejercicio 2** *Siendo  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = \sqrt{x+4}$ ,  $h(x) = \ln(x-1)$ , y  $j(x) = e^{x+2}$ , calcula las funciones resultado de las composiciones que se indican, y el dominio de dicho resultado.*

a)  $f \circ g$       b)  $g \circ f$       c)  $f \circ f$       d)  $h \circ j$       e)  $j \circ h$       f)  $h \circ f$

**Ejercicio 3** *Calcula el resultado de las siguientes operaciones aritméticas.*

a)  $e^{\ln 5}$

d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$

f)  $\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

i)  $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

b)  $10^{\log 4}$

g)  $\arctg(-1)$

j)  $\cos(\arcsen \alpha)$

c)  $2^{\log_2 5}$

e)  $4^{\log_2 5}$

h)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

k)  $\sen(\arccos \alpha)$

**Ejercicio 4** *Calcula la expresión analítica de la función recíproca de cada una de las siguientes funciones.*

a)  $f(x) = 1 - \frac{2x}{x-1}$

c)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

e)  $f(x) = \log(x^2 - 1)$

b)  $f(x) = e^{2x+3}$

d)  $f(x) = x^4 - 1$

f)  $f(x) = 3^{-x^2}$

**Ejercicio 5** *Representa gráficamente las siguientes funciones, especificando su dominio, puntos de corte con los ejes si los hubiese, asíntotas, y puntos de discontinuidad.*

a)  $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$

d)  $f(x) = \log(x+2) + 1$

g)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

b)  $f(x) = \log(x-1)$

e)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

h)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

c)  $f(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$

f)  $f(x) = e^{-x+2}$

i)  $f(x) = \arctg x + \frac{\pi}{2}$

**Ejercicio 6** *Para las funciones del ejercicio 1, calcula las ecuaciones de las asíntotas que encuentres.*

**Ejercicio 7** *Dada la función  $f(x) = \frac{(x^2-4)(x-3)}{x^3+2x^2-9x-18}$ , calcula  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  en los siguientes casos.*

a)  $a = -3$

b)  $a = -2$

c)  $a = 0$

d)  $a = 2$

e)  $a = 3$

**Ejercicio 8** *Calcula  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-3\sqrt{x-2}}{6-x}$*

**Ejercicio 9** *Expresa como una función definida a trozos, y representa gráficamente las siguientes funciones.*

a)  $f(x) = |2x - 5|$

b)  $f(x) = |x^2 - 4|$

c)  $f(x) = |x^2 - 6x|$

**Ejercicio 10** En las siguientes funciones estudia el dominio, la continuidad (si hay discontinuidades, clasifícalas), y represéntalas gráficamente.

a)  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 5x + 4 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$

d)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 6 & \text{si } 4 < x \leq 8 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases}$

e)  $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x < 0 \\ 2^x - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < -1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } -1 \leq x \end{cases}$

f)  $f(x) = \begin{cases} \log(x+2) & \text{si } -2 < x < 8 \\ \log(x-7) & \text{si } x \geq 8 \end{cases}$

**Ejercicio 11** El número de unidades en miles de euros vendidas por una empresa del sector editorial durante su primer año de existencia, se estimó por la función

$$f(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{si } 7 < t \leq 12 \end{cases}$$

donde  $t$  es el tiempo en meses transcurrido desde el nacimiento de la empresa.

a) Representa gráficamente la función.

b) En los primeros siete meses, calcula las ventas máximas y el mes en el que se alcanzaron.

c) ¿En qué momento con posterioridad al sexto mes se registró el mínimo número de unidades vendidas, y cuál fue dicho número?

**Ejercicio 12** Estudia la continuidad y las asíntotas de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

c)  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

e)  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3 - |2x + 1|}$

b)  $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$

d)  $f(x) = \frac{2x}{1 - |x|}$

f)  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-5}\right)^{\frac{2}{x}}$

**Ejercicio 13** Determina el valor de  $k$  para que las siguientes funciones sean continuas.

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2k & \text{si } x \leq 2 \\ -2x^2 + \frac{k}{2}x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{kx} & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{si } x > 4 \end{cases}$

**Ejercicio 14** Justifica que el polinomio  $p(x) = x^4 - 18x + 1$  tiene al menos una raíz en el intervalo  $[0, 2]$