

Ejercicio 1 *Calcula el dominio de las siguientes funciones.*

a) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + x}{x^2 - 2}}$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{4-x}{x^2-1}\right)$

g) $f(x) = \log|x-1|$

b) $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-9}}$

e) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^3-8x}}{x}$

h) $f(x) = \sqrt{\log x}$

c) $f(x) = 2^{x^2-4}$

f) $f(x) = \frac{1}{e^x-1}$

i) $f(x) = \frac{2x^2}{1-|x|}$

Ejercicio 2 *Siendo $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = \sqrt{x+4}$, $h(x) = \ln(x-1)$, y $j(x) = e^{x+2}$, calcula las funciones resultado de las composiciones que se indican, y el dominio de dicho resultado.*

a) $f \circ g$ b) $g \circ f$ c) $f \circ f$ d) $h \circ j$ e) $j \circ h$ f) $h \circ f$

Ejercicio 3 *Calcula el resultado de las siguientes operaciones aritméticas.*

a) $e^{\ln 5}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$

f) $\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

i) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

b) $10^{\log 4}$

g) $\arctg(-1)$

j) $\cos(\arcsen \alpha)$

c) $2^{\log_2 5}$

e) $4^{\log_2 5}$

h) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

k) $\sen(\arccos \alpha)$

Ejercicio 4 *Calcula la expresión analítica de la función recíproca de cada una de las siguientes funciones.*

a) $f(x) = 1 - \frac{2x}{x-1}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

e) $f(x) = \log(x^2 - 1)$

b) $f(x) = e^{2x+3}$

d) $f(x) = x^4 - 1$

f) $f(x) = 3^{-x^2}$

Ejercicio 5 *Representa gráficamente las siguientes funciones, especificando su dominio, puntos de corte con los ejes si los hubiese, asíntotas, y puntos de discontinuidad.*

a) $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \log(x+2) + 1$

g) $f(x) = \sqrt{x-2}$

b) $f(x) = \log(x-1)$

e) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

h) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

c) $f(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$

f) $f(x) = e^{-x+2}$

i) $f(x) = \arctg x + \frac{\pi}{2}$

Ejercicio 6 *Para las funciones del ejercicio 1, calcula las ecuaciones de las asíntotas que encuentres.*

Ejercicio 7 *Dada la función $f(x) = \frac{(x^2-4)(x-3)}{x^3+2x^2-9x-18}$, calcula $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ en los siguientes casos.*

a) $a = -3$

b) $a = -2$

c) $a = 0$

d) $a = 2$

e) $a = 3$

Ejercicio 8 *Calcula $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-3\sqrt{x-2}}{6-x}$*

Ejercicio 9 *Expresa como una función definida a trozos, y representa gráficamente las siguientes funciones.*

a) $f(x) = |2x - 5|$

b) $f(x) = |x^2 - 4|$

c) $f(x) = |x^2 - 6x|$

Ejercicio 10 En las siguientes funciones estudia el dominio, la continuidad (si hay discontinuidades, clasifícalas), y represéntalas gráficamente.

a) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 5x + 4 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 6 & \text{si } 4 < x \leq 8 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x < 0 \\ 2^x - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < -1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } -1 \leq x \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} \log(x+2) & \text{si } -2 < x < 8 \\ \log(x-7) & \text{si } x \geq 8 \end{cases}$

Ejercicio 11 El número de unidades en miles de euros vendidas por una empresa del sector editorial durante su primer año de existencia, se estimó por la función

$$f(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{si } 7 < t \leq 12 \end{cases}$$

donde t es el tiempo en meses transcurrido desde el nacimiento de la empresa.

a) Representa gráficamente la función.

b) En los primeros siete meses, calcula las ventas máximas y el mes en el que se alcanzaron.

c) ¿En qué momento con posterioridad al sexto mes se registró el mínimo número de unidades vendidas, y cuál fue dicho número?

Ejercicio 12 Estudia la continuidad y las asíntotas de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

c) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

e) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3 - |2x + 1|}$

b) $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$

d) $f(x) = \frac{2x}{1 - |x|}$

f) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-5}\right)^{\frac{2}{x}}$

Ejercicio 13 Determina el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2k & \text{si } x \leq 2 \\ -2x^2 + \frac{k}{2}x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{kx} & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{si } x > 4 \end{cases}$

Ejercicio 14 Justifica que el polinomio $p(x) = x^4 - 18x + 1$ tiene al menos una raíz en el intervalo $[0, 2]$