1ª Parte

TRIGONOMETRÍA

Escribe el valor exacto de las razones trigonométricas siguientes justificando los resultados:

a) $sen\ 3900^{\circ}$
b) $cotg\ -150^{\circ}$
c) $sec\ 180^{\circ}$

Si α es un ángulo del cuarto cuadrante y $cos\ \alpha = \frac{3}{5}$, sin hallar el ángulo, averigua el valor de las principales razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) del ángulo 2α. ¿A qué cuadrante pertenece el ángulo 2α?

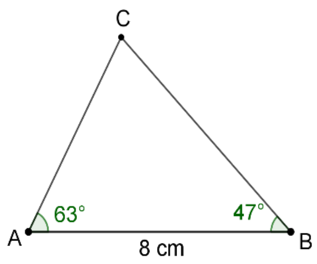
Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$a)\ \ tg\,x + \sec x - 2\cos x = 0$ (*escribe todas las soluciones en radianes*)

$b)\ \ 2\,sen\,x + \sqrt{3}\ tg\,x = 0$ (*escribe las soluciones en el intervalo [0º, 360º]*)

Dos ciclistas parten a la vez de un cruce del que salen dos caminos rectos que forman entre sí un ángulo de 40º. Si cada uno circula por cada uno de los caminos, a velocidades constantes de 36 km/h y 20 km/h respectivamente, ¿cuál es la distancia que los separa después de media hora?

Calcula el área del triángulo de la figura:

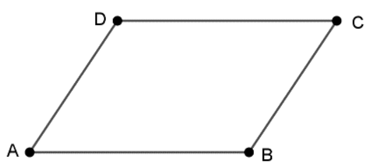


VECTORES Y RECTAS

Dados los vectores $\vec{u}(6,-8)$ y $\vec{v}(a,5)$ se pide:

a) Todos los vectores perpendiculares a $\vec{u}$ de módulo 3 unidades.
b) Hallar el valor de a sabiendo que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 15$.

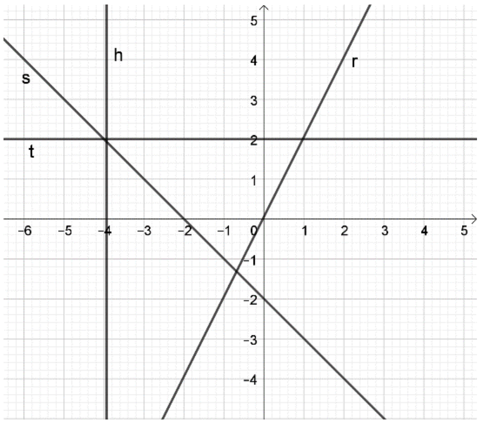
Sean A(2,−3), B(8,−1) y C(9,2) tres de los vértices del paralelogramo ABCD, se pide:



a) Coordenadas del vértice D.
b) Ecuación general de la recta del lado AB.
c) Ángulo del vértice B.
d) Área del paralelogramo.

Halla el punto simétrico de P(1,1) respecto de la recta $r \equiv\ x-2y-4=0$.

Escribe la ecuación general de las rectas r, s, t y h representadas en la siguiente figura y después calcula el punto de corte entre r y s.

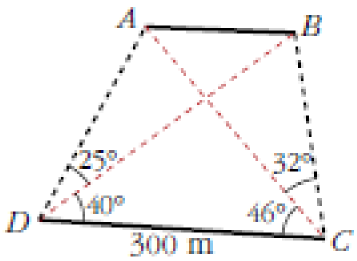


TRIGONOMETRÍA, VECTORES Y RECTAS

Si α es un ángulo del cuarto cuadrante y $\cos\alpha = 1/5$ calcula, sin averiguar previamente el ángulo, el valor exacto de $sen\ 2\alpha$ y $cos(2\pi - \alpha)$.

Halla todas las soluciones de la ecuación $2\,sen^2 x + 3\cos x = 3$ en radianes.

Calcula la longitud del segmento AB de la figura.



Dados los vectores $\vec{u}\,(k\ ,\ 5)$, $\vec{v}\,(-2\ ,\ 1)$ e $\vec{t}\,(3,-2)$, se pide:

a) El valor de k para que $\vec{u}$ sea paralelo a $\vec{t}$ y de sentido contrario.
b) El valor de k para que $\vec{u}\cdot(\vec{v}-\vec{t}) = 12$
c) El ángulo formado por $\vec{v}$ y $\vec{t}$.

Dados los puntos P(2,5) y Q(–2,1), escribe la ecuación general de la mediatriz del segmento PQ.

Dadas las rectas: r: $-2x + y - 3 = 0$, s: $4x - 2y + k = 0$ y t: $2x + y = 0$,

a) halla el valor de k para que r y s no sean paralelas.
b) determina el punto de intersección de r y t.
c) calcula la distancia del punto Q(3,1) a la recta r.

EXAMEN DE ÁLGEBRA Y COMPLEJOS

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\dfrac{5x-5}{x^2+x-6} = \dfrac{x-1}{x-2} - \dfrac{2x-2}{x^2+3x}$

b) $\sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{6-x}$

c) $\log(x+1) + 1 = \log 4x - 3\cdot\log 2$

Resuelve la inecuación expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos y represéntalo en la recta real:

$$\frac{x(3+x^2)}{(x-6)(x+7)} \leq 0$$

Resuelve el sistema por el método de Gauss: $\begin{cases} x+2y-2z=-4 \\ 3x+5y-2z=16 \\ 4x+9y-6z=-8 \end{cases}$

Efectúa las siguientes operaciones con números complejos:

a) $\dfrac{(-5\,\mathrm{i})^2}{1+2\mathrm{i}}$ (en forma binómica)

b) $\left(-1+\sqrt{3}\,i\right)^6$ (en forma polar)

Resuelve la ecuación $z^5 - 32\,i = 0$.

Determina el valor de x para que $(5-x\,i)^2$:

a) sea un número imaginario puro
b) tenga su afijo en la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

b) $9^{x+1} - 28\cdot 3^x + 3 = 0$

c) $2\cdot\log(x-1) + 1 = \log x + \log 5$

Resuelve la inecuación expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos y represéntalo en la recta real:

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{5} \geq \frac{4x}{15} + \frac{1}{3}$$

Resuelve el sistema por el método de Gauss: $\left.\begin{array}{r} x-2y-z=5 \\ 2x+y+z=1 \\ -3x-y+2z=4 \end{array}\right\}$

Efectúa las siguientes operaciones con números complejos:

a) $\left(\dfrac{2i^{26}-i}{3-i}\right)^3$ b) $\sqrt[4]{-2-2\sqrt{3}\,i}$

Resuelve la ecuación en el conjunto de los números complejos: $z^3 - 2z^2 + z - 2 = 0$

Calcula los vértices de un pentágono regular centrado en el origen de coordenadas, sabiendo que uno de ellos es el punto (3 , 0).

2ª Parte

FUNCIONES

Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{5-3x}}$ e $g(x) = \dfrac{1}{x^2} - 2$, determina:

a) $(g \circ f)(x)$

b) $g^{-1}(x)$

c) (*1,5 p*) Dominio de f , dominio de g y dominio de $g \circ f$

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x+3}{x^2+4x+3}$ b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$ c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3+4x+3}{5x^2+3x}$

Dada la siguiente gráfica de la función *f (x)*, se pide:

a) Dominio y conjunto imagen de *f*(*x*).

b) Puntos de discontinuidad indicando el tipo.

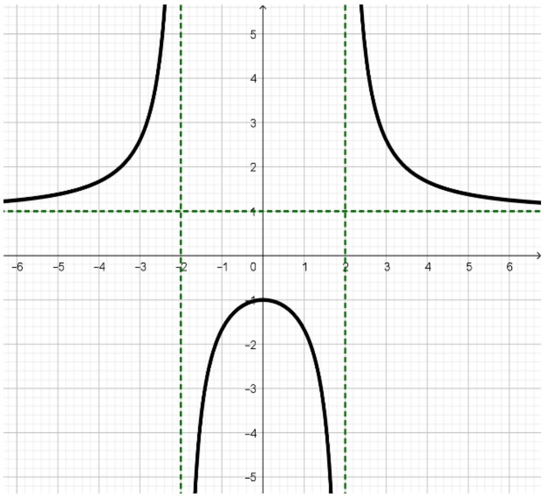
c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) =$



Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} 2 & se \quad x < 0 \\ x^2 - 2x & se \quad 0 \le x < 4 \\ 4 + x & se \quad x > 4 \end{cases}$ indicando el tipo de discontinuidades que existen.

Determina las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x^2}{x-5}$

DERIVADAS

Dada la función $f(x) = x^2 + 3x$ calcula $f'(-1)$ aplicando la definición de derivada.

Dada la función $f(x) = 2x^2 - 3x - 10$, se pide:

a) ecuación explícita de la recta tangente en el punto $x = -2$.

b) ecuación de la recta tangente horizontal.

c) Punto en el que la recta tangente a la función forma un ángulo de 45º con la horizontal.

Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio 2 dm, sabiendo que su diagonal es un diámetro de la circunferencia.

Deriva las funciones siguientes, simplificando los resultados cuando sea posible:

a) $y = 2^x + \frac{\sqrt[3]{15x}}{5} - \text{Ln (e +1)}$

b) $y = e^{3x} \cdot \cos(10x^2 - 2)$

c) $y = \text{arctg}\,(x+2) - \text{tg}^2 x$

d) $y = Ln\,\frac{x-1}{x+1}$

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

Escribe los intervalos de convexidad y concavidad y los puntos de inflexión de la función $f(x) = x^4 + 4x^3 - 4x - 8$.

Representa la función $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$, calculando previamente dominio, cortes con los ejes, simetría, monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento), extremos relativos, curvatura (intervalos de concavidad y convexidad), puntos de inflexión y asíntotas.

RECUPERACIÓN DE ANÁLISIS

Escribe el dominio de la función $f(x) = \frac{\log(x+7)}{\sqrt{x^2 - 16}}$

Calcula: $\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$

Estudia la continuidad de la función indicando los tipos de discontinuidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & si \quad x < 0 \\ x^2 - 3x & si \quad 0 \leq x < 2 \\ 0 & si \quad x = 2 \\ 2^x - 6 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

Halla la recta tangente a la función $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ en el punto de abscisa $x = 1$. ¿En qué punto tiene una recta tangente paralela al eje de abscisas?

Escribe los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de $f(x) = x^2 \cdot e^x$

Calcula las asíntotas de la función $y = \frac{x^3+3x^2}{x^2+2x-3}$

Calcula los lados del triángulo rectángulo de área máxima sabiendo que la hipotenusa mide $\sqrt{50}$ cm.

Deriva las funciones siguientes, simplificando los resultados cuando sea posible:

a) $y = 2^x \cdot Ln\,(5 - x)$ b) $y = arcsen\sqrt{x} + \frac{cos^2 x}{6}$

FINAL

Resuelve la ecuación $sen\, x + \sqrt{3}\, cos\, x = 1$ en el intervalo $[\ 0\ ,\ 2\Pi\ ]$.

Calcula el área y el perímetro de un romboide cuyas diagonales miden 12 y 16 cm respectivamente y forman un ángulo de 50º.

Dados los vectores u(1,2) y v(x,1), averigua el valor de x para que:

a) sean ortogonales
b) formen un ángulo de 60º
c) sean paralelos

Dadas las rectas $r \equiv 4x - 3y + 5 = 0$; $s \equiv 3x + y - 19 = 0$ y $t \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{m}$ se pide:

a) punto de corte entre r y s
b) ángulo que forman r y s
c) valor de m para que s y t sean paralelas
d) distancia entre s y t cuando m = –6.

Resuelve la ecuaciones siguientes:

a) $\sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{6-x}$
b) $9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$
c) $\log(x+1) + 1 = \log 4x - 3 \cdot \log 2$

Efectúa las siguientes operaciones en el conjunto de los números complejos:

a) $\frac{(1+i)\cdot i^{27}}{1-2i}$ (en forma binómica) b) $\sqrt[4]{1-\sqrt{3}\,i}$

Calcula los límites: a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

Estudia la continuidad de la siguiente función indicando el tipo de discontinuidades:

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & se\ \ x \le 0 \\ x^2 - 2x & se\ \ 0 < x < 3 \\ 6 - x & se\ \ x > 3 \end{cases}$$

Deriva las siguientes funciones y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $y = 2^x + \frac{\sqrt[3]{15x}}{5} - \text{arctg}\,(x+2)$ b) $y = e^{3x} \cdot \cos(10x^2 - 2)$

Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$