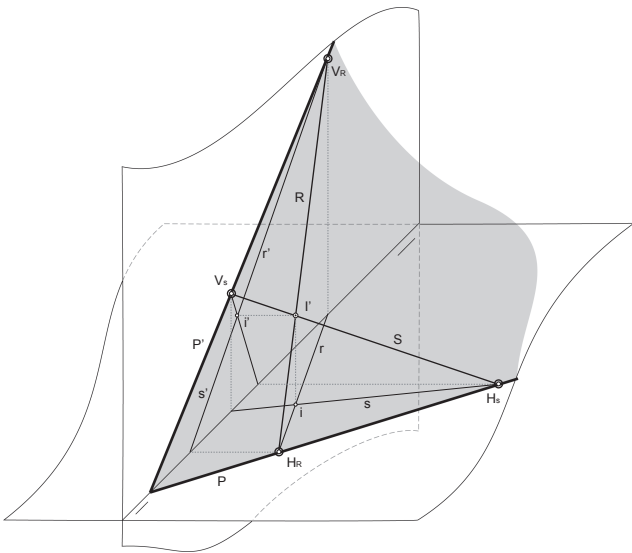


# APUNTES

## SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL: PUNTO RECTA PLANO



	TÍTULO DE PÁGINA	CÓDIGO	TIPO DE LICENCIA
APUNTES	SDO INTRODUCCIÓN	SDO_PRP1d11	CC
	ALFABETO DEL PUNTO	SDO_PRP2d11	CC
	ALFABETO DE LA RECTA	SDO_PRP3d11	CC
	RECTA, PERTENENCIAS Y TRAZAS	SDO_PRP4d11	CC
	ESTUDIO DE VISIBILIDAD DE LA RECTA	SDO_PRP5d11	CC
	3ª PROYECCIÓN DEL PUNTO Y LA RECTA	SDO_PRP6d11	CC
	ALFABETO DEL PLANO	SDO_PRP7d11	CC
	EL PLANO, PERTENENCIAS 1	SDO_PRP8d11	CC
	EL PLANO PERTENENCIAS 2	SDO_PRP9d11	CC
	EL PLANO, PERTENENCIAS 3:	SDO_PRP10d11	CC
	EL PLANO, PERTENENCIAS 4: POLÍGONOS MÁXIMA INCLINACIÓN Y MÁX. PENDIENTE	SDO_PRP11d11	CC



El presente documento es un fragmento, consistente en páginas bajo licencia de creative commons, de la obra **SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL. FUNDAMENTOS Y PROCEDIMIENTOS**

FORMATO DIGITAL Primera edición, diciembre de 2019. ISBN: 978-84-09-17555-0

Texto, imágenes, maquetación y edición: Joaquim García | [www.laslaminas.es](http://www.laslaminas.es) | [ximo@laslaminas.es](mailto:ximo@laslaminas.es)

El **sistema diédrico** es un método gráfico que se encarga de representar sobre un plano figuras o cuerpos de **dos o tres dimensiones**. Se trata de un conjunto de reglas o principios aplicados a dos planos perpendiculares sobre los que se proyectan los objetos (puntos, rectas, curvas o figuras).

Este método que fue mecanizado, desarrollado o estudiado en 1799 por el geómetra **Gaspard Monge**, considerado el padre de la geometría descriptiva.

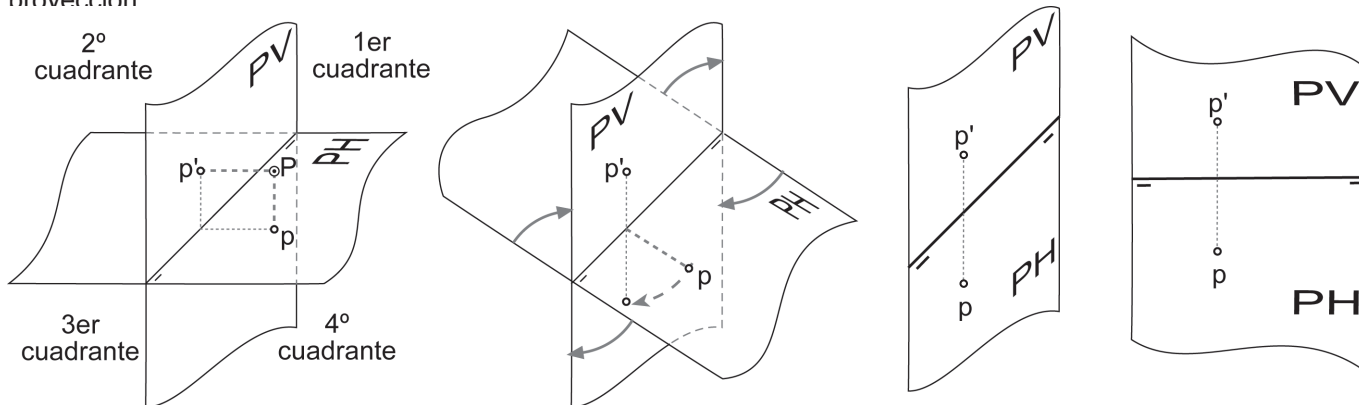
### FUNDAMENTOS

El sistema diédrico tiene como base fundamental dos planos de proyección que forman cuatro ángulos rectos y cuatro cuadrantes. A estos planos los llamamos **Plano Horizontal (PH)** y **Plano Vertical (PV)**, ambos se cortan en una recta llamada **Línea de tierra (LT)**.

Todos los elementos (puntos, aristas, cuerpos) se representan mediante sus dos proyecciones.

Las **proyecciones son Cilíndricas**: todos los rayos proyectantes son paralelos entre sí.

Las **proyecciones son ortogonales**: los rayos proyectantes forman siempre  $90^\circ$  respecto a los planos de proyección



Para poder representar el diedro en dos dimensiones, es decir sobre un plano, el plano horizontal de proyección se abate sobre el vertical, usando como charnela (eje de giro) la línea de tierra, llevando con él todas sus proyecciones de los elementos en el espacio. (ver los cuatro dibujos arriba)

### COORDENADAS

Para situar los puntos se emplean las **coordenadas**. Primero estudiaremos los nombres de las distintas coordenadas:

La **lateralidad**: (x) es la situación (derecha o izquierda) del punto respecto a la línea de tierra.

El **Alejamiento**: (y) es la distancia existente entre el punto y el plano vertical de proyección.

La **Cota**: (z) es la distancia existente entre el punto y el plano horizontal de proyección (la altura).

Así, un punto siempre se sitúa de la siguiente manera  $P(x,y,z)$ , o lo que es lo mismo  $P$  (lateralidad, alejamiento, cota). Por ejemplo:  $P(-2, 3,4)$ .

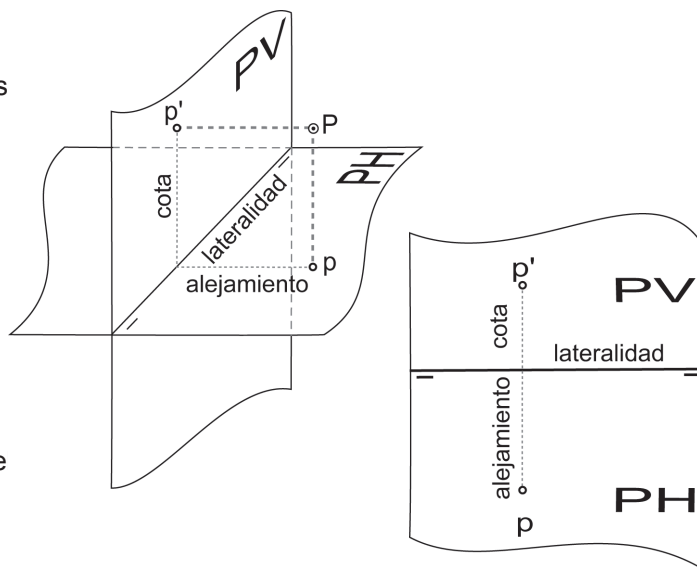
### NOMENCLATURAS

Para nombrar los puntos en el espacio usamos las letras mayúsculas  $P$

Para nombrar las proyecciones horizontales usamos letras minúsculas:  $p$

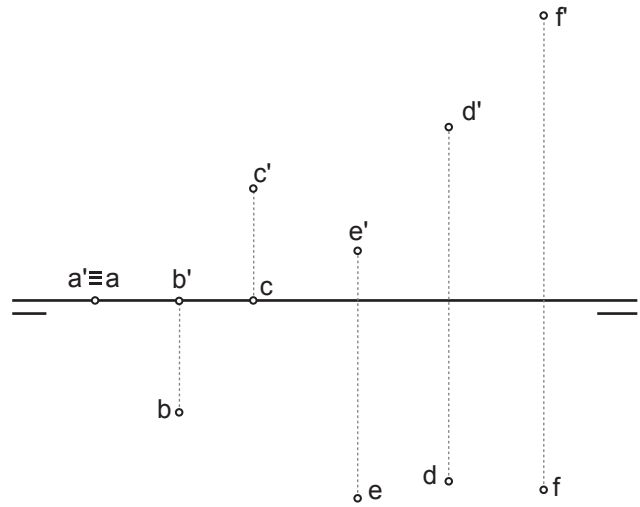
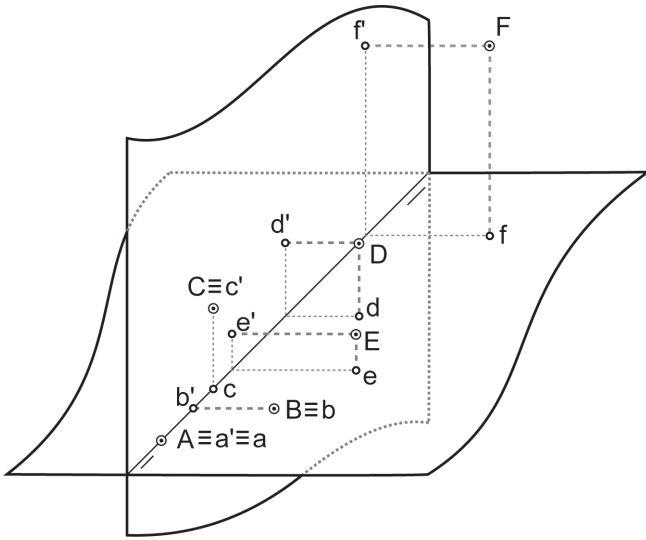
Para nombrar las proyecciones verticales usamos letras minúsculas seguidas de ' :  $p'$ .

Este es el sistema de nomenclatura que usamos en el levante español, en honor al profesor de geometría Don Enrique Bonet. En otras zonas o ejercicios se emplean  $(p_1, p_2)$ , o el  $(p', p'')$ , o estas mismas pero con letras mayúsculas para las proyecciones. De cualquier modo siempre la nomenclatura de las proyecciones verticales suele tener "mayor carga".

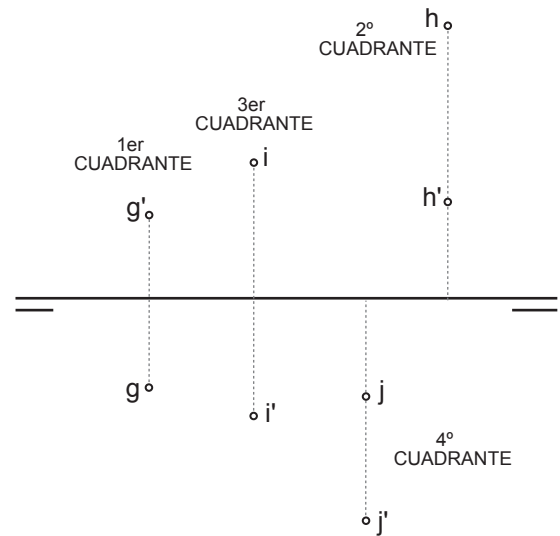
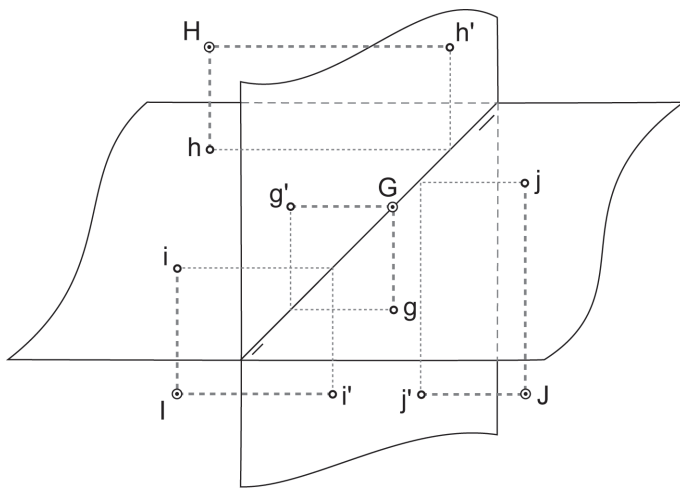


L1 L17

**Un punto en sistema diédrico ortogonal se representa mediante sus proyecciones:** vertical y horizontal. Las dos proyecciones siempre están alineadas en una perpendicular a la LT. La cota es la distancia entre el punto y el plano horizontal de proyección (en proyecciones la distancia entre la proyección vertical y la LT). El alejamiento es la distancia entre el punto y el plano vertical de proyección (en proyecciones es la distancia entre la proyección horizontal y la LT).



Aunque no es lo más usual, algunas veces, encontramos puntos en cuadrantes diferentes al primero. En estos casos, debido al abatimiento del plano horizontal sobre el vertical, encontraremos las proyecciones verticales bajo la línea de tierra y las horizontales por encima de ella. Estos puntos a menudo los encontramos como trazas de rectas, las cuales son necesarias averiguar para poder determinar un plano.



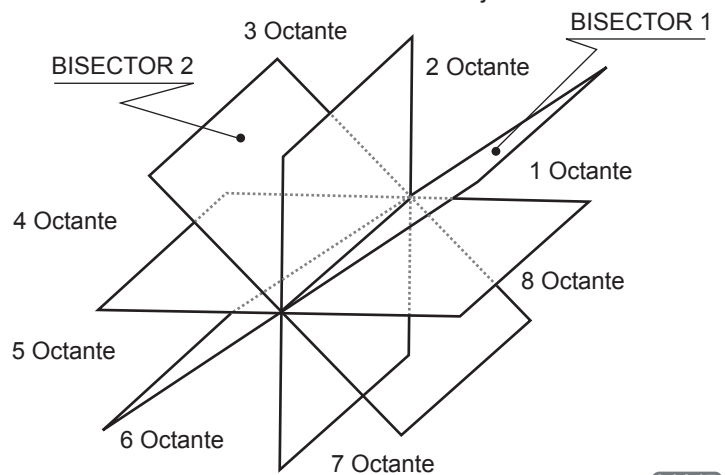
### LOS PLANOS BISECTORES:

Son dos planos que dividen los cuadrantes en dos mitades iguales. Ambos se cortan en LT y forman 90° entre ellos, y 45° con PV y PH.

Así encontraremos **8 octantes**.

El primer bisector divide el primer y tercer cuadrante, mientras que el segundo bisector divide el segundo y cuarto cuadrante.

**Cualquier punto que se encuentre en los bisectores tendrá los mismos valores (absolutos) de cota que de alejamiento.**

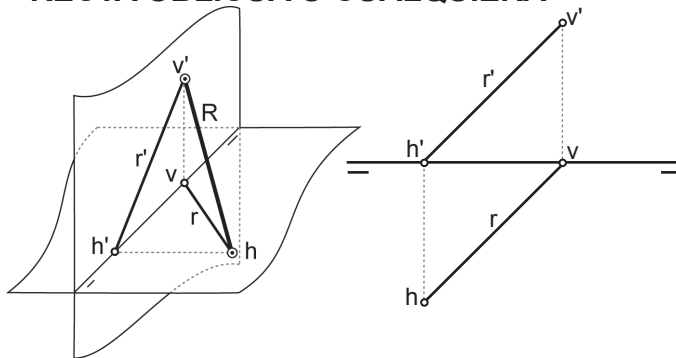


L1 L17

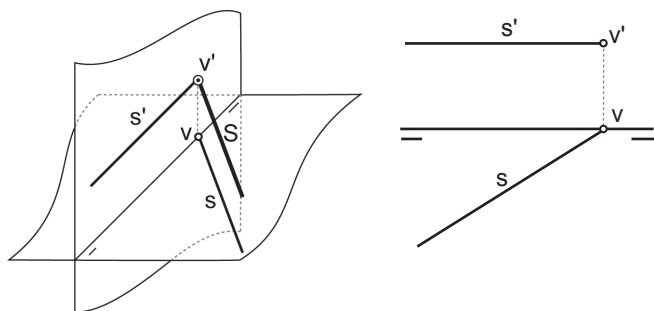
En este "alfabeto" se pueden observar todos los **tipos de recta** que podemos encontrar en el sistema diédrico. Todas están representadas con una perspectiva caballera (izq.) y junto a ella la representación en diédrico (dcha.).

En diédrico, **una recta se representa mediante sus proyecciones horizontal y vertical.**

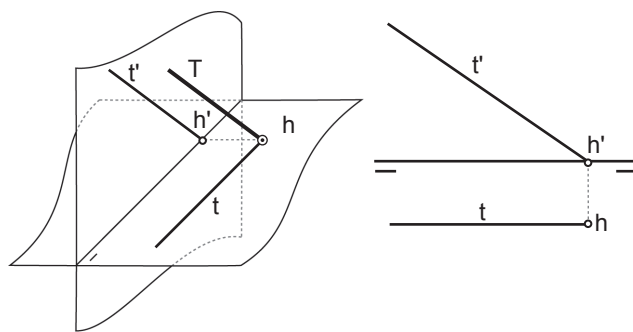
## RECTA OBLICUA O CUALQUIERA



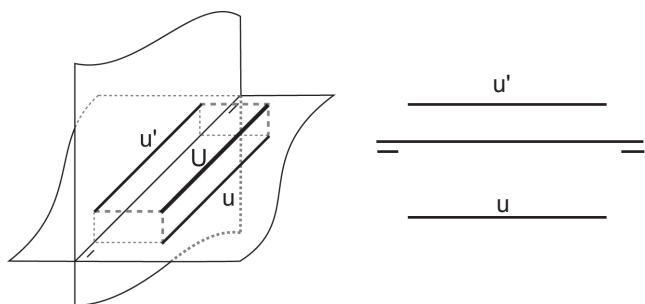
## RECTA HORIZONTAL (paralela al plano horizontal)



## RECTA FRONTAL (paralela al plano vertical)



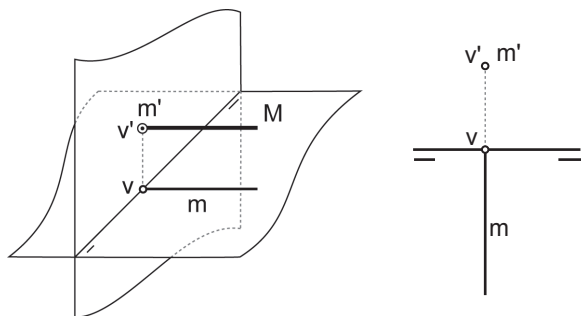
## RECTA PARALELA A LT



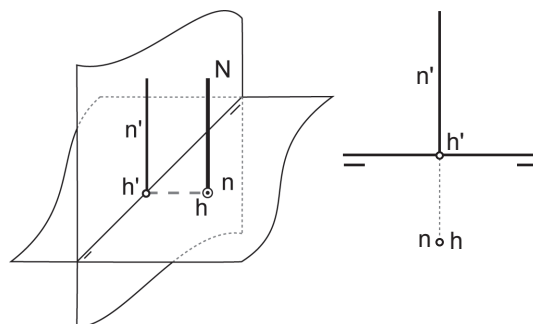
A la izquierda se puede observar una recta paralela a la línea de tierra la cual no tiene trazas.

Abajo las rectas vertical y de punta, las cuales sólo tienen una traza sobre uno de los planos de proyección. Las rectas frontales y horizontales también tienen una única traza..

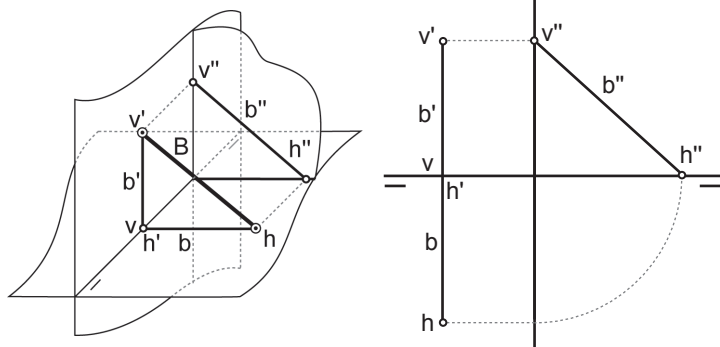
## RECTA DE PUNTA



## RECTA VERTICAL



## RECTA DE PERFIL



A la izquierda se encuentra la recta de perfil, la más particular de todas.

Debido a su posición relativa respecto a los planos de proyección no se puede observar correctamente con solo dos vistas.

Esta circunstancia hace necesario un plano de perfil, sobre el cual se proyecta una tercera vista de la recta que permite observar su inclinación respecto a PV y PH.

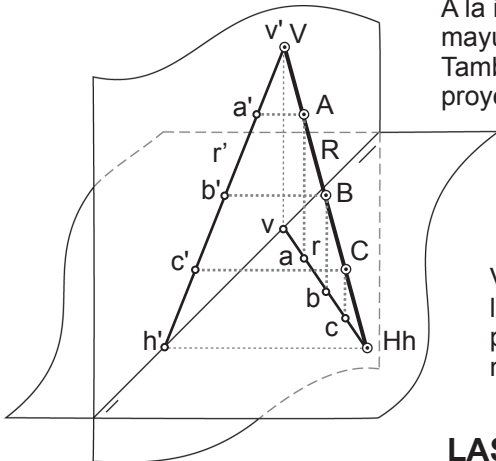
L18 L19

En geometría descriptiva una recta se puede definir de dos formas:

1º- Dos puntos describen una recta.

2º- La intersección de dos planos también define una recta.

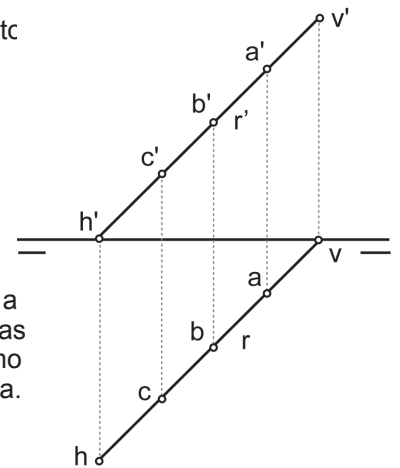
Un punto pertenece a una recta si ambas proyecciones del punto están sobre ambas proyecciones de la recta.



A la izquierda observamos una serie de puntos mayúsculas (en el espacio, sobre la recta), También vemos sus proyecciones sobre las proyecciones de la recta.

A la derecha vemos el mismo dibujo, esta vez representado en sistema diédrico.

Vemos como los puntos pertenecientes a la recta tienen sus proyecciones sobre las proyecciones homóminas ("con el mismo nombre", vertical u horizontal) de la recta.



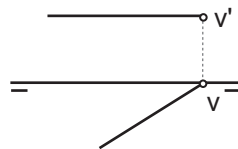
### LAS TRAZAS DE UNA RECTA

Las trazas de una recta son los puntos de la recta que cortan a los planos de proyección.

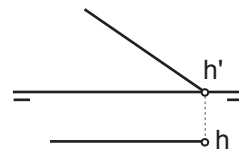
Una recta puede tener dos trazas: La traza horizontal H ( $h, h'$ ), es el punto en que la recta corta el plano horizontal de proyección. La traza vertical V ( $v, v'$ ) es el punto en que la recta corta el plano vertical de proyección.

No todas las rectas tienen dos trazas, una recta puede tener solo una traza si es paralela a algún plano de proyección, o ninguna si es paralela a ambos.

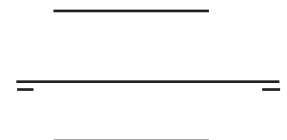
RECTA HORIZONTAL



RECTA FRONTAL

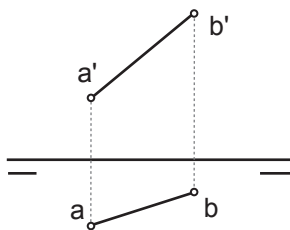


RECTA PARALELA A LT

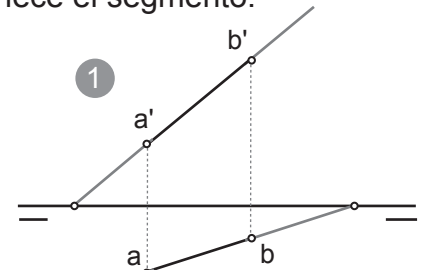


### ENCONTRAR LAS TRAZAS DE UNA RECTA

Muchas veces nos encontraremos con segmentos que no se cortan con los planos de proyección pero, por necesidades del ejercicio, necesitaremos encontrar las trazas de la recta a la cual pertenece el segmento.

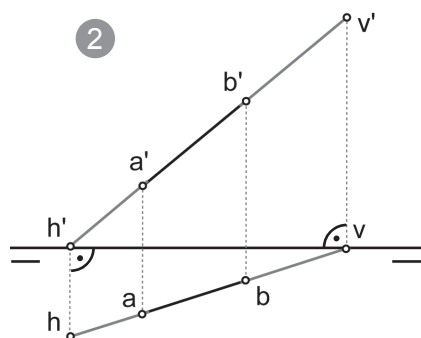


1º- Prolongaremos ambas proyecciones hasta encontrar la línea de tierra. Las prolongaremos desde ambos extremos.



2º- Desde esos puntos de corte con la LT trazaremos perpendiculares a LT hasta que corten las otras proyecciones.

Los puntos de corte con la línea de tierra y de la perpendicular con la otra proyección son las trazas de la recta.

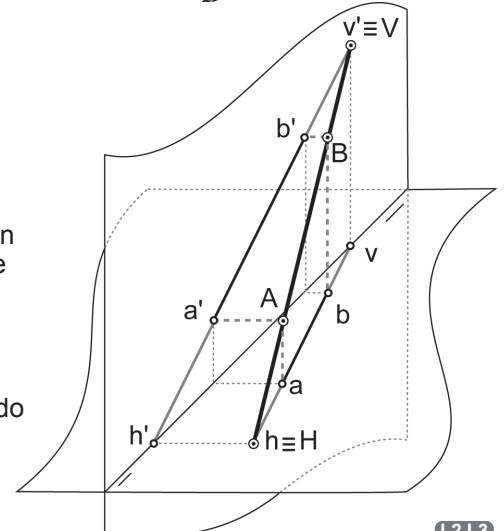


El punto de la recta con cota 0 es la **traza horizontal, H(h, h')**.

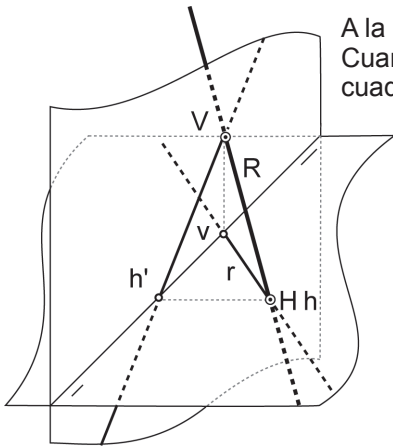
Mientras que el punto de la recta con alejamiento 0 es la **traza vertical de la recta, V(v, v')**.

Ambos puntos, como todos en diédrico, tienen dos proyecciones.

A la izquierda se puede observar todo esto representado en perspectiva caballera.

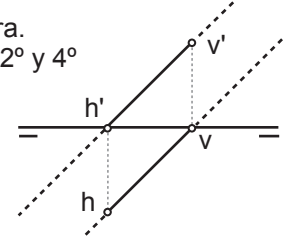


**Una recta será visible siempre y cuando se encuentre en el primer cuadrante.** Cuando la recta se encuentra en los demás cuadrantes (2º, 3º y 4º) se representa con trazos discontinuos

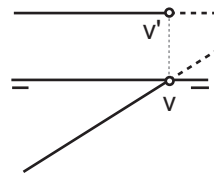
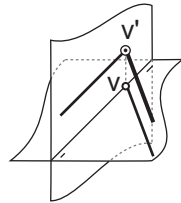


A la izquierda observamos una recta oblicua, genérica o cualquiera. Cuando la recta atraviesa los planos de proyección para pasar al 2º y 4º cuadrantes, esta queda representada con trazos discontinuos.

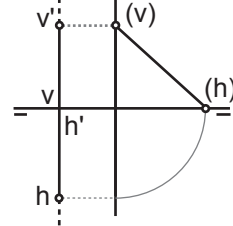
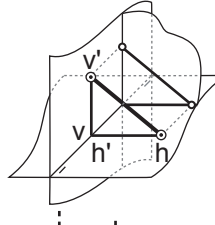
A la derecha vemos el mismo dibujo representado en sistema diédrico. Vemos como a partir de las trazas las proyecciones se representan con trazados discontinuos.



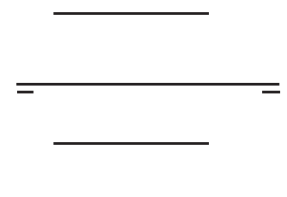
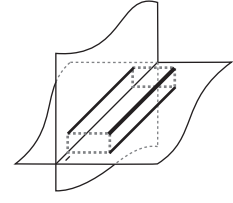
**RECTA HORIZONTAL**



**RECTA DE PERFIL**



**RECTA PARALELA A LT**

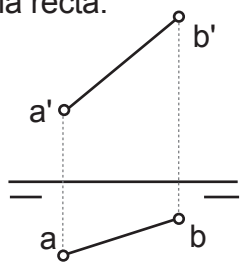


Una recta podría pasar por un solo cuadrante (este es el caso de las líneas paralelas a la LT), por dos cuadrantes (sucede con las rectas de punta vertical y de punta horizontal, horizontal o frontal) y por tres cuadrantes (rectas oblicuas, como en la ilustración de arriba, o también las rectas de perfil).

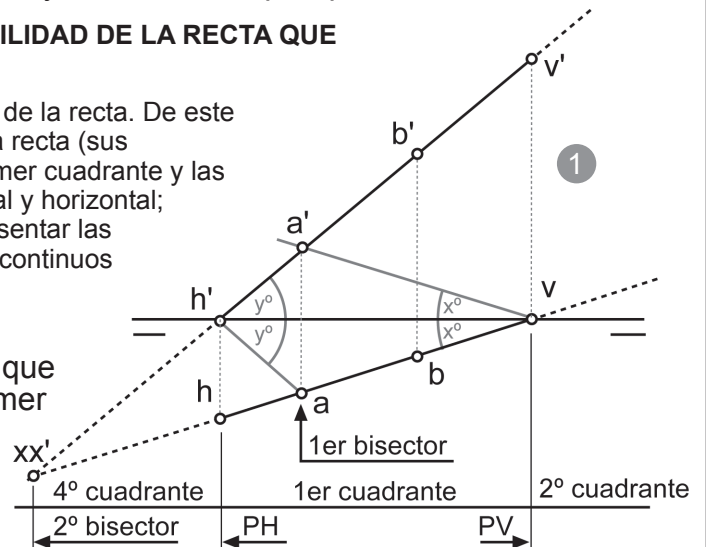
**ESTUDIO DE VISIBILIDAD DE UNA RECTA**

El estudio de visibilidad de una recta en diédrico consiste en **determinar las partes de las proyecciones ocultas tras los planos de proyección** (representándolas discontinuas) y las visibles (continuas) además de determinar sus trazas y de este modo por qué cuadrantes transcurre la recta.

**HACER UN ESTUDIO DE LA VISIBILIDAD DE LA RECTA QUE CONTIENE AL SEGMENTO AB**



1º- Debemos encontrar las trazas de la recta. De este modo determinamos la parte de la recta (sus proyecciones) contenida en el primer cuadrante; y las intersecciones con el plano vertical y horizontal; así como también podemos representar las partes vistas y ocultas con trazos continuos o discontinuos.



Con este primer paso podemos estar seguros de que el segmento H(h,h') V(v,v') se encuentra en el primer cuadrante.

2º- A partir de aquí debemos determinar por qué otros cuadrantes pasa la recta cuando cruza los planos de proyección.

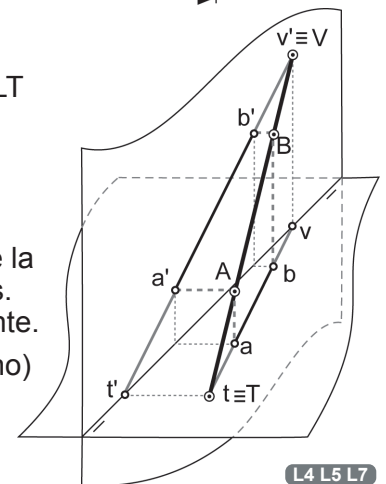
**OBSERVANDO:**

1- A la izquierda de hh' la proyección vertical de la recta se encuentra bajo la LT por lo tanto las cotas en esta parte de la recta son negativas, mientras la proyección horizontal se mantiene también bajo la LT. Esto implica: Cotas negativas y alejamientos positivos = 4º CUADRANTE

2- A la derecha de vv' la proyección vertical se mantiene sobre la LT lo cual significa que las cotas son positivas mientras que la proyección horizontal de la recta se sitúa sobre LT por lo que los alejamientos en este caso son negativos. Concluyendo de nuevo: Cotas positivas y alejamientos negativos = 2º cuadrante.

3- Los puntos aa' y xx' son puntos donde el valor absoluto (el número, sin signo) es igual, por lo que son puntos donde la recta atraviesa los planos bisectores.

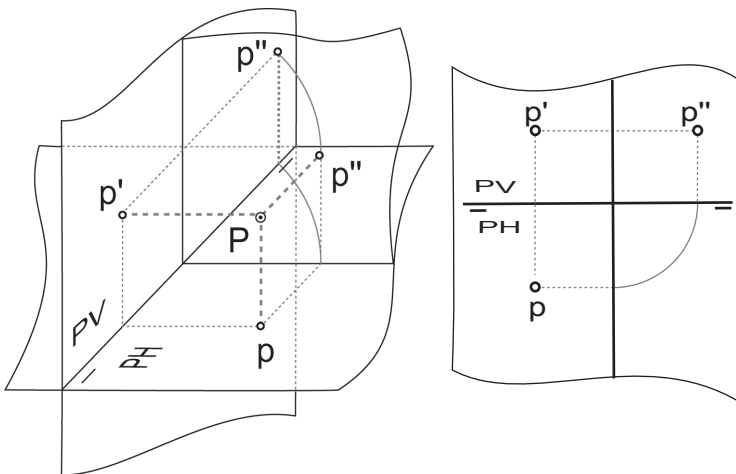
aa': cota positiva, alejamiento positivo= corta al primer bisector. xx': cota negativa, alejamiento positivo = corta al segundo bisector.



L4 L5 L7

## TERCERA PROYECCIÓN DE UN PUNTO

Si bien en sistema diédrico contamos con la proyección vertical y la proyección horizontal como las vistas principales y necesarias del sistema, **en algunos casos podemos necesitar observar los elementos** (principalmente rectas y planos) **en una tercera proyección auxiliar**.  
 En primer lugar vamos a estudiar la tercera proyección con un punto genérico en el 1er cuadrante:



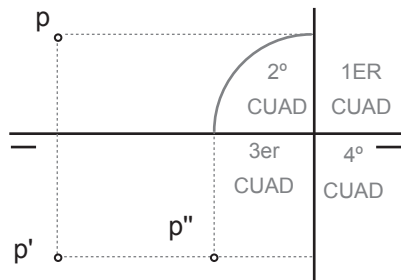
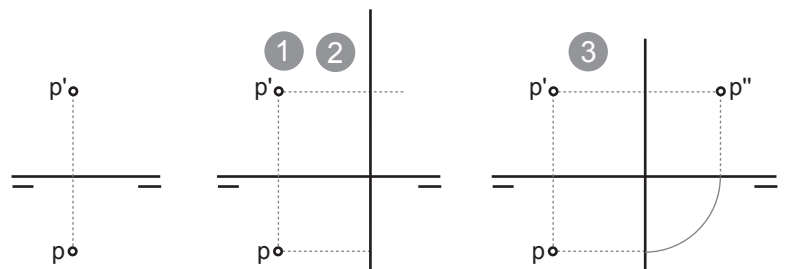
La operación consiste en **trazar un plano de perfil**, podemos hacerlo en la lateralidad que más nos convenga, a la izquierda o a la derecha. En la mayoría de los casos nos conviene apartarlo para poder tener la zona de las proyecciones horizontal y vertical despejada.

1- Una vez hemos trazado el plano de perfil **proyectamos sobre este, ortogonalmente, el punto** (este quedará a la misma cota).

2- Para hacerlo debemos **proyectar sobre el plano de perfil la proyección horizontal y la vertical**.

3- Finalmente **abatimos el P. de perfil sobre el PH** de proyección empleando como charnela (eje de giro) la traza vertical del plano de perfil.

La mecánica siempre es la misma. Hay que andarse con ojo cuando el punto a proyectar en tercera proyección cambia de cuadrante pues, aunque el método no cambia si que cambia, la disposición y el sentido del abatimiento. Veamos abajo que sucede cuando hacemos la tercera proyección de un punto en el tercer cuadrante.

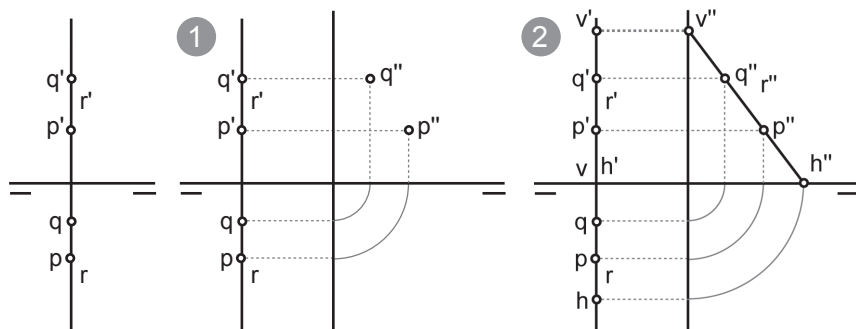


Como se observa a la izquierda el arco, que representa el abatimiento del plano de perfil, en este caso se encuentra sobre la línea de tierra y a la izquierda del plano de perfil. Esto se debe a que el abatimiento siempre afecta al alejamiento y no a la cota, que permanece al ser el abatimiento del plano de perfil sobre el plano vertical de proyección.

Como se observa en ambos puntos (1er cuadrante arriba y 3er cuadrante a la izquierda) las trazas de plano de perfil auxiliar ayudan a ver el punto como si estuviéramos observando el sistema, propiamente dicho, de perfil.

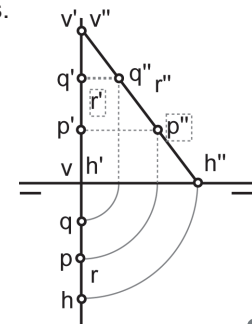
**Para observar una recta en tercera proyección deberemos llevar a la tercera proyección dos puntos pertenecientes a esta.** L6 L7

En realidad las únicas rectas que, en sí mismas, necesitan de una tercera proyección en el sistema diédrico son las rectas de perfil, que por su naturaleza no se pueden observar bien en las dos proyecciones más convencionales (PH y PV).



1º- Trazamos el plano de perfil auxiliar, proyectamos los dos puntos en él y lo abatimos sobre el vertical, de este modo ya observamos las terceras proyecciones de ambos puntos.

2º-Trazamos la recta r'', así podemos observar su inclinación respecto a ambos planos de proyección e incluso observar sus trazas vertical y horizontal que podemos llevar a las dos proyecciones corrientes.



A la derecha observamos como se ha llevado a cabo el mismo procedimiento de las ilustraciones arriba de estas líneas, pero en este caso trazando el plano auxiliar de perfil de modo que contiene a la propia recta de perfil esto puede ahorrar espacio y en algunos casos es aconsejable, pero en muchos otros, la mayoría de los problemas, suele ser más indicado sacar la tercera proyección a un lado para que no se confunda con el resto del problema.

L2gh L3fg L6 L7f

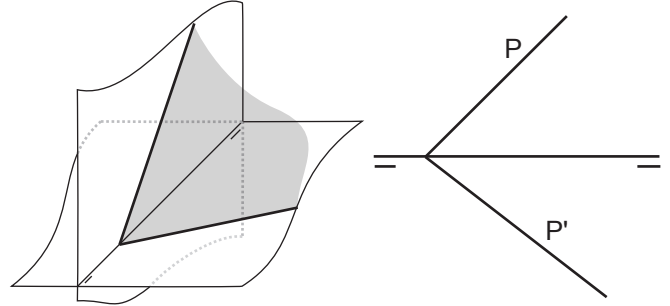
**Un plano se representa mediante sus trazas. Las trazas de un plano son las rectas intersección del plano con los planos de proyección.**

Mientras al punto en el espacio le dábamos nombre con una letra mayúscula y a sus proyecciones con la minúscula y minúscula prima,  $A(a,a')$ , a un plano lo nombraremos siempre con mayúsculas,  $P(PP')$ .

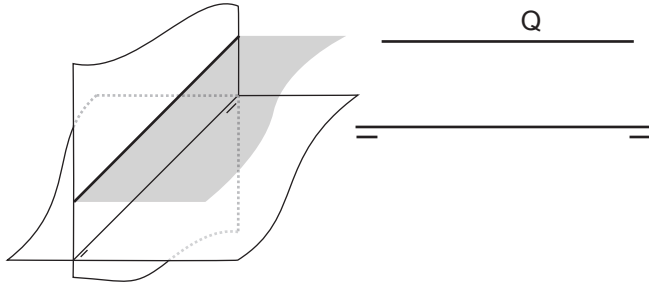
En este "alfabeto" se pueden observar todos los tipos de plano que podemos encontrar en el sistema diédrico. Todos están representados con una perspectiva caballera (izquierda) y junto a ella la representación en diédrico (derecha).

A la izquierda vemos el tipo de plano más común.

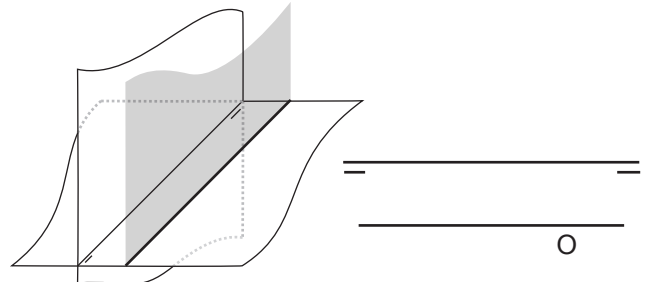
**PLANO OBLICUO, GENÉRICO O CUALQUIERA**



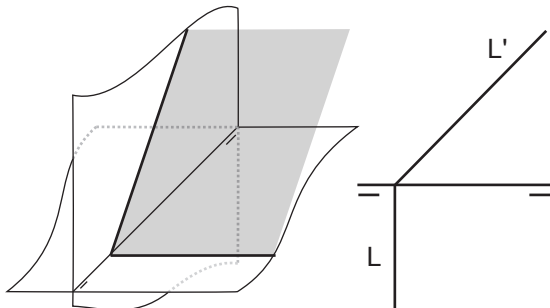
**PLANO HORIZONTAL** (paralelo al plano horizontal)



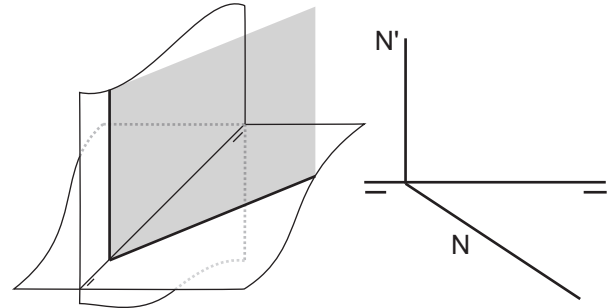
**PLANO FRONTAL** (paralelo al plano vertical)



**PLANO PROYECTANTE VERTICAL O DE CANTO**

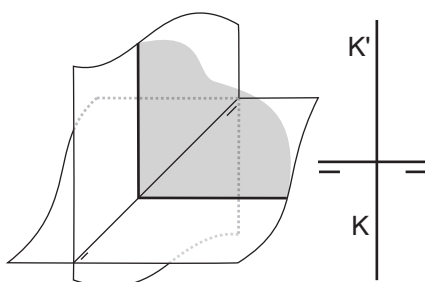


**PLANO PROYECTANTE HORIZONTAL**



Abajo a la izquierda podemos observar un plano de perfil cuyas trazas forman una línea perpendicular a LT. Este tipo de plano es, más que nada, muy útil para representar puntos, rectas, planos y cuerpos con una tercera proyección.

**PLANO DE PERFIL**



**Abajo dos planos: "paralelo a la LT" y que "contiene a LT"**

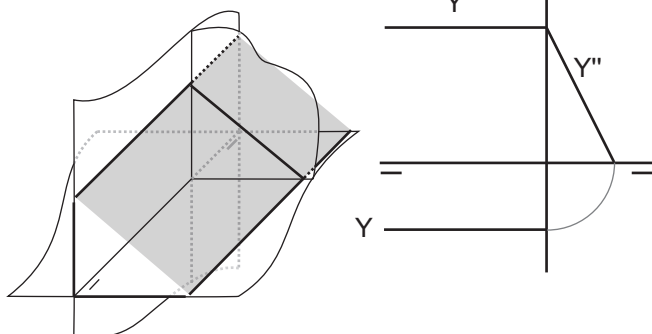
Debido a su posición relativa respecto a los planos de proyección no se puede observar, u operar con ellos, correctamente con solo dos proyecciones.

Esta circunstancia hace necesario un plano de perfil sobre el cual se corta proporcionando una tercera vista del plano que permite observar su inclinación respecto a PV y PH.

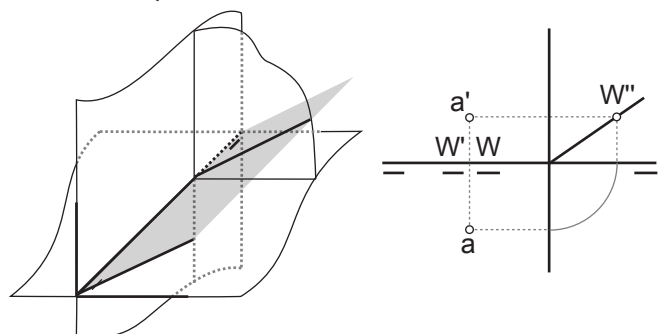
Los planos que contienen a la LT se representan con un punto contenido en el un trazo a cada lado de la línea de referencia que une las proyecciones.

Estos planos también son muy susceptibles de ser representados en tercera proyección.

**PLANO PARALELO A LT**



**PLANO QUE CONTIENE A LT**





En Geometría Descriptiva un plano puede ser definido por distintos datos:

L8

- 1- Tres puntos no alineados. (3 puntos describen un triángulo, todo polígono está siempre contenido en un solo plano.)
- 2- Una recta y un punto no perteneciente a ella.
- 3- Dos rectas que se cortan.
- 4- Dos rectas paralelas.

**OTRAS NOCIONES A TENER EN CUENTA:**

Un punto pertenece a un plano cuando podemos contenerlo en una recta perteneciente al plano.

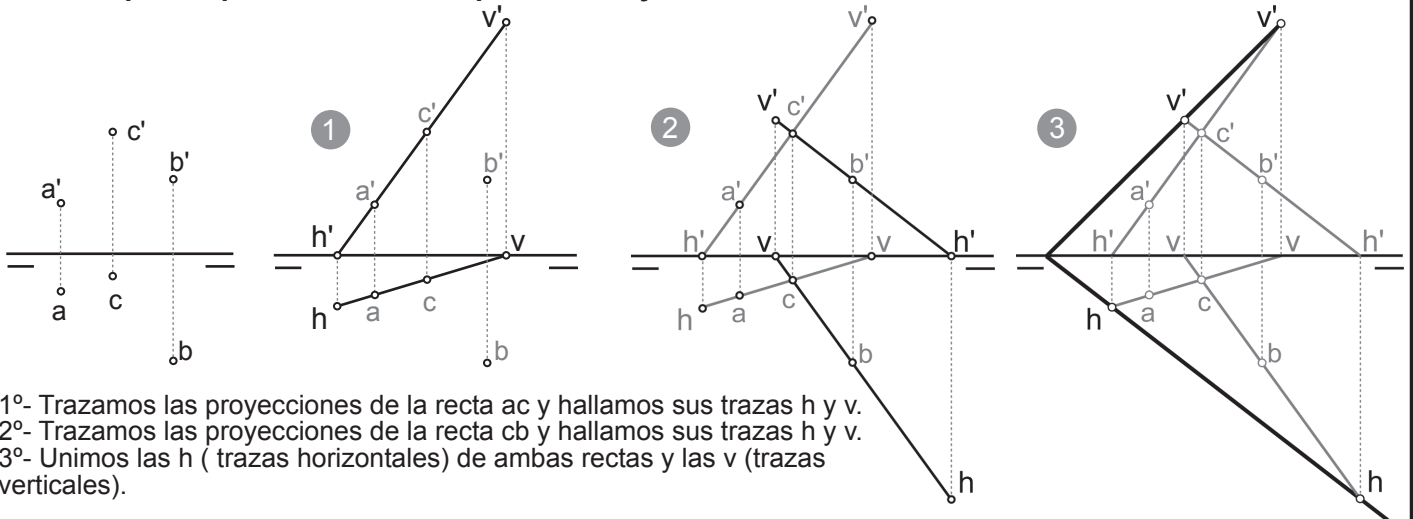
Una recta pertenece a un plano si sus trazas (que son dos puntos) están contenidas en las trazas del plano (que son dos rectas).

**NORMALMENTE, PARA DIBUJAR UN PLANO A PARTIR DE OTROS DATOS HABRÁ QUE BUSCAR DOS RECTAS Y SUS TRAZAS.**

**CASO 1: Tres puntos no alineados definen un plano:** L8a

Necesitaremos al menos tres de las cuatro trazas de dos rectas que pasen por dos de los tres puntos.

**Trazar el plano que contiene a los puntos a, b y c.**

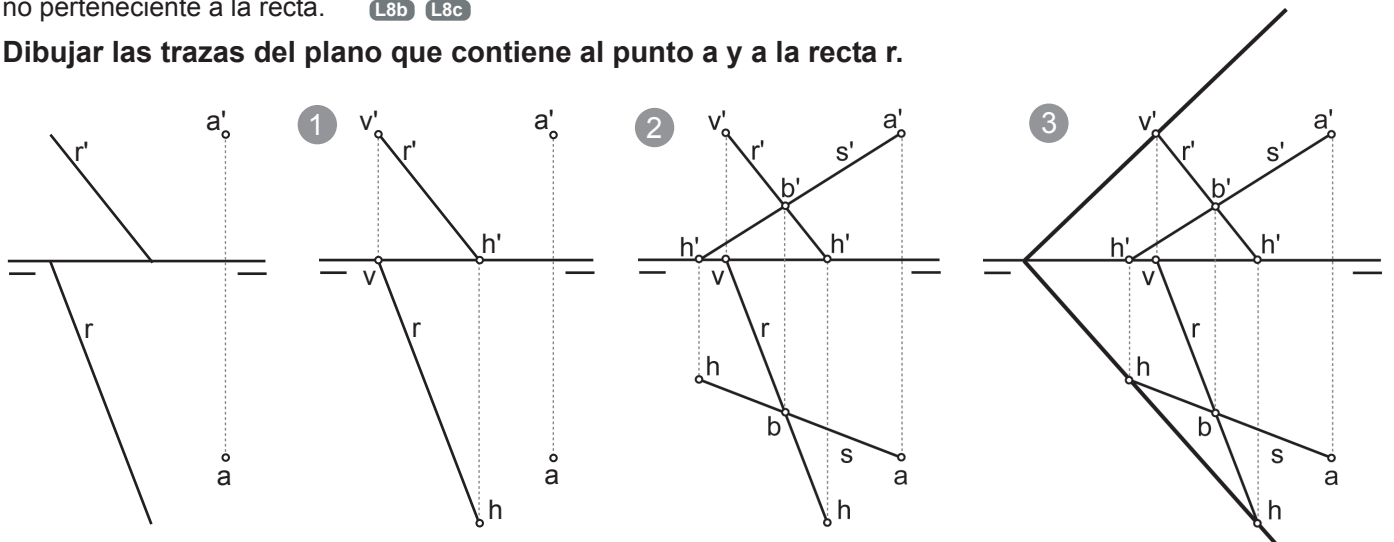


- 1º- Trazamos las proyecciones de la recta ac y hallamos sus trazas h y v.
- 2º- Trazamos las proyecciones de la recta cb y hallamos sus trazas h y v.
- 3º- Unimos las h (trazas horizontales) de ambas rectas y las v (trazas verticales).

**CASO 2 Y 3: Una recta y un punto no perteneciente a esta o dos rectas que se cortan.**

Se trata en realidad del mismo caso que el primero, ya que podemos elegir dos puntos pertenecientes a la recta que delimitan el tercer segmento de un triángulo cuyos vértices son estos dos extremos del segmento y el otro punto no perteneciente a la recta. L8b L8c

**Dibujar las trazas del plano que contiene al punto a y a la recta r.**



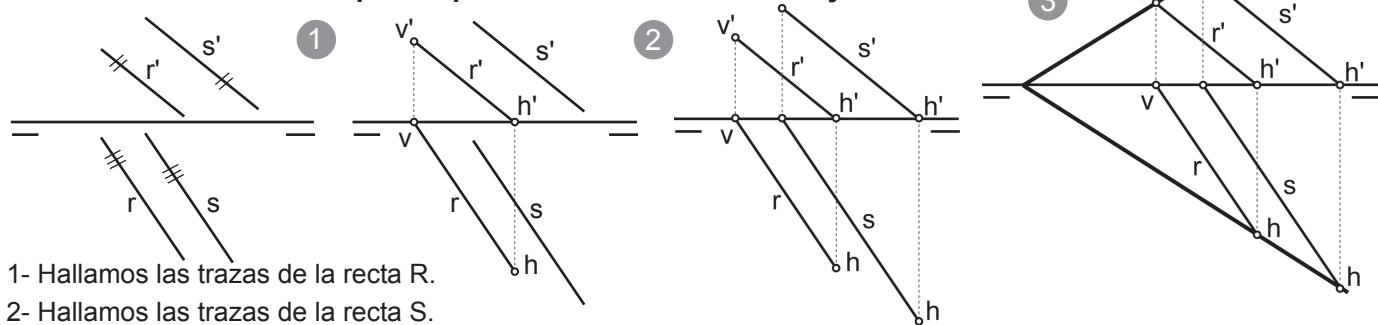
- 1º- Hallamos las trazas de la recta r. Por h pasará la traza horizontal del plano y por v' la vertical.
- 2º- Elegimos un punto B(b, b') sobre R y trazamos una recta, S, que pasa por A y por B. Hallamos las trazas de S.
- 3º- De las rectas R y S debemos al menos haber obtenido tres de sus trazas (dos horizontales y una vertical o viceversa), de este modo ya podremos determinar las trazas del plano buscado, ya que sabemos que la intersección de la línea de tierra con cualquier traza de un plano es también un punto perteneciente a la otra traza.

*En el caso de que con los pasos 2º y 3º no hubieramos encontrado las trazas de rectas suficientes para situar las del plano elegiremos más puntos pertenecientes a R y trazaremos más rectas desde el punto A por esos puntos para obtener nuevas trazas de rectas pertenecientes al plano.*

## CASO 4: Dos rectas paralelas definen un plano

Se trata en realidad del mismo caso que el primero, ya que podemos elegir dos puntos pertenecientes a la recta que delimitan el tercer segmento de un triángulo cuyos vértices son estos dos extremos del segmento y el otro punto, no perteneciente a la recta.

### Determinar las trazas del plano que contiene a las rectas R y S.



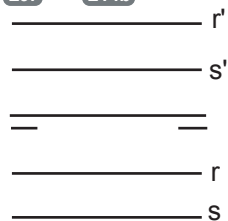
1- Hallamos las trazas de la recta R.

2- Hallamos las trazas de la recta S.

3- Unimos las h (proyecciones horizontales de las trazas horizontales de las rectas) de ambas rectas y las v' (proyecciones verticales de las trazas verticales de las rectas).

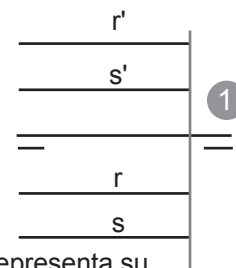
### Trazar las trazas del plano que contiene a las rectas r y s. En este caso ambas rectas son paralelas a LT

L9f L14b

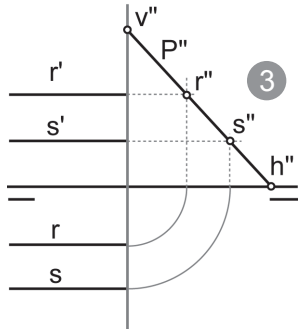
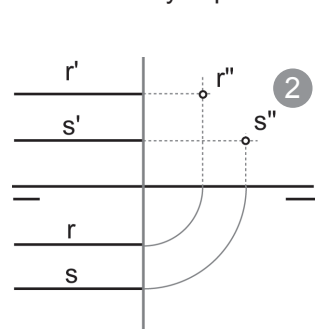


1-Trazamos un plano de perfil que corta a todas las proyecciones de ambas rectas. Abatiendo este y sus intersecciones con las dos rectas podremos visualizar mejor el plano que buscamos.

2- Respresentamos las rectas sobre el plano de perfil abatido esta tercera proyección serán los puntos r'' y s''.

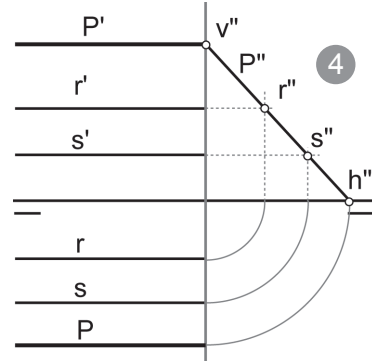


3- Trazamos la recta que une r'' con s''. Esta representa al plano buscado de perfil. El punto v'' representa su traza vertical y el punto h'' la horizontal.

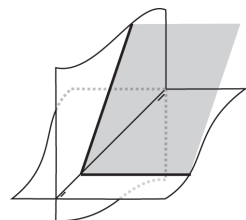


4º- Por v'' trazamos una recta horizontal que será la traza horizontal desabatida, P'.

Llevamos, con el compás, la distancia del alejamiento de h'' sobre el plano de perfil inicial y a partir de esta distancia trazamos una horizontal que será la traza horizontal desabatida.

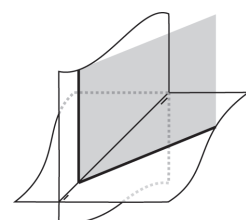


## PASAR PLANOS PROYECTANTES POR RECTAS.



La mayoría de problemas en sistema diédrico requieren contener rectas en planos, hacer pasar rectas por puntos o planos por puntos.

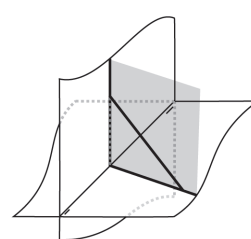
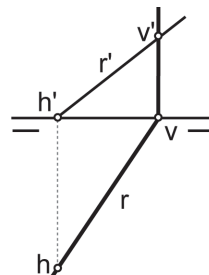
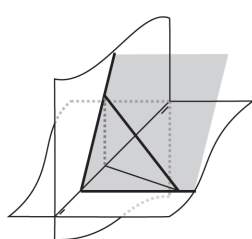
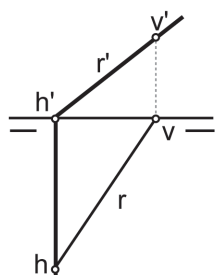
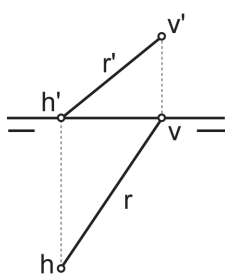
Si necesitamos contener una recta en un plano o un punto en un plano los planos proyectantes nos sirven para este fin de manera rápida y limpia.



### Trazar un plano proyectante vertical u horizontal que contenga a una recta cualquiera

Los planos proyectantes reciben dicha denominación porque todo lo que contienen queda proyectado en la traza proyectante. Por ejemplo: todos los puntos, rectas y figuras planas contenidas en un plano proyectante vertical se proyectarán sobre su traza vertical, la otra traza es siempre perpendicular a la LT.

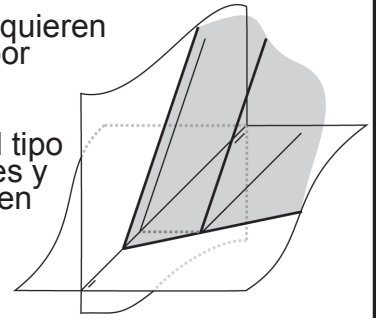
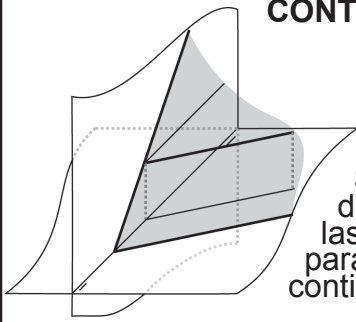
Dicho esto, es sencillo trazar planos planos proyectantes que contengan a rectas oblicuas haciendo coincidir una de las proyecciones de la recta con la traza homónima del plano.



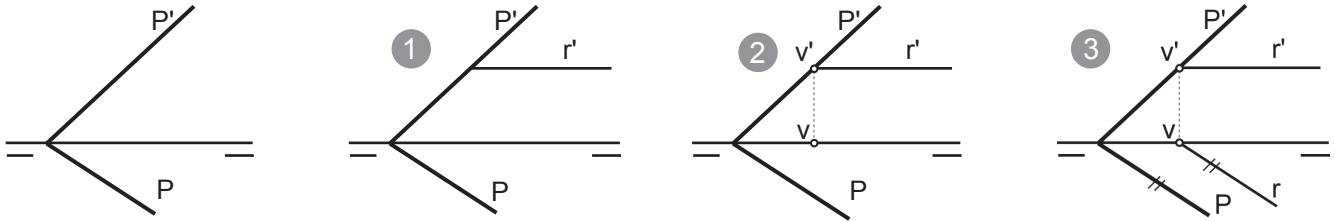
## CONTENER RECTAS HORIZONTALES Y FRONTALES EN PLANOS.

La mayoría de problemas en sistema diédrico requieren contener rectas en planos, hacer pasar rectas por puntos, o planos por puntos.

Si necesitamos contener una recta en un plano el tipo de recta idóneo para ello son las rectas horizontales y las frontales. Estas en la mayoría de ocasiones sirven para nuestros propósitos dentro del problema y se contienen en los planos de forma limpia y rápida.



### Contener una recta horizontal en un plano oblicuo L9b

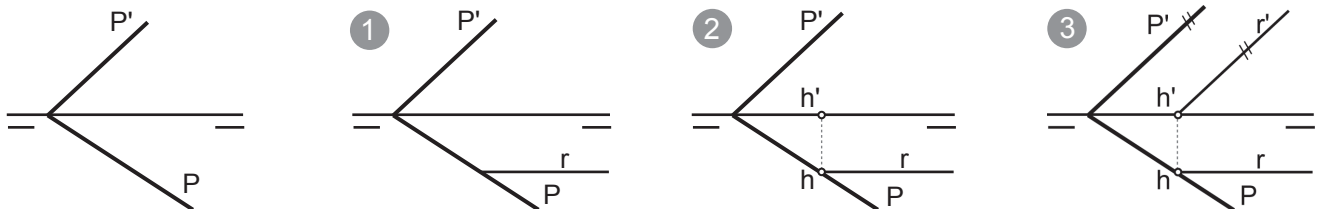


1º- Trazamos la proyección vertical de la recta R,  $r'$ , (si nos piden alguna cota particular lo haremos a esa distancia de LT). Esta proyección en este tipo de recta es siempre paralela a LT, horizontal.

2º- En la intersección de  $r'$  con  $P'$  se encuentra  $v'$  (traza vertical de la recta R) trazamos por  $v'$  una perpendicular a LT hasta cortarla, en esta intersección se encuentra  $v$  (proyección horizontal de la traza vertical de la recta R).

3º- Por  $v$  trazamos una paralela a  $P$  (traza horizontal del plano).

### Contener una recta frontal en un plano oblicuo L9b



1º- Trazamos la proyección horizontal  $a$  de la recta R,  $r$ , (si nos piden algún alejamiento particular lo haremos a esa distancia de LT). Esta proyección en este tipo de recta es siempre paralela a LT, horizontal.

2º- En la intersección de  $r$  con  $P$  se encuentra  $h$  (proyección horizontal de la traza horizontal de la recta), trazamos por  $h$  una perpendicular a LT hasta cortarla, en esta intersección se encuentra  $h'$  (proyección vertical de la traza horizontal de la recta R).

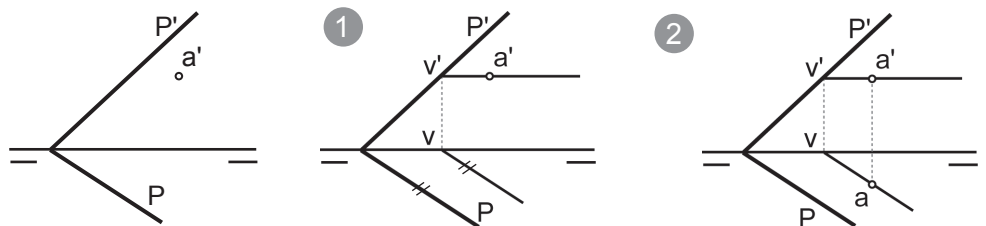
3º- Por  $h'$  trazamos una paralela a  $P'$  (traza vertical del plano).

## APLICACIONES O PROBLEMAS BÁSICOS L8c

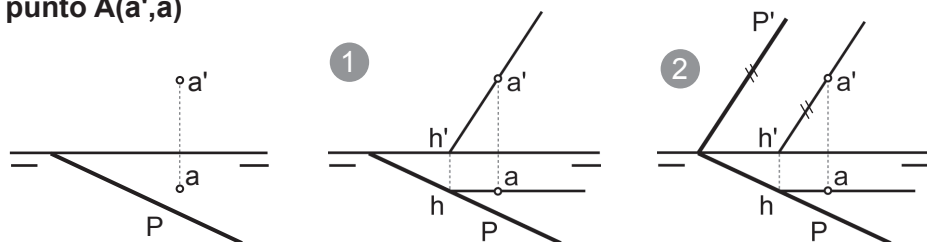
**Hallar la proyección horizontal del punto A, del cual conocemos su proyección vertical  $a'$ , perteneciente al plano P.**

1º- Trazamos una recta horizontal cuya traza vertical pasa por  $a'$ .

2º- Trazamos una perpendicular a LT por  $a'$ , donde esta corta a la proyección horizontal de la recta encontramos  $a$ .



**Hallar la traza vertical  $P'$  del plano P, del cual conocemos su traza horizontal  $P$  y que contiene al punto  $A(a', a)$**



1º- Trazamos una recta frontal cuya traza horizontal pasa por  $A(a, a')$ .

A partir de  $h'$  (proyección vertical de la traza horizontal de la recta) trazamos la proyección vertical de la recta por  $a'$ .

2º- Trazamos una paralela a la proyección vertical de la recta, a partir de la intersección de la traza horizontal del plano con LT.

## POLÍGONOS CONTENIDOS EN PLANOS

L12

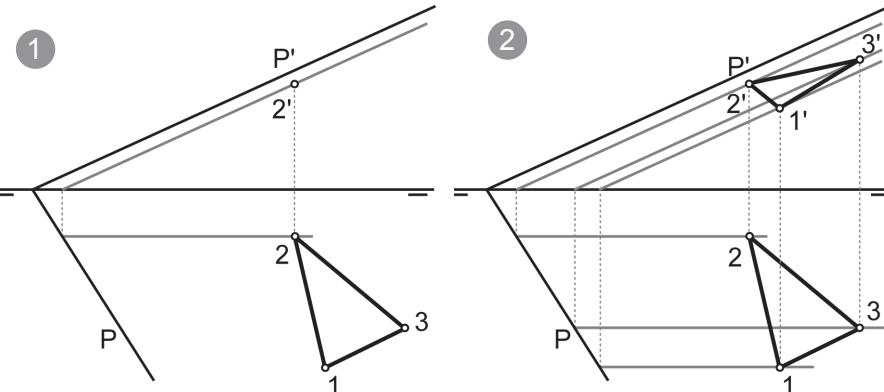
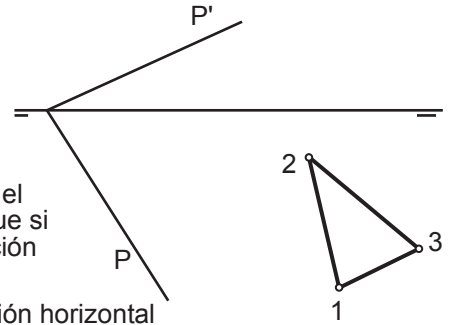
Para que un polígono este contenido en un plano todos sus vértices deberán estar contenidos en el plano. Para demostrar o comprobar que un polígono pertenece en su totalidad a un plano necesitamos pasar por los vértices del polígono rectas contenidas en el plano, eso es sencillo si empleamos rectas horizontales o frontales.

Un ejercicio básico muy común es:

**Dada la proyección horizontal de un polígono y las trazas del plano al que pertenece hallar la proyección vertical del polígono.**

1º- Por uno de los vértices del polígono trazamos una recta frontal contenida en el plano (en este ejercicio hemos usado una recta frontal, pero esto es lo mismo que si hubiéramos pasado por el punto una horizontal). Llevamos el punto a la proyección vertical.

2º- Repetimos la operación con el resto de vértices. Una vez llevados a proyección horizontal todos los vértices ya podemos trazar la proyección del polígono completo.

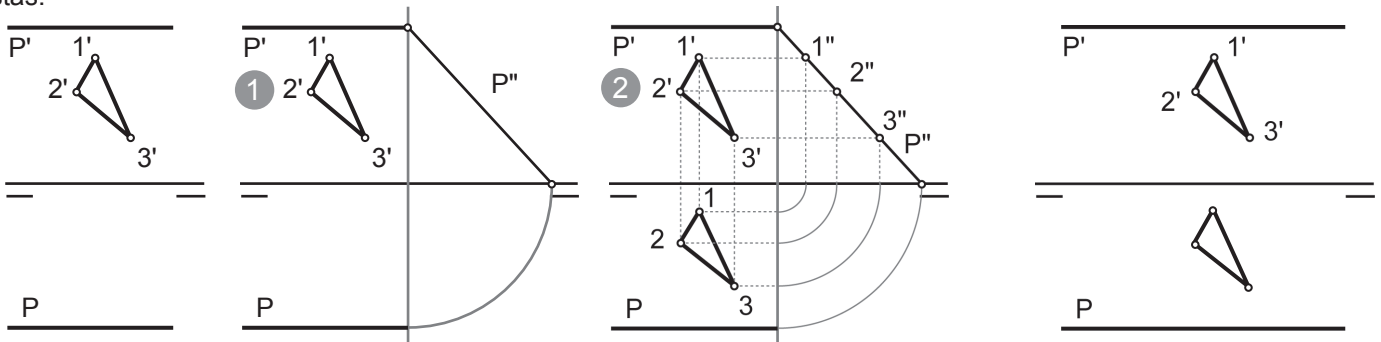


Otra opción igualmente válida para resolver este problema sería prolongar los segmentos que forman el polígono dado hasta cortar a la traza vertical del plano  $P'$  y a la LT.

Esto nos permite determinar ambas trazas de la recta que contiene al lado del polígono y por lo tanto determinar la proyección horizontal de la misma y así la proyección horizontal del polígono. Pero esto en ocasiones puede resultar imposible, al encontrarse las trazas de dichas rectas fuera de los límites del papel.

**Dada la proyección vertical de un polígono y las trazas del plano paralelo a LT al que pertenece hallar la proyección horizontal del polígono.**

En el paso 1 hemos trazado la tercera proyección de P. En el segundo paso hemos llevado el polígono al plano en tercera proyección y hemos llevado el alejamiento a la proyección horizontal. A la derecha vemos el mismo resultado pero conteniendo los lados en rectas, trazando las proyecciones horizontales de esta y bajando los puntos sobre estas.

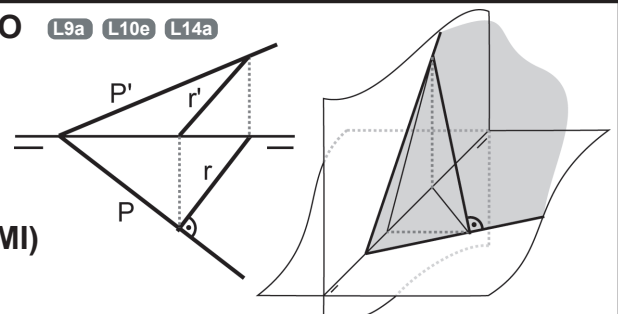


## RECTA DE MÁXIMA PENDIENTE (LMP) DE UN PLANO

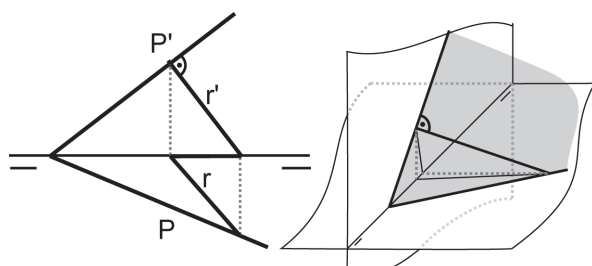
L9a L10e L14a

Es una recta perteneciente al plano que forma el máximo ángulo posible con PH.

Una LMP es perpendicular a la traza horizontal del plano. Un plano tiene infinitas rectas de máxima pendiente.



## RECTA DE MÁXIMA INCLINACIÓN DE UN PLANO (LMI)



Es una recta perteneciente al plano que forma el máximo ángulo posible con PV.

La LMI es perpendicular a la traza vertical del plano. Un plano tiene infinitas rectas de máxima inclinación.