XEOMETRÍA: *Vectores e Rectas*

1. Dados os vectores $\vec{u}(3,-4)$,e $\vec{v}(1,3)$, achar:

a) $\vec{u}\cdot\vec{v}$ e $\vec{v}\cdot\vec{u}$ b) $|\vec{u}|$ e $|\vec{v}|$ e o ángulo que forman.

2. Dado o vector $\vec{u}(3,4)$, calcula as coordenadas dos seguintes vectores:

a) unitario e da mesma dirección que $\vec{u}$.

b) ortogonais a $\vec{u}$ e do mesmo módulo.

c) unitarios e ortogonais a $\vec{u}$.

3. Dados os vectores: $\vec{u}(1,n)$, e $\vec{v}(3,-2)$, calcula *n* para que:

a) os vectores sexan ortogonais.

b) teñan o mesmo módulo.

4. Dados os vectores: $\vec{u}(3,-2)$, $\vec{v}(7,1)$. Acha dous vectores cuxa suma sexa o vector $\vec{v}$ e de tal xeito que un teña a mesma dirección que $\vec{u}$ e o outro sexa perpendicular a $\vec{u}$.

5. Sexan os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ de xeito que $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=5$, e o ángulo que forman $\alpha=60^o$.

Achar : $|\vec{u}+\vec{v}|$ e $|\vec{u}-\vec{v}|$.

6. Se $|\vec{u}|=3$ e $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})=-11$, calcula $|\vec{v}|$.

7. Proba que se $\vec{a}\perp\vec{b}$ e $\vec{a}\perp\vec{c}$, entón: $\vec{a}\perp(m\vec{b}+n\vec{c})$, sendo $m,n\in\mathbb{R}$.

8. Sexa unha base $B=\{\vec{u},\vec{v}\}$, con $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=3$ e $\vec{u}\cdot\vec{v}=3$. E dados os vectores $\vec{a}(1,-1)$ e $\vec{b}(2,1)$, as súas coordenadas nesa base. Calcula $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

9. Dado o segmento de extremos A(1,0) e B(4,6), acha as coordenadas dos puntos M e N que dividen ao segmento en tres partes iguais.

10. Debuxa o triángulo de vértices: $A(-1,0)$; $B(3,0)$; $C(0,4)$. Calcula as coordenadas dos puntos medios de cada un dos lados que o forman.

11. Dados os puntos $A(2,3)$; $B(5,x)$; calcula *x* sabendo que $|\overrightarrow{AB}|=5$.

12. Os vectores: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, verifican $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, se $A(6,2)$ e $B(0,4)$ ¿Cales son as coordenadas de C ?

13. Dados os vectores $\vec{u}(5,-7)$, $\vec{v}(-3,6)$ e $\vec{w}(10,-4)$, calcula:

a) $\vec{u}-2\vec{v}+3\vec{w}$ b) $4\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{w}$ c) $\vec{u}\cdot\vec{v}$ d) $\vec{v}\cdot(\vec{w}-\vec{u})$

14. Determina as coordenadas cartesianas do vector $\vec{u}$ que verifica :
a) É unitario.
b) Ten a mesma dirección que o vector $\vec{v}(-6,8)$, pero sentido contrario.

15. Os puntos $P(3,8)$, $Q(-11,3)$ e $R(-8,-2)$ son vértices dun triángulo: Comproba que é isóscele e obter a súa área.

16. Atopa o punto da recta $r: 4x-8y+7=0$ que equidista dos puntos $A(2,1)$; $B(1,-3)$.

17. Calcular ***a*** para que a recta de ecuación $ax+3y-9=0$:(en cada caso)
a) pase polo punto (3,1) . b) teña pendente -1
c) Un do seus vectores directores sexa $\vec{v}(6,-4)$.

18. Achar a ecuación de cada recta en todas as súas formas:

a) $2x+y+2=0$
b) $(x,y)=(1,2)+t(-1,-2)$
c) $x+1=y-1$
d) $y=2x+1$
e) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \end{cases}$
f) $5x+3y-5=0$

19. Determina a ecuación continua e explícita da recta nos seguintes casos:

a) Pasa por $A(2,-3)$ e ten por vector de dirección $\vec{v}(3,-1)$.
b) Pasa por $A(3,1)$ e $B(2,-4)$.
c) Pasa por $P(3,-2)$ e a súa pendente é $\frac{-2}{3}$.
d) Pasa por $P(-1,-1)$ e ten como ordenada na orixe 2.

20. Acha as coordenadas dos vértices do triángulo cuxos lados están sobre as rectas:
$x-y-1=0$, $x+y+2=0$, $y=3x+2$.
Calcula a lonxitude dos lados do triángulo.

21. Calcula a pendente das seguintes rectas:

a) $2x-3y+5=0$ b) $-\frac{3}{2}x+\frac{1}{5}y-5=0$
c) Recta que pasa polos puntos $A(-1,2)$ e $B(1,3)$
d) Recta cuxo vector director é $\vec{v}(5,-3)$
e) Recta cuxo vector normal é $\vec{n}(2,-7)$

22. Estuda as posicións relativas dos seguintes pares de rectas:

a) $r:\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \end{cases}$ $\qquad s:\begin{cases} x=3+\dfrac{1}{2}t \\ y=1-\dfrac{1}{2}t \end{cases}$

b) $r: 3x-2y=7$ $\qquad s: 2x-3y=8$

c) $r: x+y=7$ $\qquad s: -\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{7}{2}=0$

d) $r:\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \end{cases}$ $\qquad s: 4x+y-8=0$

23. Calcula a ecuación das seguintes rectas:

a) Paralela a $2x+5y-5=0$ e que pasa polo punto $P(-2,6)$.
b) Paralela ao eixe de ordenadas e que pasa polo punto $P(-1,4)$
c) Paralela a $r:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5+t \end{cases}$ e que pasa polo punto $P(-2,4)$
d) Perpendicular a $2x+5y-5=0$ e que pasa polo punto $A(2,-1)$
e) Perpendicular a $3x-3y+1=0$ e que pasa polo punto $O(0,0)$
f) Perpendicular a $r:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5+t \end{cases}$ e que pasa polo punto $P(-1,0)$.

24. En cada caso, calcula o valor de ***k*** para que as rectas cumplan a condición dada:
a) $r: x-ky+1=0$; $s: kx-4y-3=0$, sexan paralelas.
b) $r: kx-2y-4k=0$; $s: x-3y-4=0$, sexan coincidentes.
c) $r: 2kx+5y-1=0$; $s: 3x-ky+2=0$, sexan paralelas.

25. Calcula a ecuación do feixe de rectas secantes de vértice o punto $P(-2,3)$. Calcula de entre elas a que ten pendente $m=\dfrac{-1}{2}$.

26. Escribe, nunha soa ecuación dependente dun parámetro, todas as rectas perpendiculares a $r: 3x-2y+1\,2=0$, e elixe entre elas , a que pasa por $P(-1,1)$.

27. Calcula as coordenadas dos extremos do segmento simétrico do $\overline{AB}$ respecto da simetría central de centro P sendo: $P(3,5)$, $A(2,3)$ e $B(4,1)$.

28. Calcula as coordenadas dos extremos do segmento semétrico do $\overline{AB}$ respecto da simetría axial de eixe *r* sendo: $A(1,3)$ e $B(3,\dfrac{5}{2})$ e $r: x+y-3=0$.

29. Acha a ecuación da recta s que pasa por $P(1,-3)$ e forma un ángulo de 45° coa recta $s: 2x-y+1=0$.

30. Acha a lonxitude da mediana que parte de A no triángulo de vértices:
$A(-1,4)$, $B(6,5)$ e $C(10,-3)$. ¿Coincide a mediana coa altura neste caso?

31. No triángulo de vértices $P(3,8)$, $Q(-11,3)$ e $R(-8,-2)$, acha:
a) O ortocentro.
b) O circuncentro.

32. Os puntos $P(-2,4)$, e $Q(6,0)$ son vértices consecutivos dun paralelogramo que ten o centro na orixe de coordenadas. Acha:
a) os outros dous vértices.
b) os ángulos do paralelogramo.

33. Acha o punto da recta $s: 2x-4y-1=0$ que coa orixe de coordenadas e o punto $P(-4,0)$
Determina un triángulo de área 6. (Axuda: toma como base $\overline{PO}$)

34. Dado o triángulo de vértices: $P(1,3)$, $Q(-1,2)$ e $R(0,-3)$:
a) Calcula as coordenadas do baricentro.
b) Calcula a ecuación de dúas alturas e as coordenadas do ortocentro.
c) Calcula a ecuación de dúas mediatrices e as coordenadas do circuncentro.
d) Calcula o raio da circunferencia circunscrita ao triángulo.
e) Calcula a ecuación da ***recta de Euler*** e comproba que o baricentro, o ortocentro e o circuncentro están aliñados (é dicir, que pertencen á mesma recta).

NOTA: (Debes saber) ***Rectas e puntos notables nun triángulo:***

Chámaselle ***mediana*** á recta que vai desde un vértice ata o punto medio do lado oposto. E as tres mediandas do triángulo córtanse nun punto chamado ***baricentro G***. Chámaselle ***altura*** á recta que vai desde un vértice e é perpendicular ao lado oposto. E as tres alturas do triángulo córtanse nun punto chamado ***ortocentro H***. Chámaselle ***mediatriz*** dun segmento á recta perpendicular polo seu punto medio. As mediatrices dun triángulo córtanse no ***circuncentro T***. O baricentro, ortocentro e circuncentro están aliñados, e a recta que determinan, chámaselle ***recta de Euler***. As ***bisectrices*** dun triángulo córtanse nun punto chamado ***incentro I***.