

1. Utilizando identidades notables, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(x+2)^2$

b) $(x-2)^2$

c) $(x+2)(x-2)$

d) $(2x+3)^2$

e) $(3x-5)^2$

f) $(3x+2)(3x-2)$

g) $(ax+1)^2$

h) $(ax-b)^2$

i) $(3x-2)^2$

j) $(2x+5)(2x-5)$

k) $(-1+2x)^2$

l) $(-2-x)^2$

m) $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

n) $(x+\sqrt{2})^2$

o) $(x^2+x+2)^2$

2. a) Razonar por qué $(A-B)^2$ y $(B-A)^2$ dan el mismo resultado. b) Ídem con $(A+B)^2$ y $(-A-B)^2$

3. Averiguar de qué expresiones notables proceden los siguientes polinomios (Véase el 1º ejemplo):

a) $x^2+2x+1=(x+1)^2$

b) $x^2-4x+4=$

c) $x^2-1=$

d) $x^2+6x+9=$

e) $x^2-8x+16=$

f) $x^2-4=$

g) $9-x^2=$

h) $x^2+2ax+a^2=$

i) $3x^2+6x+3=$

j) $x^2-a^2=$

k) $a^2x^2-b^2=$

l) $x^2-16=$

m) $x^2+10x+25=$

n) $x^2-2=$

o) $4x^2-9=$

p) $a^2x^2-2ax+1=$

q) $x^4-16=$

r) $4x^2+4x+1=$

s) $x^2-6x+9=$

t) $x^2-25=$

u) $25x^2-16=$

Ejercicios libro ed. Edítex: **pág. 34: 13; pág. 42: 35 y 36; pág. 43: 53** (pasar a identidad notable); **pág. 43: 54** (más elaborado)

4. Utilizar **identidades notables y/o extraer factor común** para simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

(Soluc: $\frac{x-1}{x+1}$)

f) $\frac{x^2-y^2}{x^2+xy}$

(Soluc: $1-\frac{y}{x}$)

b) $\frac{x^2-16}{x^2-4x}$

(Soluc: $1+\frac{4}{x}$)

g) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

(Soluc: $\frac{x+2}{x-2}$)

c) $\frac{2x+4}{2x-4}$

(Soluc: $\frac{x+2}{x-2}$)

h) $\frac{x^2+2x+1}{x^4-1}$

(Soluc: $\frac{x+1}{x^3-x^2+x-1}$)

d) $\frac{2x^2-2}{3x^2+6x+3}$

(Soluc: $\frac{2x-2}{3x+3}$)

i) $\frac{x^2-2ax+a^2}{x^2-a^2}$

(Soluc: $\frac{x-a}{x+a}$)

e) $\frac{x^2+2ax+a^2}{mx+ma}$

(Soluc: $\frac{x+a}{m}$)

j) $\frac{a^2x^2-1}{a^2x^2+2ax+1}$

(Soluc: $\frac{ax-1}{ax+1}$)

RECORDAR:

TEOREMA DEL FACTOR: "P(x) es divisible por x-a (o dicho de otra forma, P(x) contiene el factor x-a) si se cumple que P(a)=0"

Ejemplo: Dado P(x)=x²+x-2, como P(1)=0, podemos asegurar que P(x) es divisible por x-1

De hecho, puede comprobarse que al factorizarlo se obtiene x²+x-2=(x-1)(x+2)

5. Utilizar el **teorema del factor** para simplificar, siempre que sea posible, las siguientes fracciones algebraicas (Consejo: factorizar, siempre que sea necesario, por Ruffini):

a) $\frac{x-2}{x^2+x-6}$ (Soluc : $\frac{1}{x+3}$)

h) $\frac{x-3}{x^2+5x+6}$ (Soluc : irreducible)

b) $\frac{x-1}{2x^2-3x+1}$ (Soluc : $\frac{1}{2x-1}$)

i) $\frac{x-1}{5x^2+4x-9}$ (Soluc : $\frac{1}{5x+9}$)

c) $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ (Soluc : $\frac{x+3}{x+2}$)

j) $\frac{x^3-1}{x^2-1}$ (Soluc : $\frac{x^2+x+1}{x+1}$)

d) $\frac{x^2-1}{5x^2+4x-9}$ (Soluc : $\frac{x+1}{5x+9}$)

k) $\frac{2x^2-x-6}{x^2-4}$ (Soluc : $\frac{2x+3}{x+2}$)

e) $\frac{x+2}{x^2-1}$ (Soluc : irreducible)

l) $\frac{x^2+x-a^2-a}{x^2-a^2}$ (Soluc : $\frac{x+a+1}{x+a}$)

f) $\frac{x^2+x-2}{x+2}$ (Soluc : $x-1$)

☞ Ejercicio libro ed. Editex: **pág. 38: 20**

g) $\frac{2x-2}{x^2+x-2}$ (Soluc : $\frac{2}{x+2}$)

6. Averiguar, **factorizando** previamente numerador y denominador, si es posible simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$ (Soluc : $\frac{x-1}{x+1}$)

l) $\frac{4x^3+7x^2+2x-1}{x^3+3x^2+3x+1}$ (Soluc : $\frac{4x-1}{x+1}$)

b) $\frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2}$ (Soluc : $\frac{x-1}{x+1}$)

m) $\frac{2x^3-x^2-8x+4}{x^3+8}$ (Soluc : $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-2x+4}$)

c) $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+6}$ (Soluc : irreducible)

n) $\frac{4x^3-2x^2-4x+2}{2x^3-5x^2+4x-1}$ (Soluc : $\frac{2x+2}{x-1}$)

d) $\frac{2x^2-3x+1}{2x^2-x-1}$ (Soluc : $\frac{2x-1}{2x+1}$)

o) $\frac{2x^3-x^2-2x+1}{2x^3-5x^2+4x-1}$ (Soluc : $\frac{x+1}{x-1}$)

e) $\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3-2x^2-x+2}$ (Soluc : $\frac{x-3}{x+1}$)

p) $\frac{x^3-3x^2-x+3}{x^3-3x^2+4x-12}$ (Soluc : $\frac{x^2-1}{x^2+4}$)

f) $\frac{x^2+x+2}{x^2-x+1}$ (Soluc : irreducible)

q) $\frac{x^2+x+1}{x^3-1}$ (Soluc : $\frac{1}{x-1}$)

g) $\frac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3-4x^2+x+6}$ (Soluc : $\frac{x^2+5x+6}{x^2-5x+6}$)

r) $\frac{4x^3-8x^2-x+2}{2x^3-x^2-8x+4}$ (Soluc : $\frac{2x+1}{x+2}$)

h) $\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^2-2x+1}$ (Soluc : $x-1$)

s) $\frac{x^2-4}{x^3-7x-6}$ (Soluc : $\frac{x-2}{x^2-2x-3}$)

i) $\frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$ (Soluc : $\frac{2x-1}{2x+1}$)

t) $\frac{x^4-5x^2-36}{x^2-9}$ (Soluc : x^2+4)

j) $\frac{x^3-x^2-10x-8}{x^2+3x-4}$ (Soluc : irreducible)

k) $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+4x^2+x-6}$ (Soluc : $\frac{x-3}{x+3}$)

7. Efectuar las siguientes **sumas y restas** reduciendo previamente a común denominador y dando el resultado simplificado (NOTA: Con un * se indican aquellos casos en los que, al final del proceso de sumas y restas de F.A., se obtiene una expresión que se puede simplificar):

a) $\frac{3}{2x+4} + \frac{2x}{x^2-4}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{7x-6}{2x^2-8} \right)$	q) $x + \frac{1}{x}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2+1}{x} \right)$
b) $\frac{x^2-1}{x^3} - \frac{2x}{x^2+7}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{-x^4+6x^2-7}{x^5+7x^3} \right)$	r) $\frac{a+b}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \right)$
c) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-x-2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2-x-1}{x^3-2x^2-x+2} \right)$	* s) $\frac{1}{x-2} - \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2(x-2)} + \frac{1}{x^2-4}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{1}{x^2+4x+4} \right)$
d) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2x^2+8}{x^2-4} \right)$	* t) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{6x-x^2}{x^2-4}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{1}{x-2} \right)$
e) $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{x+1}{4x-8}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2+11x+2}{4x^2-16} \right)$	* u) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x+3}{x^2+x-2} + \frac{1}{x+2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{1}{1-x} \right)$
f) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{4x}{x^2-1} \right)$	v) $\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x-2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2+5x-4}{x^3-4x} \right)$
g) $1 - \frac{x}{y}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{y-x}{y} \right)$	* w) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{12}{x^2-4}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2x+3}{x+2} \right)$
h) $x - \frac{x^2-1}{x}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{1}{x} \right)$	x) $\frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2}$ $\left(\text{Sol : } \frac{x^2+x+11}{x^3-x^2-4x+4} \right)$
i) $\frac{3x-2}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2+6x}{x^2-1} \right)$	y) $\frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{1}{x+3} \right)$
j) $\frac{7x}{6x+12} - \frac{x+5}{2x^2-8}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{7x^2-17x-15}{6x^2-24} \right)$	z) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{5x^2+7x}{x^2-1} \right)$
k) $\frac{x+3}{x^2+1} + \frac{2x}{x-3}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2x^3+x^2+2x-9}{x^3-3x^2+x-3} \right)$	α) $\frac{4}{x+1} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{x+1}{x-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1} \right)$
l) $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{x+2}{x+1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{-x^2+2x+2}{x^2-1} \right)$	β) $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2}{x+2} \right)$
* m) $\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2}{x+1} \right)$	* γ) $\frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{x^2+2x+1} - \frac{1-2x}{1+x}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{3x}{x+1} \right)$
n) $\frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x^2-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2+x+2}{x^2-1} \right)$	δ) $\frac{1}{x(x-1)} + \frac{2x+1}{x^2-1} + \frac{x}{(x+1)^2}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{3x^3+3x^2+3x+1}{x^4+x^3-x^2-x} \right)$
o) $\frac{x+2y}{x^2-y^2} + \frac{2x-5y}{x-y}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{2x^2-5y^2-3xy+x+2y}{x^2-y^2} \right)$	ε) $\frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{1}{x^2-10x+24}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x-7}{x^3-15x^2+24x-120} \right)$
p) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x-z}{xz} \right)$	



Ejercicios libro ed. Editex: **pág. 44: 58 a 61**

8. Efectuar los siguientes **productos y cocientes**, dando el resultado simplificado:

a) $\frac{3x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{2x}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{3x-1}{2x^2-6x} \right)$	c) $\frac{x+1}{\frac{x+2}{x+1}}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x+3}{x+2} \right)$
b) $\frac{x+1}{x^2-2} : \frac{x^2+2}{x-1}$ $\left(\text{Soluc : } \frac{x^2-1}{x^4-4} \right)$	

$$d) \frac{\frac{3x+1}{x^2-4}}{\frac{x}{x^2-4x+4}} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{3x^2-5x-2}{x^2+2x} \right)$$

$$e) \frac{3x-1}{x^2} \cdot \frac{x+1}{x^5} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{3x^2+2x-1}{x^7} \right)$$

$$f) \frac{\frac{x+1}{x^2-2}}{\frac{x-1}{x^2+2}} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{x^3+x^2+2x+2}{x^3-x^2-2x+2} \right)$$

$$g) \left(\frac{m^2+1}{2} \right)^2 - \left(\frac{m^2-1}{2} \right)^2 \quad (\text{Soluc : } m)$$

$$h) \frac{\frac{x-1}{x^2-1}}{\frac{x+1}{x^2+2x+1}} \quad (\text{Soluc : } 1)$$

$$i) \left(a + \frac{b}{2a} \right)^2$$

$$j) \frac{\frac{x^3-3ax^2+3a^2x-a^3}{x+a}}{\frac{x-a}{x+a}} \quad (\text{Soluc : } x^2-2ax+a^2)$$

$$k) \frac{9 \frac{x+2y}{3} + 6z}{3} \quad (\text{Soluc : } x+2y+2z)$$

$$l) \frac{\frac{x}{3}}{x - \frac{x}{3}} \quad (\text{Soluc : } 1/2)$$

$$m) \frac{A}{B} (1-B) + A \quad (\text{Soluc : } A/B)$$

$$n) \frac{\frac{x^3-x}{2x^2+6x}}{\frac{5x^2-5x}{2x+6}} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{x+1}{5x} \right)$$

$$o) \frac{\frac{2}{a} - 1}{\frac{2}{a}} \quad (\text{Soluc : } a-2)$$

$$p) \frac{\frac{y}{1-y}}{\frac{y}{1-y} + 1} \quad (\text{Soluc : } y)$$

$$q) \frac{(n^2-n) \frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n} - 1} \quad (\text{Soluc : } -1)$$

$$r) \frac{(x^2-y^2)^2 + 4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2} \quad (\text{Soluc : } 1)$$

👉 Ejercicios libro ed. Editex: **pág. 44: 62, 64 y 65**

9. Efectuar las siguientes **operaciones combinadas** con F.A. y simplificar:

$$a) \left(1 - \frac{1}{x} \right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} \right) \quad \left(\text{Soluc : } \frac{1}{x} \right)$$

$$b) \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-1}{x+1} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{2x^3-2x^2-2x}{x^3-2x^2-x+2} \right)$$

$$c) \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b} \right) \frac{a+b}{ab} \quad \left(\text{Soluc : } -\frac{2}{a-b} \right)$$

$$d) \frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{x-y}{y} + \frac{y}{x-y} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \right)$$

$$e) \frac{2(x^2+1) - (x^2-1)(x^2+1)}{(x^2+1)^2} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{3-x^2}{x^2+1} \right)$$

$$f) \frac{(a^3+b^3)^2 - (a^3+b^3)^3 \cdot 3}{(a^3+b^3)^3} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{1-3a^3-3b^3}{a^3+b^3} \right)$$

$$g) \frac{4x \cdot x^5 - (2x^2-12) \cdot 5x^4}{x^{10}} \quad \left(\text{Soluc : } \frac{60-6x^2}{x^6} \right)$$

👉 Ejercicios libro ed. Editex: **pág. 39: 22; pág. 44: 63, 66 y 67**

10. Demostrar las siguientes expresiones:

$$\text{a)} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$$

$$\text{b)} \quad \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = a \cdot b$$

$$\text{c)} \quad \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = (n+1)^2$$

$$\text{d)} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$