

## SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES. EJERCICIOS RESUELTOS

1.-

Resuelve los siguientes sistemas.

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x + 3y^2 = 22 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -8 \\ xy - 3x = -5 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ xy = 1 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

2.-

Halla la solución de los siguientes sistemas.

a) 
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 32 \\ -3x^2 + 4y^2 = -48 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} xy = -3 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$$

3.-

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones de segundo grado.

a) 
$$\begin{cases} x - 6y = -6 \\ 2x^2 + y^2 = 76 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 3x + \frac{y}{2} = 15 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 20 \\ 4x^2 - y^2 = -4 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3xy - 2x^2 = -26 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x^2 + 3xy = -8 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} x^2 - 2(x - y)^2 = 36 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$$

4.-

**Resuelve:**

a) 
$$\begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} (x + y)(x - y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

5.-

**Resuelve:**

a) 
$$\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \sqrt{3(x+y)} + x = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x + 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

## SOLUCIONES:

1.-

$$a) \begin{cases} y = 8 - 2x \\ 2x + 3(8 - 2x)^2 = 22 \end{cases} \Rightarrow 2x + 192 + 12x^2 - 96x = 22 \Rightarrow 6x^2 - 47x + 85 = 0 \Rightarrow x = \frac{47 \pm 13}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = 5, y = -2 \\ x = \frac{17}{6}, y = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = \frac{-8 - 2x}{5} \\ x \left( \frac{-8 - 2x}{5} \right) - 3x = -5 \end{cases} \Rightarrow -8x - 2x^2 - 15x = -25 \Rightarrow 2x^2 + 23x - 25 = 0 \Rightarrow x = \frac{-23 \pm 27}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1, y = -2 \\ x = -\frac{25}{2}, y = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 0 \\ xy = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ -y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow y^2 = -1 \Rightarrow \text{No tiene soluciones reales.}$$

$$d) \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x^2 - (2x - 3)^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

2.-

$$a) \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 32 \\ -3x^2 + 4y^2 = -48 \end{cases} \begin{matrix} 3E_1 \\ 2E_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 + 9y^2 = 96 \\ -6x^2 + 8y^2 = -96 \end{cases} \Rightarrow 17y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4; y = 0 \\ x = -4; y = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} xy = -3 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{y} \\ \frac{9}{y^2} + 2y^2 = 19 \end{cases} \Rightarrow 2y^4 - 19y^2 + 9 = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{19 \pm 17}{4} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -3\sqrt{2}; y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = 3\sqrt{2}; y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \\ y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = -1; y = 3 \\ x = 1; y = -3 \end{cases} \end{cases}$$

3.-

$$a) \begin{cases} x - 6y = -6 \\ 2x^2 + y^2 = 76 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6y - 6 \\ 2(6y - 6)^2 + y^2 = 76 \end{cases} \Rightarrow 73y^2 - 144y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{144 \pm 148}{146} \Rightarrow \begin{cases} x = 6, y = 2 \\ x = -\frac{450}{73}, y = -\frac{2}{73} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3xy - 2x^2 = -26 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x \cdot \frac{7+4x}{5} - 2x^2 = -26 \\ y = -\frac{7+4x}{5} \end{cases} \Rightarrow -22x^2 - 21x + 130 = 0 \Rightarrow x = \frac{21 \pm 109}{-44} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{65}{22}, y = \frac{53}{55} \\ x = 2, y = -3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + \frac{y}{2} = 15 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + y = 30 \\ 2y + 3x = xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 - 6x \\ 60 - 12x + 3x = 30x - 6x^2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{13 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 4, y = 6 \\ x = \frac{5}{2}, y = 15 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x^2 + 3xy = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5-x}{2} \\ x^2 + 3x \left( \frac{5-x}{2} \right) = -8 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 15x + 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{15 \pm 17}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 16, y = -\frac{11}{2} \\ x = -1, y = 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 20 \\ 4x^2 - y^2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 20 \\ 20x^2 - 5y^2 = -20 \end{cases} \Rightarrow 23x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0, y = 2 \\ x = 0, y = -2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x^2 - 2(x - y)^2 = 36 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy = 36 \\ 3x + 2y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x^2 - 2y^2 + 4xy = 36 \\ y = 15 - \frac{3}{2}x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2 - 2 \left( 15 - \frac{3}{2}x \right)^2 + 4x \left( 15 - \frac{3}{2}x \right) = 36 \Rightarrow -x^2 - 450 - \frac{9}{2}x^2 + 90x + 60x - 6x^2 = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{23}{2}x^2 + 150x - 486 = 0 \Rightarrow 23x^2 - 300x + 972 = 0 \Rightarrow x = \frac{300 \pm 24}{46} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{162}{23}, y = \frac{102}{23} \\ x = 6, y = 6 \end{cases}$$

4.-

a)  $x = \frac{5y}{3}$

$$\frac{5y^2}{3} = 15; y^2 = 9 \begin{cases} y = 3 \rightarrow x = 5 \\ y = -3 \rightarrow x = -5 \end{cases}$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 6y + 6x = 5xy \\ y = \frac{2-2x}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 - 4x + 6x = \frac{5x(2-2x)}{3} \\ 6x + 12 = 10x - 10x^2 \\ 10x^2 - 4x + 12 = 0 \\ 5x^2 - 2x + 6 = 0 \end{array}$$

No tiene solución.

c)  $2x^2 - 10x + 12 = 0; x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$$

$$-x^2 + y^2 + 5x - 5y - 2 = 0$$

$$\frac{2y^2 - 10y + 8 = 0}{2y^2 - 10y + 8 = 0}$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = 4; x_2 = 3, y_2 = 1; x_3 = 2, y_3 = 4; x_4 = 2, y_4 = 1$$

d)  $x = \frac{4y}{3}$

$$\frac{7y}{3} \cdot \frac{y}{3} = 7$$

$$y^2 = 9; y = \pm 3$$

$$x_1 = 4, y_1 = 3; x_2 = -4, y_2 = -3$$

5.-

a)  $x = (5 - y)^2$

$$y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y$$

$$8y = 24; y = 3; x = 4$$

$$x = 4; y = 3$$

b)  $4x + 4 = y^2 + 1 + 2y; x = \frac{y^2 + 2y - 3}{4}$

$$x = \frac{1 + 3y}{2} = \frac{2 + 6y}{4}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 2 + 6y$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow x = 8 \\ -1 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = -1; x_2 = 8, y_2 = 5$$

$$c) y = 2x - 6$$

$$\sqrt{3(3x - 6)} = 12 - x$$

$$9x - 18 = 144 + x^2 - 24x$$

$$0 = x^2 - 33x + 162$$

$$x = \frac{33 \pm 21}{2} = \begin{cases} 27 \rightarrow y = 48 \text{ (no vale)} \\ 6 \rightarrow y = 6 \end{cases}$$

$$x = 6; y = 6 \text{ (} x = 27, y = 48 \text{ no vale)}$$

$$d) y = 2x - 5$$

$$\sqrt{3x - 5} = x - 1$$

$$3x - 5 = x^2 + 1 - 2x$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow y = 1 \\ 2 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 1$$