

## Unidad 2. Potencias y raíz cuadrada

### Producto de potencias con la misma base

Cristina sabe que  $4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ .

Además, sabe que:

$$4^5 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^3 \times 4^2 = 4^{3+2}$$

$$4^5 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^2 \times 4^3 = 4^{2+3}$$

$$4^5 = 4 \times (4 \times 4 \times 4 \times 4) = 4^1 \times 4^4 = 4^{1+4}$$

$$4^5 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 4 = 4^4 \times 4^1 = 4^{4+1}$$

$$4^5 = 1 \times (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4) = 4^0 \times 4^5 = 4^{0+5}$$

$$4^5 = (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 1 = 4^5 \times 4^0 = 4^{5+0}$$



Es decir, Cristina acaba de darse cuenta de que el resultado de multiplicar dos potencias que tienen la **misma base** es otra potencia de base la misma que los factores y cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores. Algunos ejemplos son:

- $2^6 \times 2^8 = 2^{14}$

- $9^3 \times 9^2 = 9^5$

- $8^4 \times 8^4 = 8^8$

#### 1. Completa la siguiente tabla.

Operación	Resultado
$2^3 \times 2^2 \times 2^1$	$2^6 = 64$
$3^3 \times 3^{10}$	$3^{13} = 1\ 594\ 323$
$5^3 \times 5^3 \times 5^3$	$5^9 = 1\ 953\ 125$
$11^6 \times 11^3$	$11^9 = 2\ 357\ 947\ 691$
$10^3 \times 10^3 \times 10^5$	$10^{11} = 100\ 000\ 000\ 000$
$1^6 \times 1^{128}$	$1^{134} = 1$
$7^4 \times 7^7$	$7^{11} = 1\ 977\ 326\ 743$
$6^6 \times 6^2 \times 6^2$	$6^{10} = 60\ 466\ 176$

## Unidad 2. Potencias y raíz cuadrada

### Notación científica

Observa el siguiente ejemplo:

$$0,09 \times 10\ 000 = 0,9 \times 1\ 000 = 9 \times 100 = 90 \times 10 = 900 \times 1$$

Escribiendo 10 000, 1 000, 100, 10 y 1 como potencias de base 10, el ejemplo queda así:

$$0,09 \times 10^4 = 0,9 \times 10^3 = 9 \times 10^2 = 90 \times 10^1 = 900 \times 10^0$$

Podemos aplicar esto a cualquier número, si antes lo tenemos descompuesto en suma de potencias de base 10:

$$\begin{aligned} 3\ 678 &= 3 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0 = \\ &= 3 \times 10^3 + 0,6 \times 10^3 + 0,07 \times 10^3 + 0,008 \times 10^3 = \\ &= (3 + 0,6 + 0,07 + 0,008) \times 10^3 = \\ &= \mathbf{3,678 \times 10^3} \end{aligned}$$



A esta manera de expresar los números se la llama **notación científica**, y es muy útil sobre todo cuando se trabaja con números muy grandes, como en astronomía, o números muy pequeños, como en química. Por ejemplo, la distancia media de la Tierra al Sol se suele expresar:

$$149\ 597\ 870\ 700\ \text{m} = 1,495\ 978\ 707 \times 10^{11}\ \text{m}$$

### 2. Escribe los siguientes números en notación científica.

- 31 428 =  $3,142\ 8 \times 10^4$
- 710 122 231 =  $7,101\ 222\ 31 \times 10^8$
- 9 930 144 873 =  $9,930\ 144\ 873 \times 10^9$
- 1 125 003 =  $1,125\ 003 \times 10^6$
- 3 302 468 765 468 =  $3,302\ 468\ 765\ 468 \times 10^9$
- 9 999 999 999 =  $9,999\ 999\ 999 \times 10^9$
- 1 747 856 484 689 783 =  $1,747\ 856\ 484\ 689\ 783 \times 10^9$

## Unidad 2. Potencias y raíz cuadrada

### Cálculo de raíces cuadradas

Vamos a calcular la raíz cuadrada de números de tres cifras, como 528. Para ello, separamos las cifras de 528 de dos en dos empezando por la derecha, en nuestro caso 5 y 28. Nos fijamos en el de más a la izquierda, el 5, y buscamos un número que al elevarlo al cuadrado se acerque a 5 pero sin pasarnos, es decir, el 2, y escribimos un 2 en una caja que dibujamos a la derecha de nuestra raíz.

$\sqrt{528}$	2	1. Como $2^2 = 4$ , colocamos un 4 debajo del 5, restamos
<u>-4</u>		$5 - 4 = 1$ , y escribimos el 1 debajo del 4. Bajamos el 28
128		y lo colocamos al lado del 1.
$\sqrt{528}$	22	2. Dibujamos otra caja debajo de la que tenemos, y en ella
<u>-4</u>		escribimos el doble de lo que había en la primera, es decir, 4.
128	$42 \times 2 = 84$	Buscamos un número A tal que $4A \times A$ se acerque
<u>-84</u>		lo más posible a 128, pero sin pasarnos. En nuestro caso,
44		$A = 2$ . Como $42 \times 2 = 84$ , colocamos 84 debajo del 128 y
		restamos. Colocamos $A = 2$ al lado del 2 en la primera caja,
		con lo que ahora tenemos un 22 en la primera caja.
$\sqrt{528}$	22,9	3. Repetimos lo que hemos hecho en el apartado 2. Bajamos
<u>-4</u>		las dos siguientes cifras, y, como no hay, bajamos dos ceros
128	$42 \times 2 = 84$	y colocamos una coma a la derecha del 22 de la primera caja.
<u>-84</u>		Colocamos 44 (el doble de 22) en la nueva caja, y como
4400	$449 \times 9 = 4041$	$449 \times 9 = 4041$ , ponemos un 9 a la derecha del 22 con la coma,
<u>-4041</u>		teniendo ahora 22,9 en la caja original. Este proceso acaba
359		cuando al hacer la resta nos aparezca un cero y no haya
		más cifras que bajar.

En este caso, podemos decir que  $22,9 \leq \sqrt{528} \leq 23$ .

## Unidad 2. Potencias y raíz cuadrada

### Cálculo de raíces cuadradas

3. Calcula y escribe entre qué números se encuentran las siguientes raíces.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{111} & 10,5 \\ \hline -1 & \\ \hline 011 & 20 \times 0 = 0 \\ \hline -0 & \\ \hline 1100 & 205 \times 5 = 1025 \\ \hline & \end{array}$$

$$\underline{10,5} \leq \sqrt{111} \leq \underline{10,6}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{921} & 30,6 \\ \hline -9 & \\ \hline 021 & 60 \times 0 = 0 \\ \hline -0 & \\ \hline 2100 & 603 \times 3 = 1809 \\ \hline & \end{array}$$

$$\underline{30,6} \leq \sqrt{921} \leq \underline{30,7}$$

## Unidad 2. Potencias y raíz cuadrada

### Ampliación de raíces cuadradas

Noelia está buscando un número, y, como no puede saber cuál es exactamente, intenta averiguar entre qué números se encuentra. Lo único que sabe acerca de ese número es:

- El número es un cuadrado perfecto.
- La raíz cuadrada del número buscado es mayor que  $\sqrt{80}$  y menor que  $\sqrt{171}$ .  
¿Qué puedo hacer para ayudar a Noelia a encontrar el número?
- Como la raíz del número es mayor que  $\sqrt{80}$  y menor que  $\sqrt{171}$ , entonces el número buscado es mayor que 80 y menor que 171.
- Como además sabemos que el número es un cuadrado perfecto, el número solo puede ser uno de los siguientes: 81, 100, 121, 144 o 169.



4. A Marina le ha dicho su padre que si encuentra un número le dará un pequeño premio. Para encontrarlo, le da las siguientes pistas acerca del número:

- Es un cuadrado perfecto.
- Su raíz cuadrada es mayor que  $\sqrt{99}$  y menor que  $\sqrt{228}$ .
- No es divisible por 2, 3 ni 5.
- No tiene ninguna cifra repetida.
- Como la raíz del número es mayor que  $\sqrt{99}$  y menor que  $\sqrt{228}$ , entonces el número buscado es mayor que 99 y menor que 228.
- Como además sabemos que el número es un cuadrado perfecto, el número solo puede ser uno de los siguientes: 100, 121, 144, 169, 196 o 225.
- Como no es divisible por 2, 3 ni 5, descartamos 100, 144, 196 y 225: solo nos quedan 121 y 169.
- Como no tiene ninguna cifra repetida, descartamos el 121.
- El número buscado es 169.

► Solución: \_\_\_\_\_