



Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 4

Unidade didáctica 4

Estatística e probabilidade

Índice

1.	Introdución.....	3
1.1	Descrición.....	3
1.2	Coñecementos previos.....	3
1.3	Criterios de avaliación	3
2.	Secuencia de contidos e actividades	4
2.1	Estatística.....	4
2.1.1	Utilidade da estatística	4
2.1.2	Conceptos previos.....	5
2.1.3	Fases e tarefas dun estudo estatístico.....	6
2.1.4	Táboas de frecuencias	7
2.1.5	Gráficos estatísticos.....	10
2.1.6	Parámetros estatísticos. Cálculo e significado.....	13
2.2	Probabilidade	21
2.2.1	Experimentos aleatorios. Sucesos.....	21
2.2.2	Probabilidade e frecuencia.....	23
2.2.3	Lei de Laplace para o cálculo da probabilidade	24
2.2.4	Sucesos compostos. Diagramas de árbore	26
3.	Actividades finais.....	29
4.	Solucionario.....	33
4.1	Actividades propostas	33
4.2	Actividades finais.....	41
5.	Glosario.....	47
6.	Bibliografía e recursos	48
7.	Anexo. Licenza de recursos	49

1. Introducción

1.1 Descrición

Nesta unidade podemos distinguir dous bloques, un primeiro bloque dedicado á estatística e o outro á probabilidade.

- De módulos anteriores coñecemos aspectos básicos sobre a estatística, as distintas fases dun estudo estatístico, as mostras e a representatividade destas sobre as poboacións, algúns parámetros de posición e dispersión que nos proporcionan importante información das mostras e das poboacións, diferentes formas de representación gráfica dos estudos estatísticos etc. Neste módulo afondaremos un pouco máis sobre todos estes aspectos e estudaremos algúns máis que tamén son necesarios en calquera estudo estatístico básico.
- No segundo bloque estudaremos conceptos relacionados co azar e a probabilidade, a relación entre a frecuencia e a probabilidade dun suceso e a regra de Laplace, que nos permitirá facilmente calcular dita probabilidade.

1.2 Coñecementos previos

Esta unidade baséase en coñecementos previos dos módulos anteriores. Aínda que se fará un pequeno recordatorio mediante exemplos deses conceptos, sería moi útil repasar certos conceptos básicos como:

- Medidas de posición: media, moda, mediana. Cálculo, interpretación e propiedades.
- Medidas de dispersión: varianza e desviación típica.
- Diferentes gráficos estatísticos: diagrama de barras, histograma e diagrama de sectores.

1.3 Criterios de avaliación

- Utilizar o vocabulario axeitado para a descrición de situacións relacionadas co azar e a estatística, analizando e interpretando informacións que aparecen nos medios de comunicación e fontes públicas oficiais (IGE, INE etc.).
- Estimar a posibilidade de que aconteza un suceso asociado a un experimento aleatorio sinxelo, calculando a súa probabilidade a partir da súa frecuencia relativa, a regra de Laplace ou os diagramas de árbore, e identificando os elementos asociados ao experimento.

2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Estatística

2.1.1 Utilidade da estatística

Na actualidade a estatística enténdese como un método na toma de decisións, de aí a importancia en multitude de estudos científicos de todas as ramas do saber:

- Como decidir se un novo produto comercial terá éxito?
- Inflúe o IPC na taxa de desemprego?
- Que diría un sociólogo sobre a intención do voto despois de analizar unha enquisa?
- A partir dun estudo sobre o crecemento da poboación dun país, poderá un experto en xeografía humana calcular a poboación do ano 2050?
- Cales serán as necesidades escolares dun país para os próximos cinco anos?

Moitas destas preguntas teñen a súa resposta grazas á estatística, xa que a través de procedementos de inferencia estatística se pode responder as cuestións formuladas cunha marxe de erro prefixado; isto evidentemente xa sae fóra dos contidos a estudar nesta unidade.

Divisións da estatística

Estatística descritiva ou dedutiva

trata do reconto, a ordenación e a clasificación dos datos obtidos das observacións. Constrúense táboas e represéntanse en gráficos, que permiten simplificar en grande medida a complexidade dos datos que interveñen na distribución. En base aos datos obtéñense os parámetros estatísticos que caracterizan a distribución. Esta parte da estatística limítase a realizar deducións directamente a partir dos datos e os parámetros obtidos.

Estatística inferencial ou indutiva

formula e resolve o problema de establecer previsións e deducións xerais sobre unha poboación a partir dos resultados obtidos dunha mostra. Utiliza os resultados obtidos mediante a estatística descritiva e apóiase fortemente no cálculo de probabilidades.

2.1.2 Conceptos previos

Antes de expor os coñecementos previos presentaremos unha actividade resolta.

Actividade resolta

O concello dunha vila precisa coñecer os hábitos no tempo de lecer da xente nova, con idades comprendidas entre os 12 e os 17 anos, para saber que actividades pode propoñer.

- Definimos **poboación** como o conxunto de todos os elementos sobre o que se vai realizar o estudo estatístico.

Nesta actividade, a poboación sería a totalidade dos rapaces e rapazas da vila con idades comprendidas entre os 12 e 17 anos.

- **Individuo** é cada elemento da poboación ou mostra.

No noso exemplo, un individuo é unha persoa nova da vila con idade comprendida entre 12 e 17 anos.

- **Mostra** é a parte da poboación que imos estudar para poder sacar despois conclusións sobre toda a poboación.

Na nosa actividade, a mostra será o grupo de xente moza comprendida entre os 12 e os 17 anos a quen se lle faga a enquisa.

- As propiedades ou características que estudaremos reciben o nomes de **variables estatísticas** e poden clasificarse así:
 - **Cualitativas**, cando os valores sobre os que preguntamos non se poden expresar con números; son calidades como, por exemplo, a cor dos ollos, a cor do pelo...
 - **Cuantitativas**, cando os valores sobre os que preguntamos se expresan con números. Destas distinguiremos dúas:
 - **Discretas**, cando só podemos escoller entre un número finito de valores, por exemplo, o número de fillos ou fillas que ten unha parella: só podemos escoller entre 0, 1, 2, 3... ata un número finito.
 - **Continuas**, cando a variable pode tomar infinitos valores, por exemplo, o peso. No peso poderíamos distinguir entre 75,2 e 72,205 e, polo tanto, serían infinitos valores.

Actividades propostas

S1. Indique o tipo de variable estatística e razoe, en cada caso, se sería mellor analizar unha mostra ou directamente estudar toda a poboación.

- O sexo dos habitantes dunha cidade.
- A nacionalidade das persoas que viven no seu país.
- O diñeiro gastado polos seus irmáns nun día.
- O peso de todos os seus amigos e amigas.
- A cor dos ollos da súa familia directa (avós, tíos, curmáns, irmáns e fillos).
- Velocidade á que pasan os coches por unha rúa.
- O número de fillos de todos os seus curmáns.

S2. Vaise realizar un estudo estatístico sobre o gasto que fan as persoas que van a un determinado negocio. Das 12.358 persoas que visitaron o negocio escóllense 120 e, de aí, esténdense as conclusións a toda a poboación. Identifique: variable estatística, poboación, mostra, tamaño mostral e individuo.

2.1.3 Fases e tarefas dun estudo estatístico

Todo estudo estatístico consta dunha serie de fases e tarefas ben diferenciadas:

- Definición da poboación e da característica que imos estudar.

Nesta fase temos que fixar a poboación a estudar, a característica, que e como imos recoller os datos etc.

- Selección da mostra.

Necesitamos establecer o tamaño da mostra.

- Recollida de datos.

Debemos deseñar o cuestionario para realizar a recollida dos datos.

- Organización e representación gráfica.

Estudaremos os datos recollidos, faremos táboas de frecuencias, gráficas para visualizar mellor os datos etc.

- Obtención de conclusións.

Obteremos certos parámetros estatísticos que nos axudarán a resumir a información. Xunto coa estatística inferencial, que comentamos nun apartado anterior, poderíamos sacar conclusións e extrapolalas ao resto da poboación. Os aspectos relacionados coa inferencia estatística exceden os contidos do módulo IV e, polo tanto, non os estudaremos.

2.1.4 Táboas de frecuencias

Unha vez recollidos os datos hai que tabulalos, é dicir, confeccionar unha táboa para organizalos. Isto conséguese cunha táboa de frecuencias; podemos utilizar diferentes tipos de frecuencias:

- Frecuencia absoluta, f_i : número de veces que aparece na mostra.
- Frecuencia relativa, h_i : cociente entre o número de veces que aparece na mostra e o número total de datos, N .
- Frecuencia absoluta acumulada, F_i : suma de todas as frecuencias absolutas dos valores menores ou iguais có valor escollido.
- Frecuencia relativa acumulada, H_i : suma de todas as frecuencias relativas dos valores menores ou iguais có valor escollido.

Debemos ter en conta se a variable que imos estudar é discreta ou continua.

Actividades resoltas

Queremos facer un estudo entre os habitantes dunha vila para coñecer o número de veces que van ao cine ao mes. Só nos interesa sabelo para os que son maiores de 4 anos. Dos 2.500 habitantes da vila, sabemos que 2.000 son maiores de 4 anos. Preguntóuselles o número de veces que van ao cine nun mes e as respostas foron as seguintes:

01210	20111	10010	31111	01011
11210	21101	11110	11112	11111

Pídese:

- Cal é a poboación de estudo?
- Que variable temos que estudar?
- Que tipo de variable é?
- Constrúa a táboa de frecuencias.
- Que porcentaxe dos individuos van como moito unha vez ao cine ao mes?

Solucións:

- As 2.000 persoas da vila que son maiores de 4 anos.
- O número de veces que van ao cine no mes.
- Variable cuantitativa discreta.

- Efectuaremos un recuento dos datos ordenándoos nunha táboa de frecuencias.
- Trátase dunha variable aleatoria discreta, con valor mínimo igual a 0 e valor máximo 3, polo que deberíamos pór todos os valores intermedios e a súa frecuencia absoluta, se houber algún valor que tivese unha frecuencia absoluta igual a cero, tamén habería que poñela.

Veces que asisten ao cine x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
0	11	11	0,22	0,22
1	33	44	0,66	0,88
2	5	49	0,10	0,98
3	1	50	0,02	1
	50		1	

- Un 88 %.

Queremos realizar un estudo sobre a altura dos homes dunha determinada cidade que teñen a maioría de idade. Preguntóuselles sobre a súa altura en cm a 32 persoas que cumprían ese requisito e os datos foron os seguintes:

161	171	167	172	170	170	165	169
170	169	172	162	169	166	174	178
167	169	168	176	169	162	168	167
175	168	164	179	172	167	170	173

Pídese:

- Cal é a poboación de estudo?
- Que variable temos que estudar?
- Que tipo de variable é?
- Constrúa a táboa de frecuencias.

Solucións:

- Os homes con maioría de idade.
- A altura en cm.
- Variable cuantitativa continua.
- Efectuaremos un recuento dos datos ordenándoos nunha táboa de frecuencias.

Ante a dificultade de facer un recuento de cada valor da variable, faremos un recuento dos datos agrupándoos en intervalos de cinco cm de altura (**clases**). Elaboraremos unha táboa na que se amosen os puntos medios, chamados **marcas de clase**, e todas as frecuencia que xa explicamos. Convén que o número de clases non sexa excesivo e que todas teñan a mesma lonxitude.

Existen diferentes métodos de escoller o número de intervalos, tendo en conta a variable e os datos que obtemos das enquisas, non deberíamos de ter menos de 4-5 intervalos nin máis de 10.

Lonxitude en cm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
$160 \leq x < 165$	162,5	4	4	0,125	0,125
$165 \leq x < 170$	167,5	14	18	0,4375	0,5625
$170 \leq x < 175$	172,5	10	28	0,3125	0,875
$175 \leq x < 180$	177,5	4	32	0,125	1
		32		1	

Actividades propostas

- S3. Estase realizando un control de carie en nenos e nenas de menos de 3 anos. Para iso, contabilízase o número de pezas de chocolate que comen ao día e obtéñense os seguintes resultados:

0	2	1	3	0	1	5	0	1	1
2	1	4	1	0	1	2	2	3	1

Constrúa a táboa de frecuencias.

- S4. Nunha fábrica realízase un estudo sobre o espesor, en mm, dun certo tipo de parafuso. Seleccionamos unha mostra de tamaño 25 e obtemos os seguintes valores: 7,8; 8,2; 7,6; 10,5; 7,4; 8,3; 9,2; 11,3; 7,1; 8,5; 10,2; 9,3; 9,9; 8,7; 8,6; 7,2; 9,9; 8,6; 10,9; 7,9; 11,9; 8,8; 9,2; 8,1; 10,5. Faga 5 intervalos de lonxitude 1 mm comezando o primeiro intervalo en 7 mm. Constrúa a táboa de frecuencias.
- S5. Constrúa a táboa de frecuencias coa cor do pelo de 24 persoa escollidas ao chou cuxos resultados da enquisa foron os seguintes: (N = negro; L = louro; R = roxo).

N	L	R	L	L	L	L	R	R	N	N	N
N	L	L	L	L	L	N	N	N	N	N	R

2.1.5 Gráficos estatísticos

Os gráficos estatísticos axudan a organizar e interpretar dun xeito máis visual os datos recollidos. Existen diferentes gráficos estatísticos:

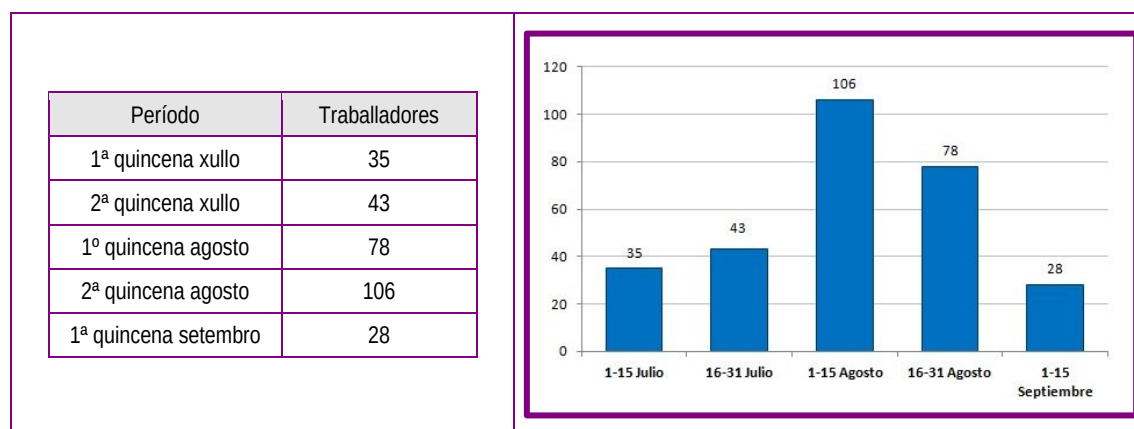
- Diagramas de barras.

Utilízanse para representar táboas de frecuencias correspondentes a variables cuantitativas discretas. Por iso, as barras son estreitas e sitúanse sobre os valores puntuais da variable. Tamén se poden utilizar para representar variables cualitativas.

Actividade resolta

Constrúa o diagrama de barras asociado aos seguintes datos:

O diagrama de barras seguinte está baseado nos resultados dunha enquisa realizada a 290 traballadores dunha empresa sobre a preferencia para gozar das súas vacacións. Os datos están expresados na táboa e o diagrama de barras móstrase á dereita:



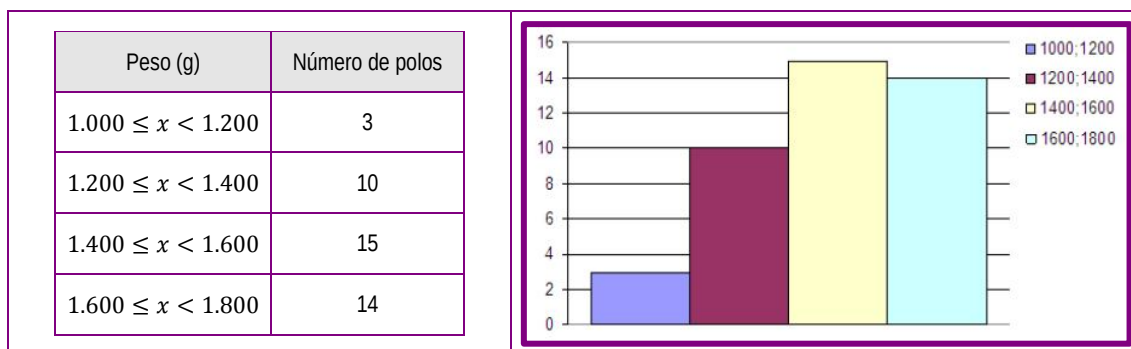
- Histograma.

Utilízase para distribucións de variable continua. Por iso se usan rectángulos tan anchos como os intervalos.

Actividade resolta

Constrúa o histograma asociado aos seguintes datos:

A táboa amosa os pesos en gramos de 42 polos do mercado e representaremos os datos mediante un histograma.

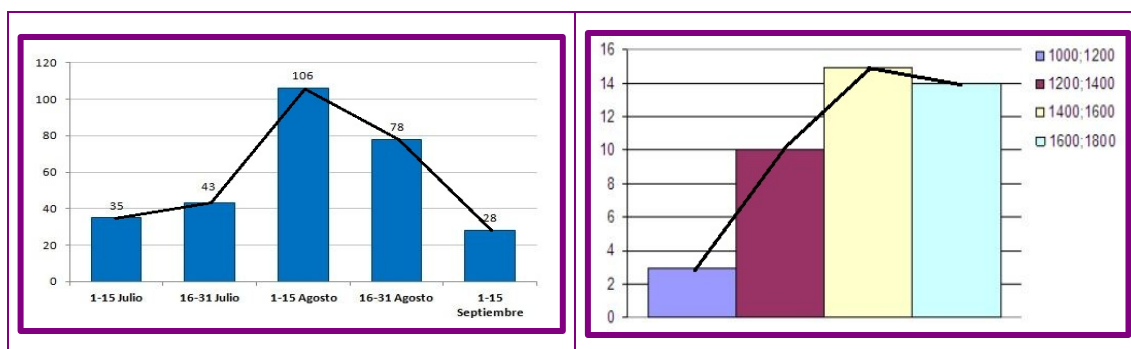


■ Polígono de frecuencias.

Constrúense unindo os puntos medios dos rectángulos, ben das barras dos diagramas, ben dos rectángulos dos histogramas.

Actividade resolta

Constrúa os dous polígonos de frecuencias das actividades anteriores.



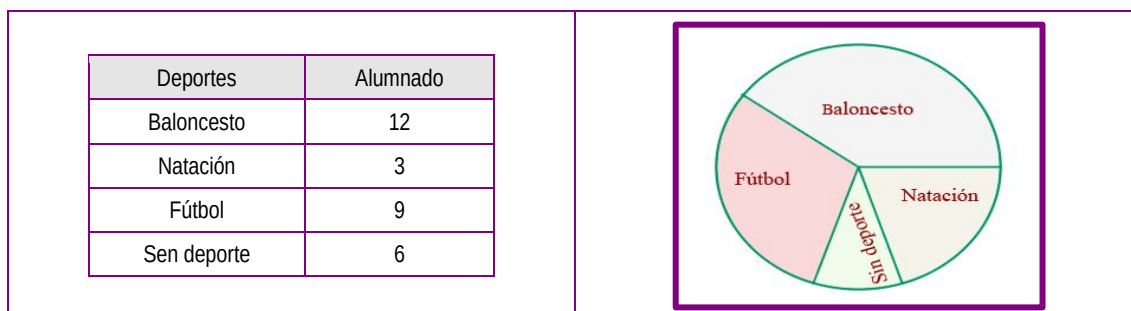
■ Diagrama de sectores.

O círculo divídese en tantos sectores como datos teña a variable, sendo a súa amplitude proporcional á súa frecuencia.

Actividade resolta

Constrúa o diagrama de sectores asociado aos seguintes datos: nunha clase de 30 estudantes, 12 xogan ao baloncesto, 3 practican a natación, 9 xogan ao fútbol e o resto non practica ningún deporte.

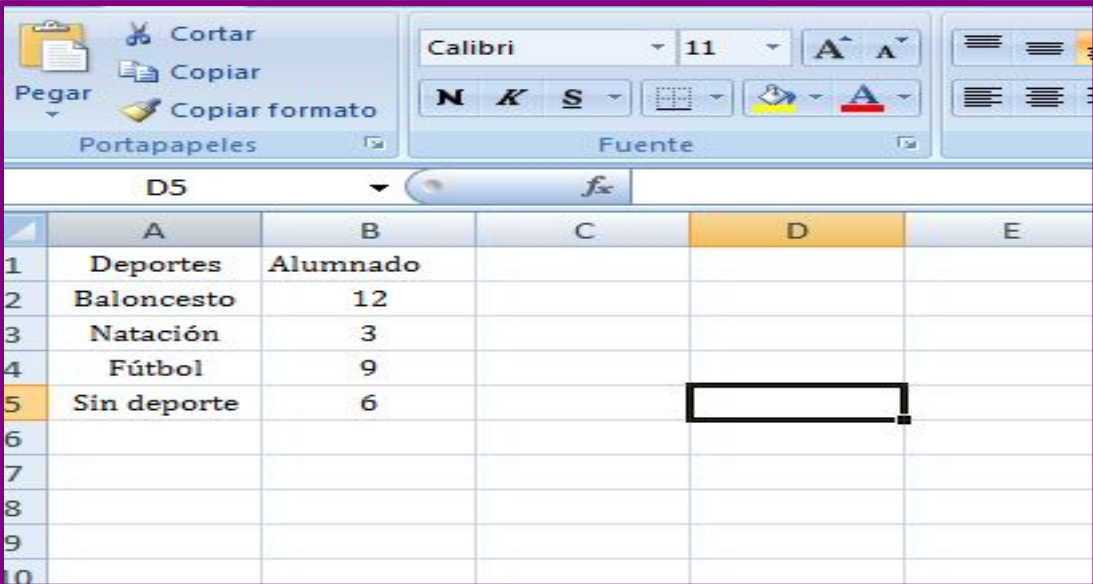
Expoñemos a táboa de frecuencias e o diagrama de sectores.



Uso do Excel para a realización dun gráfico

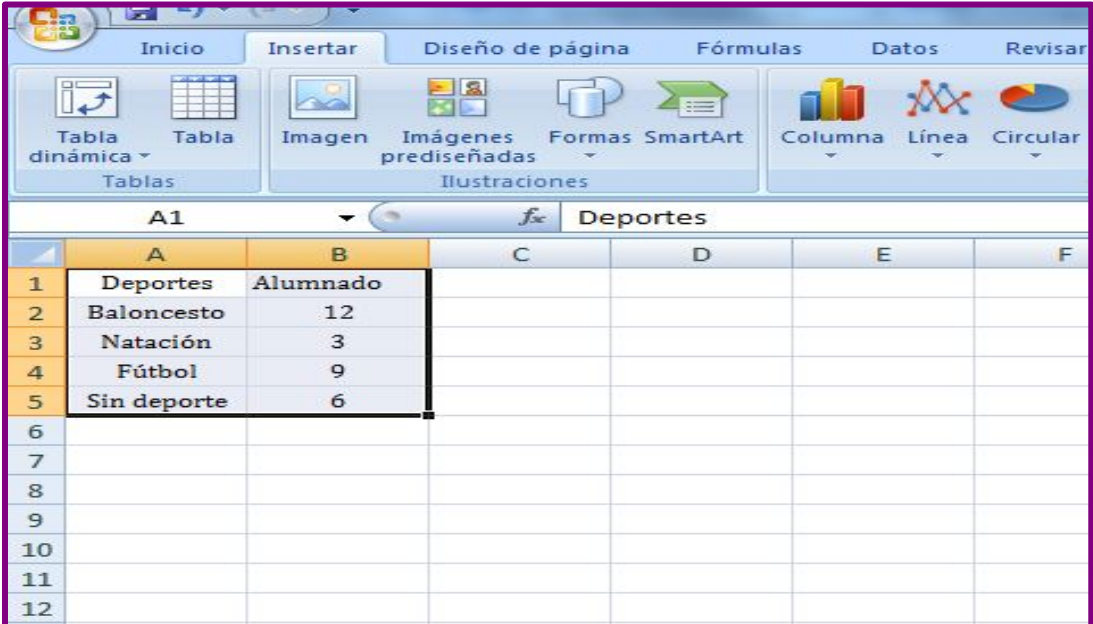
Baseándonos nos datos do exercicio anterior, veremos o sinxelo que é facer un diagrama de barras utilizando a folla de cálculo Excel. Utilizaremos o paquete Office do ano 2007 ou superior.

- Paso 1: escribimos os datos tal e como os temos dispostos na táboa de frecuencias absolutas.



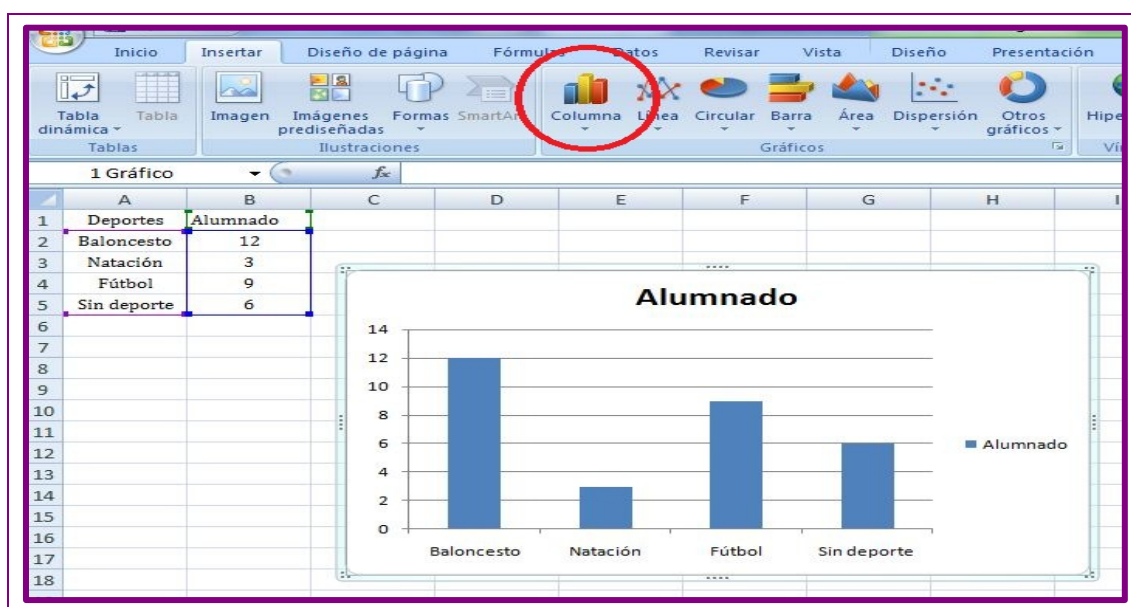
	A	B	C	D	E
1	Deportes	Alumnado			
2	Baloncesto	12			
3	Natación	3			
4	Fútbol	9			
5	Sin deporte	6			
6					
7					
8					
9					
10					

- Paso 2: seleccionamos todos os datos, ou sexa, dende A1 ata B5, e seleccionamos na parte superior a pestana de inserir.



	A	B	C	D	E	F
1	Deportes	Alumnado				
2	Baloncesto	12				
3	Natación	3				
4	Fútbol	9				
5	Sin deporte	6				
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

- Paso 3: seleccionamos o gráfico columna e xa nos aparecerá o diagrama de barras correspondente a estes datos.



Non afondaremos máis sobre como cambiar diversos elementos de cada un dos gráficos que nos proporciona Excel nin tampouco nos diferentes tipos de gráficos, posto que non é a finalidade desta unidade.

Actividade proposta

- S6. A frecuencia con que acode ao cine por semana a xente nova que vive nunha vila vén dada pola seguinte táboa.

Veces que acoden ao cine	Número de persoas
Nunca	152
Unha vez	183
Dúas veces	122
Tres ou máis veces	43

Realice un diagrama de barras, un diagrama de sectores e o polígono de frecuencias.

2.1.6 Parámetros estatísticos. Cálculo e significado

Despois de obter os datos dunha distribución, necesitamos sintetizar a información para a súa posterior análise. Para iso, obteremos os parámetros estatísticos que serán de tres tipos: de centralización, de posición e de dispersión.

Parámetros de centralización

Os parámetros de centralización indícanos arredor de que valor (centro) se distribúen os datos; son a media aritmética, a moda, e a mediana.

- A **media aritmética**, $\bar{x}$, é o cociente da suma de todos os datos multiplicada pola súa frecuencia entre o número total de datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{N}, \text{ sendo } N = \sum_{i=1}^n f_i$$

En caso de que a variable sexa continua, x_i será a marca de clase.

- A **moda**, Mo , é o dato que ten maior frecuencia. Se a variable fose continua, falaremos de **intervalo modal**. Poden existir varios valores ou intervalos con maior frecuencia, polo tanto, poden existir varias modas ou intervalos modais.
- A **mediana**, Me , é o valor que ocupa a posición central dos datos despois de ordenalos e se o número de datos é impar. Se fose par, a media dos dous valores centrais. Se a variable fose continua, falaremos de **intervalo mediano**.

Actividade resolta

Calcule os parámetros de centralización das distribucións expostas anteriormente.

Variable cuantitativa discreta (a)			Variable cuantitativa continua (b)				Variable cualitativa (c)		
Veces que comen unha peza de chocolate x_i	f_i	F_i	Lonxitude en mm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	F_i	Cor do pelo x_i	f_i	F_i
0	4	4	$7 \leq x < 8$	7,5	6	6	N	10	10
1	8	12	$8 \leq x < 9$	8,5	8	14	L	10	20
2	4	16	$9 \leq x < 10$	9,5	5	19	N	4	24
3	2	18	$10 \leq x < 11$	10,5	4	23			
4	1	19	$11 \leq x < 12$	11,5	2	25			
5	1	20			25				
	20								

Incorporamos a columna das frecuencias absolutas acumuladas, porque esta nos proporciona unha maneira moi sinxela de calcular a mediana ou intervalo modal.

Calculemos os parámetros estatísticos en cada unha delas:

a) Variable cuantitativa discreta.

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{N} = \frac{4 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{20} = \frac{31}{20} = 1,55$
$Mo = 1$
$Me = 1$, xa que é a primeira frecuencia acumulada maior que 10, a metade dos 20 individuos da mostra.

Como a moda e a mediana é 1 e a media 1,55, podemos dicir que o grupo de nenos e nenas que comen máis dunha peza de chocolate é maior que os que comen menos de 1. Os datos distribúense arredor do 1.

b) Variable cuantitativa continua.

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{N} = \frac{6 \cdot 7,5 + 8 \cdot 8,5 + 5 \cdot 9,5 + 4 \cdot 10,5 + 2 \cdot 11,5}{25} = \frac{225,5}{25} = 9,02$	
Intervalo modal [8, 9) → $Mo = 8,5$	
Intervalo mediano [8, 9) → $Me = 8,5$ xa que é a primeira frecuencia acumulada maior que 12,5 (a metade dos 25 individuos).	

As conclusións son idénticas ao exemplo anterior; dado que a moda e a mediana son 8,5 mm e a media é 9,02 mm, podemos dicir que o espesor dos parafusos maiores de 8,5 mm é maior que os de grosor menor a 8,5 mm.

c) Variable cualitativa.

Neste tipo de variable só existe a $Mo = L e N$. Neste caso existen dúas modas.

Actividade proposta

S7. Calcule os parámetros de centralización para estas tres táboas de frecuencias:

x_i	1	2	3	4	5
f_i	2	4	8	5	2

Clases	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
f_i	12	9	6	2	1

Opinión	Moi bo	Bo	Regular	Malo	Moi malo
f_i	58	158	45	32	15

Medidas de posición

Os parámetros de posición son valores dunha variable que informan do lugar que ocupa un dato dentro do conxunto ordenado de valores. Evidentemente, a variable ten que ser cuantitativa. Podemos distinguir dous grupos importantes:

- Os cuartís, Q_1 , Q_2 e Q_3 . Son as medidas que dividen o conxunto de datos ordenados en 4 partes iguais.
- Os percentís, P_k . Son as medidas que deixan detrás o k % dos datos ordenados.

Só estudaremos neste módulo os grupo dos cuartís, Q_1 , Q_2 e Q_3 .

Actividade resolta

Calcule as medidas de posición das seguintes distribucións:

Variable cuantitativa discreta (a)			Variable cuantitativa continua (b)			
Veces que comen unha peza de chocolate x_i	f_i	F_i	Lonxitude en mm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	F_i
0	4	4	$7 \leq x < 8$	7,5	6	6
1	8	12	$8 \leq x < 9$	8,5	8	14
2	4	16	$9 \leq x < 10$	9,5	5	19
3	2	18	$10 \leq x < 11$	10,5	4	23
4	1	19	$11 \leq x < 12$	11,5	2	25
5	1	20			25	
	20					

a) Variable discreta.

Calculamos o 25 % do número total de datos: $20 \cdot 0.25 = 5$

Así, Q_1 ten 5 datos menores ca el e o resto maiores. Fixámonos na columna das frecuencias absolutas acumuladas, o primeiro número maior ou igual a 5 é 12, polo tanto, $Q_1 = 1$. Seguindo este razoamento, obtemos:

O 50 % de 20 é 10. Fixándonos na columna das frecuencias acumuladas, o primeiro número maior ou igual a 10 é 12, polo tanto, $Q_2 = 1$.

O 75 % de 20 é 15. Volvemos fixarnos na columna das frecuencias acumuladas, o primeiro número maior ou igual a 15 é 16, polo tanto, $Q_3 = 2$.

b) Variable continua.

Razoamos igual que na variable anterior, fixándonos na columna das frecuencias acumuladas.

O 25 % de 25 é 6,25, o primeiro número maior ou igual a 6,25 é 14, frecuencia acumulada correspondente ao intervalo $[8, 9)$. Polo tanto, $Q_1 = 8,5$.

O 50 % de 25 é 12,5, o primeiro número maior ou igual a 12,5 é 14, frecuencia acumulada correspondente ao intervalo $[8, 9)$. Polo tanto, $Q_2 = 8,5$.

O 75 % de 25 é 18,75, o primeiro número maior ou igual a 18,5 é 19, frecuencia acumulada correspondente ao intervalo $[9, 10)$. Polo tanto, $Q_3 = 9,5$.

Actividade proposta

S8. Calcule os cuartís para estas dúas táboas de frecuencias:

x_i	1	2	3	4	5
f_i	2	4	8	5	2

Clases	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
f_i	12	9	6	2	1

Medidas de dispersión

Mostran o grao de agrupamento arredor da media. Se os parámetros de dispersión son grandes, significa que os datos están moi dispersos. Se fosen pequenos, significaría que están arredor da media. Estudaremos os seguintes:

- Recorrido ou Rango.

É a diferenza entre o maior e o menor valor da variable. $R = \text{Máx} - \text{Mín}$.

- Desviación media.

É a media aritmética dos valores absolutos das desviacións, con respecto á media, de cada dato.

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{N}, \text{ sendo } N = \sum_{i=1}^n f_i$$

- Varianza.

É a media aritmética dos cadrados das desviacións de cada valor con respecto á media.

$$var = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2, \text{ sendo } N = \sum_{i=1}^n f_i$$

- Desviación típica.

A raíz cadrada positiva da varianza, $\sigma = \sqrt{var}$.

- Coeficiente de variación.

Cociente entre a desviación típica e a media, $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$.

Actividade resolta

Calcule as medidas de dispersión das seguintes distribucións:

Variable cuantitativa discreta (a)			Variable cuantitativa continua (b)			
Veces que comen unha peza de chocolate x_i	f_i	F_i	Lonxitude en mm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	F_i
0	4	4	$7 \leq x < 8$	7,5	6	6
1	8	12	$8 \leq x < 9$	8,5	8	14
2	4	16	$9 \leq x < 10$	9,5	5	19
3	2	18	$10 \leq x < 11$	10,5	4	23
4	1	19	$11 \leq x < 12$	11,5	2	25
5	1	20			25	
	20					

a) Variable discreta.

Engadimos algunhas columnas necesaria para o cálculo dos parámetros de dispersión.

Veces que comen unha peza de chocolate x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot x_i^2$
0	4	0	6,2	0
1	8	8	4,4	8
2	4	8	1,8	16
3	2	6	2,9	18
4	1	4	2,45	16
5	1	5	3,45	25
	20	31	21,2	83

Os parámetros de dispersión son:

- $R = \text{Máx} - \text{Mín} = 5 - 0 = 5$
- $DM = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{21,2}{20} = 1,06$
- $var = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{83}{20} - 1,55^2 = 1,75$
- $\sigma = \sqrt{var} = \sqrt{1,75} = 1,32$
- $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,32}{1,55} = 0,8529 \rightarrow 85,29 \%$

Xa estudamos o significado dos parámetros de centralización deste mesmo exemplo. Podemos dicir que, posto que o coeficiente de variación é 85,29 %, os datos están bastante dispersos, é dicir, afastados da media.

b) Variable continua.

Igual que no apartado a) deste exemplo, engadimos algunhas columnas necesaria para o cálculo dos parámetros de dispersión.

Lonxitude en mm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot x_i^2$
$7 \leq x < 8$	7,5	6	45	9,12	337,5
$8 \leq x < 9$	8,5	8	68	4,16	578
$9 \leq x < 10$	9,5	5	47,5	2,4	451,25
$10 \leq x < 11$	10,5	4	42	5,92	441
$11 \leq x < 12$	11,5	2	23	4,96	264,5
		25	225,5	26,56	2.072,25

Os parámetros de dispersión son:

- $R = \text{Máx} - \text{Mín} = 12 - 7 = 5$
- $DM = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{26,56}{25} = 1,06$
- $var = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{2072,25}{25} - 9,02^2 = 1,53$
- $\sigma = \sqrt{var} = \sqrt{1,53} = 1,24$
- $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,24}{9,02} = 0,1371 \rightarrow 13,71 \%$

Xa estudamos o significado dos parámetros de centralización deste mesmo exemplo. Podermos dicir que, posto o coeficiente de variación é 13,71 %, os datos están relativamente agrupados ao redor da media.

Actividades propostas

S9. Calcule os parámetros de dispersión para estas dúas táboas frecuencias:

x_i	1	2	3	4	5
f_i	2	4	8	5	2

Clases	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
f_i	12	9	6	2	1

S10. As notas obtidas no tribunal número 1 do concurso oposición para obter unha praza nun determinado concello foron as seguintes:

Notas x_i	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	6	34	25	56	29	10	30	10

Realice as seguintes tarefas:

- Debuxe o diagrama de barras e o polígono de frecuencias asociado.
- Que tanto por cento dos opositores obtivo menos dun 6?
- Que tanto por cento dos opositores obtivo entre un 5 e un 10, ambos incluídos?
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís.
- Calcule os parámetros de dispersión estudados na unidade.

S11. Realízase un estudo sobre o número de centros que colaboran nun determinado proxecto europeo en distintas comunidades autónomas. Os datos aparecen recollidos na seguinte táboa:

Comunidade autónoma	Nº de centros
Cataluña	30
Asturias	27
Madrid	43
Andalucía	25
Galicia	40
Navarra	15

Realice as seguintes tarefas:

- Debuxe o diagrama de barras e o de sectores asociados a estes datos.
- Calcule a moda.

S12. No hospital materno infantil da Coruña tomaron datos do peso, en kg, ao nacer de 50 nenos e nenas. Os datos son os que aparecen na seguinte táboa:

2,8	3,2	3,8	2,5	2,7	3,7	1,9	2,6	3,5	2,3
3	2,6	1,8	3,3	2,9	2,1	3,4	2,8	3,1	3,9
2,9	3,5	3	3,1	2,2	3,4	2,5	1,9	3	2,9
2,4	3,4	2	2,6	3,1	2,3	3,5	2,9	3	2,7
2,9	2,8	2,7	3,1	3	3,1	2,8	2,6	2,9	3,3

- Constrúa unha táboa de frecuencias cos datos agrupados en 6 intervalos de tamaño 0,4 kg.
- Debuxe o histograma e o polígono de frecuencias asociado.
- Que tanto por cento dos nenos e nenas pesaron menos 2,8 kg?
- Calcule os parámetros de centralización.
- Calcule os cuartís.
- Calcule os parámetros de dispersión.

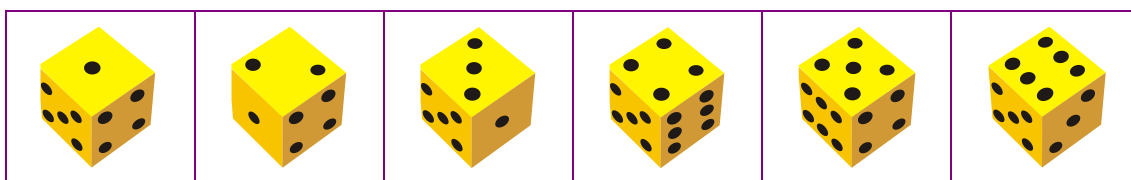
2.2 Probabilidade

2.2.1 Experimentos aleatorios. Sucesos

Na nosa vida diaria atopámonos moitas veces con acontecementos dos que non podemos predicir se ocorrerán ou non ou cal será o resultado. Dependem do azar. Por exemplo, lanzar un dado, xogar á Bonoloto, lanzar unha moeda ao aire e prever o resultado ao caer, se choverá mañá, se gañará o Deportivo a liga etc.

Definimos **experimento aleatorio** como aquel experimento onde non se pode predicir o resultado antes de realizalo en cada experiencia particular, por exemplo, se lanzamos un dado, non sabemos se vai saír o 1, é unha posibilidade e non temos a certeza de que vaia saír ese resultado en especial.

Para estudarmos o azar e as súas propiedades, realizaremos experimentos aleatorios e analizaremos diferentes situacións. Tomemos como exemplo o lanzamento dun dado. Os posibles resultados do lanzamento dun dado serían:



Ao conxunto de todos os posibles resultados chamáremoslle **espazo mostral** e identificarémolo do seguinte xeito: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Todos os subconxuntos dun espazo mostral chámanse sucesos, por exemplo, o suceso “lanzar un dado e obter un número par” podemos representalo por $A = \{2, 4, 6\}$, o suceso “lanzar un dado e obter un múltiplo de 3” poderíamos representalo por $B = \{3, 6\}$.

Dentro dos grupo dos sucesos hai algúns que teñen un nome especial:

- Suceso elemental: cada un dos resultados posibles dun experimento.
- Suceso composto: o suceso formado por dous ou máis elementos do espazo mostral.
- Suceso seguro: o suceso que sempre se verifica.
- Suceso imposible: o que non se realiza nunca.
- Suceso contrario: se A é un suceso, chamáremoslle $\bar{A}$ ao suceso contrario, e este verificarase cando non se verifique A .

Actividade resolta

Observe o experimento aleatorio que consiste en lanzar ao aire dúas moedas distintas e anotar o resultado. Ache o espazo mostral E , os sucesos A = “obter dúas caras”, B = “obter cara e cruz”, C = “obter cruz e cara”, D = “obter dúas cruces”, F = “obter resultados distintos”, un suceso seguro, un suceso imposible e o suceso contrario de A .

- O espazo mostral é $E = \{cc, cx, xc, xx\}$.
 - Sucesos elementais: $A = \{cc\}$, $B = \{cx\}$, $C = \{xc\}$ e $D = \{xx\}$.
 - Suceso composto: “obter resultados distintos” $F = \{cx, xc\}$.
 - Suceso seguro: o suceso E é seguro, posto que sempre ao lanzar dúas moedas obtemos algún deses resultados.
 - Suceso imposible: “obter tres caras”.
 - Suceso contrario: se $A = \{cc, xx\}$, entón $\bar{A} = \{cx, xc\}$.
- Chamamos unión de dous sucesos A e B ao suceso formado por todos os sucesos elementais que hai en A e B , e escribímolo por $A \cup B$.
 - Chamamos intersección de dous sucesos A e B ao suceso formado por todos os sucesos elementais comúns que hai en A e B , e escribímolo por $A \cap B$.

Actividade resolta

Considere o experimento aleatorio “lanzar un dado e anotar a súa puntuación”, consideramos estes dous sucesos:

A = “obter resultado par”	B = “obter un resultado múltiplo de 3”
-----------------------------	--

Ache o espazo mostral E , os sucesos A e B , $A \cup B$ e $A \cap B$

Partimos, polo tanto, de que $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$ e $B = \{3, 6\}$

- $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$
- $A \cap B = \{6\}$

Actividades resoltas

S13. Determine se estes experimentos son aleatorios ou non.

- Extraer unha carta dunha baralla española.
- Achar a cor do coche que pase primeiro despois das 00.00 horas dun día.
- Medir a altura dos seus pais.

- Achar cantos partidos gañará o Deportivo este ano na liga.
- Quitar a auga a 100 °C e ver que acontece.

S14. Escriba o espazo mostral e expoña un exemplo dun suceso elemental, composto, outro dun seguro e outro dun imposible do experimento “sacar unha bóla e observar a cor” dunha urna onde hai unha bóla branca, unha negra e dúas vermellas.

S15. Nunha bolsa hai 10 bólas numeradas do 1 ao 10. Sacamos unha bóla e anotamos o seu número. Realice as seguintes tarefas:

- Ache o espazo mostral.
- Describa A , B , $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap B$, sendo

$A = \text{“obter un número par”}$	$B = \text{“obter un número maior que 5”}$
------------------------------------	--

2.2.2 Probabilidade e frecuencia

A medida que imos repetindo un gran número de veces un determinado experimento aleatorio, as frecuencias relativas dun determinado suceso vanse aproximando a un número. Ese número é o que chamamos a **probabilidade dun suceso**. Esta propiedade é o que se coñece como lei dos grandes números. Polo tanto, podemos definir a probabilidade dun suceso A , $P(A)$, como o número comprendido entre 0 e 1 que designa o grao de confianza que podemos ter en que aconteza A .

- Se $P(A)$ está cerca de cero, o suceso será pouco probable de que aconteza.
- Se $P(A)$ está cerca de un, o suceso será moi probable de que aconteza.

Vexamos todo isto que acabamos de explicar con dous exemplos:

Lánzase 1.000 veces unha moeda e 1.000 veces unha chatola. Os resultados son os seguintes:

Moeda			Chatola		
	f	h		f	h
C	483	0,483		327	0,327
X	517	0,517		673	0,673
Total	1000	1	Total	1000	1

Observemos que, no caso da moeda, as frecuencias relativas da cara e da cruz son próximas a 0,5. O valor da frecuencia relativa é moi próximo ao valor da probabilidade, é máis, a lei dos grandes números afirma que, a medida que fósemos aumentando o número de repeticións do experimento, cada vez estaría máis próxima a 0,5. Daquela podemos afirmar que $P(C) = 0,5$ e $P(X) = 0,5$.

Para calcular a probabilidade do suceso “chatola cae cara a arriba” e “chatola cae cara a abaixo” deberíamos de seguir repetindo o proceso aumentando o número de repeticións e así poderíamos calcular esas probabilidades. O que si sabemos é que

$P(\text{cara}) \approx 0,327$	$P(\text{cruz}) \approx 0,673$
--------------------------------	--------------------------------

2.2.3 Lei de Laplace para o cálculo da probabilidade

Cando estamos ante un experimento aleatorio en que todos os sucesos elementais teñen a mesma probabilidade de saír, dicimos que son equiprobables. Sería o caso do lanzamento dun dado, todos os números teñen a mesma probabilidade de saír.

Se calculamos o espazo mostral e estamos ante un espazo de sucesos equiprobables, nesta situación a *regra de Laplace* di o seguinte:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favorables a } A}{n^{\circ} \text{ de casos posibles}}, \text{ sendo } A \text{ un suceso.}$$

Actividades resoltas

No armario teño 5 camisas brancas, 3 camisas negras e 1 vermella. Se pecho os ollos e escollo unha ao chou, cal é a probabilidade de que sexa branca?

$$P(\text{branca}) = \frac{5}{9}$$

Se lanzamos un dado e observamos o número da cara superior, cal será a probabilidade do suceso $A = \text{“saír par”}$?

Posto que o espazo mostral é $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A = \{2, 4, 6\}$, podemos dicir que

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$

Nunha rifa vendéronse 1.000 papeletas numeradas do 1 ao 1.000. Cal é a probabilidade de que me toque se comprei sete papeletas?

As papeletas favorables serán os 7 números que comprei e o total de casos posibles as 1.000 papeletas. Polo tanto,

$$P(\text{premio}) = \frac{7}{1000} = 0,007$$

Actividades propostas

S16. Un videoclub automático estragado reparte ao chou as películas entre os clientes. Se ten 30 infantís, 125 de acción, 200 dramas e 94 comedias. Cal é a probabilidade de que a película sexa comedia? E de que non sexa drama?

S17. Consideremos un experimento que consiste en lanzar un dado en forma de dodecaedro coas caras numeradas do 1 ao 12. Calcule as probabilidades seguintes:

- Sacar un 3.
- Sacar un múltiplo de 3.
- Non sacar un múltiplo de 3.
- Sacar un número negativo.
- Sacar un número menor de 20.

S18. Lanzamos dous dados e sumamos as súas puntuacións. Pode realizar un cadro de dobre entrada para non esquecer ningún resultado.

- Cal é a probabilidade de que a suma sexa 2?
- Cal é a probabilidade de que a suma sexa 1? Como se chama este suceso?
- Cal é a probabilidade de que a suma sexa menor que 6? Cal é o suceso contrario? E a súa probabilidade?

S19. Lanzamos 3 veces unha moeda e apuntamos os resultados. Describa:

- Espazo mostral.
- A = “a última moeda é cara”.
- B = “a primeira moeda é cruz”.
- Calcule $A \cup B$, $A \cap B$.
- Calcule a probabilidade dos sucesos dos apartados b), c) e d).

S20. Nunha bolsa hai 5 bólas brancas, 4 negras e 3 vermellas. Calcule a probabilidade de que, escollida ao chou, unha bóla sexa:

- Branca ou negra.
- Que non sexa nin branca nin negra.
- Que non sexa vermella.

2.2.4 Sucesos compostos. Diagramas de árbore

Os sucesos elementais que forman un suceso composto poden depender ou non doutros. Imaxinemos unha bolsa con bólas de distintas cores.

- Realizamos o experimento de sacar unha bóla e anotar a cor, devolvela á bolsa, e volver sacar outra bóla e anotar a cor.

Neste experimento a segunda extracción non depende da cor da bóla que saquei en primeiro lugar, neste caso os sucesos “sacar bóla e anotar a cor na primeira extracción” e “sacar bóla e anotar a cor na segunda extracción” son independentes.

- Se, pola contra, realizamos a primeira extracción e non devolvemos a bóla, o resultado da segunda extracción dependerá do resultado da primeira, neste caso son sucesos dependentes.

Tanto se os sucesos elementais ($S_1, S_2, S_3, \dots$) que conforman un suceso composto son independentes coma se son dependentes, acontece que:

$$P(S_1 \text{ y } S_2 \text{ y } S_3 \dots) = P(S_1) \cdot P(S_2) \cdot P(S_3) \cdot \dots$$

Basta ter en conta que, cando son dependentes, ao calcular $P(S_2)$ haberá que ter en conta o suceso anterior S_1 ; cando calcule $P(S_3)$ haberá que ter en conta os sucesos S_1 e S_2 , e así sucesivamente.

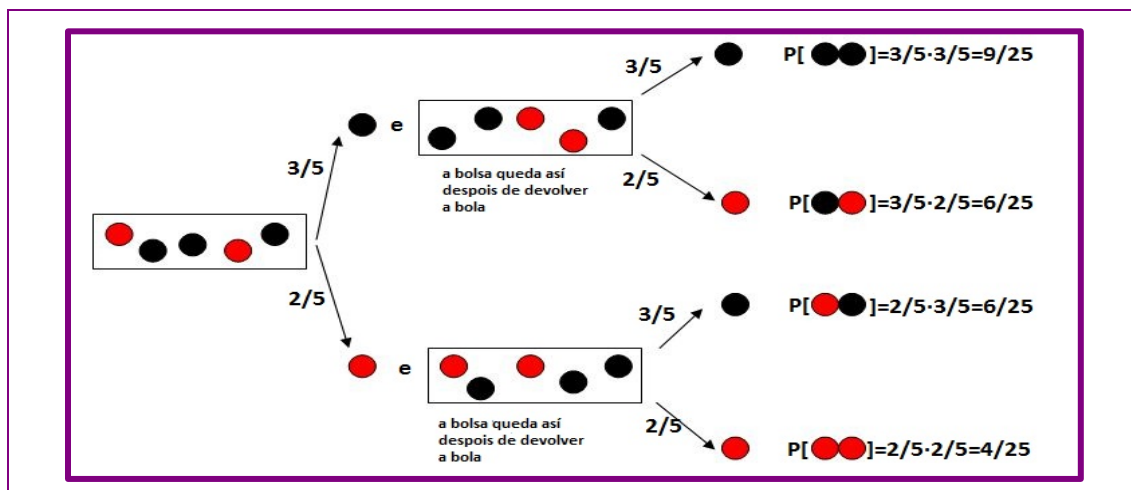
Actividade resolta

Calculemos a probabilidade $P(1V \text{ e } 2V)$, sendo $1V = \text{“cor vermella na 1ª extracción”}$ e $2V = \text{“cor vermella na 2ª extracción”}$, nunha bolsa onde hai 3 bólas negras e 2 vermellas.

- Realicemos o experimento devolvendo a bóla. Acontece que:

$$P(1V \text{ e } 2V) = P(1V) \cdot P(2V) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Para isto podemos axudarnos deste diagrama de árbore, que nos permitirá visualizar mellor o proceso do cálculo de probabilidades de sucesos compostos.

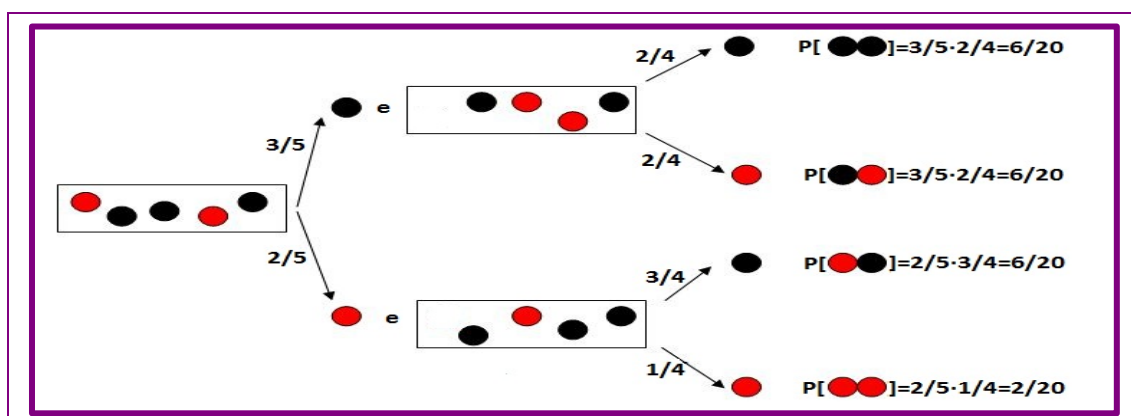


Calcule a mesma probabilidade, pero devolvendo a bóla despois de realizar a primeira extracción.

Se, pola contra, non devolvemos a bóla despois de realizar a primeira extracción, queda:

$$P(1V \text{ e } 2V) = P(1V) \cdot P(2V) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

Podemos axudarnos do seguinte diagrama de árbore:



Observando o diagrama de árbore poderíamos resolver preguntas máis complexas, por exemplo:

Calcule a probabilidade de que as bólas sexan da mesma cor no caso anterior, onde non devolvemos a primeira bóla.

$$\begin{aligned} P(\text{mesma cor}) &= P(1V \text{ e } 2V) + P(1N \text{ e } 2N) = P(1V) \cdot P(2V) + P(1N) \cdot P(2N) \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{8}{20} \end{aligned}$$

Actividades propostas

- S21. Extraemos dúas cartas dunha baralla española. Calcule a probabilidade de que sexan dous cabalos nos seguintes casos:
- Despois de ver a primeira carta, devolvémola á baralla.
 - Sen devolver a primeira carta.
- S22. Nun colexio hai 270 rapazas e 230 rapaces. Sabendo que só 70 rapazas e 60 rapaces utilizan lentes, calcule:
- Probabilidade de que, elixido un deles ao chou, sexa rapaz e utilice lentes.
 - Probabilidade de que, elixido un deles ao chou, sexa rapaza e non utilice lentes.
- S23. Lánzase un dado. Se sae múltiplo de 3, lanzamos unha moeda; se sae outro número, extraemos unha bóla dunha bolsa onde hai 2 bólas brancas e unha negra. Calcule:
- Probabilidade de que sexa múltiplo de 3 e cara.
 - Probabilidade de que non sexa múltiplo de 3 e bóla negra.
- S24. Temos nun caixón 5 calcetíns negros e 3 brancos. Se sacamos 2 deles sen ver, responda as seguintes preguntas:
- Cal é a probabilidade de que sexan os dous negros?
 - Cal é a probabilidade de que sexan de distinta cor?
- S25. Nunha clase hai 15 rapazas e 10 rapaces. Se hai que elixir un delegado e un subdelegado e non se poden repetir os cargos, responda:
- Calcule a probabilidade de que a delegada sexa rapaza e o subdelegado rapaz.
 - Calcule a probabilidade de que sexan os dous postos cubertos por rapaces.

3. Actividades finais

S26. Nunha determinada escola de primaria quérese saber cal é o deporte máis practicado polo seu alumnado para planificar as actividades extraescolares do seguinte curso. Realízase unha enquisa a 10 estudantes de cada curso. Con dita información, identifique a poboación, a mostra e a variable estatística.

S27. Un fabricante de parafusos quere facer un control de calidade. Para isto tome un de cada cen e analice:

- Se está ben fabricado ou presenta algún problema.
- A súa lonxitude.
- O número de pasos de rosca.

Con dita información, identifique a poboación, a mostra e as variables estatísticas.

S28. Faise un estudo nunha localidade de 750 habitantes sobre o grupo sanguíneo que posúe cada persoa para coñecer se unha determinada enfermidade está ou non relacionada con este; para iso escollemos un grupo de 25 persoas e analizamos o sangue. Os resultados son os seguintes:

A	A	B	B	A
A	O	O	AB	A
A	B	O	A	B
A	AB	A	A	B
A	O	O	AB	A

- Cal é a poboación de estudo? E a mostra?
 - Que tipo de variable é?
 - Constrúa a táboa de frecuencias.
 - Para visualizar estes datos, elabore unha diagrama de barras e un diagrama de sectores.
 - Cal é a Mo ?
- S29. Queremos analizar se un determinado dado cúbico está equilibrado ou non, porque os resultados nos parecen un pouco estraños. Para iso lanzamos o dado 1.000 veces e obtemos os seguintes resultados:

Resultados x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	148	142	133	155	297	125

- Faga unha táboa de frecuencias e un diagrama de barras.
- Con estes resultados podemos deducir se o dado está ou non equilibrado?

S30. Facemos un estudo sobre a cantidade de libros que len nun semestre un determinado grupo de adolescentes. Os resultados son os seguintes:

Núm. libros x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	5	7	10	23	24	15	12	4

- Constrúa a táboa de frecuencias completa onde aparezan as absolutas, as relativas e as respectivas acumuladas.
- Debuxe o diagrama de barras e o polígono de frecuencias asociado.
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís, P_{15} e P_{85} .
- Calcule os parámetros de dispersión e interprete o resultado do CV.

S31. Nunha explotación gandeira fan un estudo sobre a cantidade de vacas que entran cada hora a unha estación muxidora e os resultados son os seguintes:

Núm. de vacas x_i	1	2	3	4	5
f_i	1	3	14	6	1

- Calcule a táboa de frecuencias completa onde aparezan as absolutas, as relativas e as respectivas acumuladas.
- Debuxe o diagrama de barras e o polígono de frecuencias asociado.
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís, P_{20} e P_{80} .
- Calcule os parámetros de dispersión.

S32. Nunha determinada aula de módulo IV de ESA presencial preguntamos cantas horas de estudo dedican á semana e os resultados son os seguintes:

14	1	13	11	10	14	14	4	3	6
9	10	8	1	5	2	7	12	13	6
2	8	9	10	2	2	11	12	8	7

- Calcule a táboa de frecuencias completa onde aparezan as absolutas, as relativas e as respectivas acumuladas. Ademais, engada as columnas necesarias para calcular os diferentes parámetros que nos piden en apartados posteriores.
- Debuxe o histograma e o polígono de frecuencias asociado.
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís, P_{15} e P_{60} .
- Calcule os parámetros de dispersión.

S33. Facemos un estudo sobre o peso dun determinado grupo de nenos e nenas de 3 anos afectados por unha determinada doenza e obtemos os seguintes resultados:

Peso (kg)	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)	[10, 11)
Núm. nenos/as	3	8	10	2	2

- Calcule a táboa de frecuencias completa onde aparezan as absolutas, as relativas e as respectivas acumuladas. Ademais, engada as columnas necesarias para calcular os diferentes parámetros que nos piden en apartados posteriores.
- Debuxe o histograma e o polígono de frecuencias asociado.
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís, P_{15} e P_{60} .
- Calcule os parámetros de dispersión.
- Proporciónanos algunha información o CV?

S34. Os cartos, en euros, dos que dispoñen un grupo de rapaces e rapazas de 12 anos para saír o sábado e:

Cartos (€)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)
Núm. rapaces	13	9	6	2	1

- Calcule a táboa de frecuencias completa onde aparezan as absolutas, as relativas e as respectivas acumuladas. Ademais, engada as columnas necesarias para calcular os diferentes parámetros que nos piden en apartados posteriores.
- Debuxe o histograma e o polígono de frecuencias asociado.
- Calcule os parámetros de centralización.
- Ache os cuartís, P_{35} e P_{90} .
- Calcule os parámetros de dispersión.

S35. Responda as seguintes preguntas:

- Nun equipo de baloncesto dispoñemos para xogar de dous tipos de pantalóns (negros ou brancos) e de tres camisetas (negras, brancas e azuis). De cantas maneiras distintas poden vestirse?
- Tiramos unha moeda, se sae cara, sacamos unha bóla dunha urna A que contén unha bola branca e outra negra; se sae cruz, sacamos unha bóla dunha urna B que contén unha bóla branca, outra negra e outra azul. Escriba todos os posibles resultados.

- S36. Nun bombo de lotería hai 10 bólas numeradas do 0 ao 9. Extraemos unha ao chou e anotamos o número obtido, que será a terminación do número gañador. Considere os seguintes sucesos: $A = \text{"obter número impar"}$ e $B = \text{"obter máis de 5"}$.
- Describa $A, B, \bar{A}, \bar{B}, A \cup B, A \cap B$.
 - Calcule as probabilidades dos sucesos anteriores.
- S37. Lanzamos dous dados e sumamos os resultados obtidos. Calcule:
- A probabilidade de obter unha suma de 4.
 - A probabilidade de obter unha suma superior a 9.
 - A probabilidade de obter unha suma inferior a 5.
- S38. Se lanzamos simultaneamente dúas moedas ao aire, calcule a probabilidade de:
- Obter dúas cruces.
 - Obter cara nunha moeda e cruz noutra moeda.
- S39. Lanzamos un dado cúbico dúas veces e anotamos os resultados, calcule a probabilidade de:
- Obter dous 3.
 - Obter dous números distintos de 3.
- S40. Lanzamos dúas veces unha moeda trancada, con probabilidade de saír cara de 0,4, e anotamos os resultados. Calcule:
- A probabilidade de obter dúas cruces.
 - A probabilidade de obter polo menos unha cara.
 - Hai algún tipo de relación entre os dous resultados anteriores?
- S41. Nun partido de fútbol de infantís as quendas de penaltis son de 3 lanzamentos. Un equipo ten tres lanzadores moi bos, meten 9 de cada 10 penaltis que lanzan. Calcule:
- A probabilidade de que metan os tres lanzamentos.
 - A probabilidade de que erren dous deles.
 - A probabilidade de que algún deles erre no disparo.

4. Solucionario

4.1 Actividades propostas

Estamos utilizando para a resolución dos problemas un redondeo a dúas cifras decimais.

S1.

- O sexo dos habitantes dunha cidade: variable aleatoria cualitativa. É conveniente estudar dita variable nunha mostra.
- A nacionalidade das persoas que viven no seu país: variable aleatoria cualitativa. Sería mellor estudar esta variable na mostra.
- O diñeiro gastado polos seus irmáns nun día: variable aleatoria cuantitativa continua. Poderíase estudar toda a poboación
- O peso de todos os seus amigos e amigas: variable aleatoria cuantitativa continua. Poderíase estudar toda a poboación.
- A cor dos ollos da súa familia directa (avós, tíos, curmáns, irmáns e fillos): variable aleatoria cualitativa. Pódese estudar toda a poboación.
- Velocidade á que pasan os coches por unha rúa: variable aleatoria cuantitativa discreta. Aquí teríamos que distinguir se pasan poucos coches (e neste caso estudamos toda a poboación) ou se, pola contra, pasasen moitos coches, co cal sería mellor opción estudar unha mostra das velocidades á que pasan os coches.
- O número de fillos de todos os seus curmáns: variable aleatoria cuantitativa discreta. Poderíase estudar toda a poboación.

S2.

Variable estatística	Gasto que fan as persoas que van a un negocio.
Poboación	12.358 persoas que visitaron o negocio.
Mostra e tamaño mostral	As 120 persoas elixidas.
Individuo	Cada unha das 120 persoa elixidas.

S3.

Veces que comen unha peza de chocolate x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
0	4	4	0,2	0,2
1	8	12	0,4	0,6
2	4	16	0,2	0,8
3	2	18	0,1	0,9
4	1	19	0,05	0,95
5	1	20	0,05	1
	20			

S4.

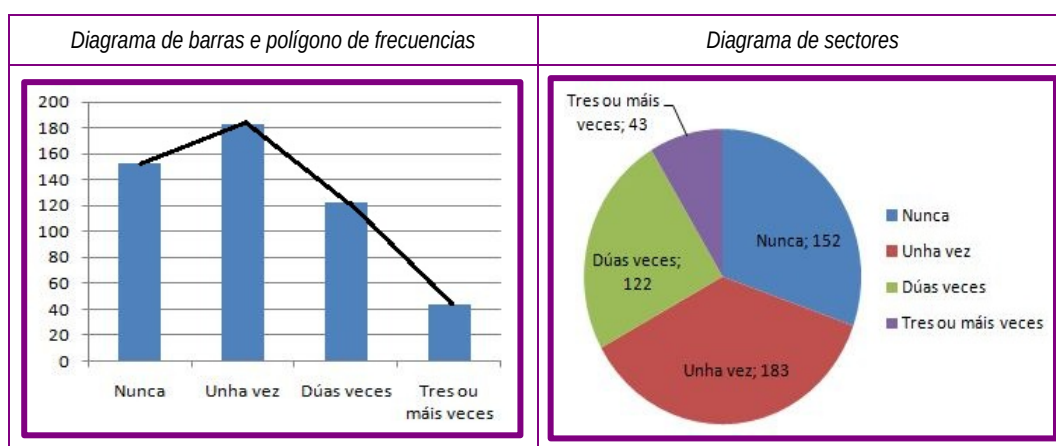
Lonxitude en mm Intervalos ou clases	Marca de clase x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
$7 \leq x < 8$	7,5	6	6	0,24	0,24
$8 \leq x < 9$	8,5	8	14	0,32	0,56
$9 \leq x < 10$	9,5	5	19	0,2	0,76
$10 \leq x < 11$	10,5	4	23	0,16	0,92
$11 \leq x < 12$	11,5	2	25	0,08	1
		25		1	

S5.

Cor do pelo x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
N	10	10	0,4167	0,4167
L	10	20	0,4167	0,8333
N	4	24	0,1667	1
	24		1	

Nas frecuencias relativas, absolutas e acumuladas, os aparentes erros nas sumas son debidos ao redondeo e, na maior parte das veces, afectarán á cuarta cifra decimal. Isto é debido a que os cálculos están feitos con follas de cálculo e cando parece que deberíamos de sumar $0,4167 + 0,4167 = 0,8334$ a folla de cálculo suma $0,41666... + 0,41666... = 0,833333...$ e, polo tanto, presenta como resultado 0,8333.

S6.



S7.

- Na primeira táboa obtemos $\bar{x} = 3,05$; $Mo = 3$ e $Me = 3$.
- Na segunda táboa obtemos $\bar{x} = 15,33$; intervalo modal $[0, 10) \rightarrow Mo = 5$ e intervalo mediano $[10, 20) \rightarrow Me = 15$.
- Na terceira táboa $Mo = Bo$.

S8. *Ampliemos coas frecuencias acumuladas as dúas táboas*

x_i	1	2	3	4	5
f_i	2	4	8	5	2
F_i	2	6	14	19	21

Clases	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
f_i	12	9	6	2	1
F_i	12	21	27	29	30

No primeiro caso:

- 25 % de 21 é 5,25. Polo tanto, $Q_1 = 2$.
- 50 % de 21 é 10,5. Polo tanto, $Q_2 = 3$.
- 75 % de 21 é 15,75. Polo tanto, $Q_3 = 4$.

No segundo caso:

- 25 % de 30 é 7,5. Polo tanto, $Q_1 = 5$.
- 50 % de 30 é 15. Polo tanto, $Q_2 = 15$.
- 75 % de 30 é 22,5. Polo tanto, $Q_3 = 25$.

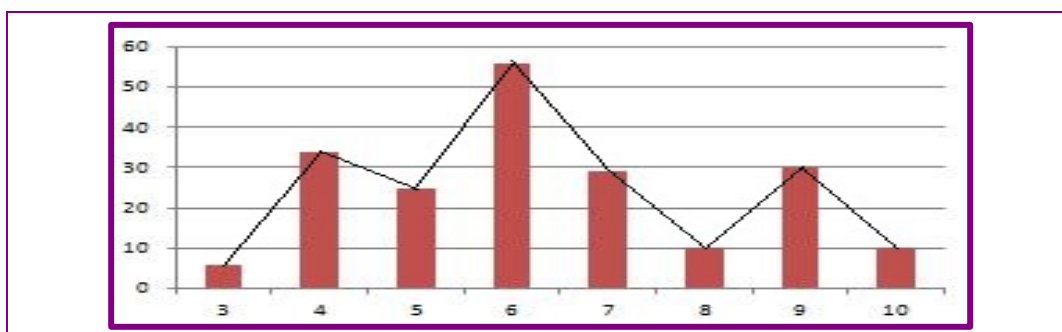
S9. *No primeiro caso:*

- $R = 4$.
- $DM = 0,83$.
- $var = 1,19$.
- $\sigma = 1,09$.
- $CV = 0,3577 \rightarrow 35,77 \%$.

No segundo caso:

- $R = 50$.
- $DM = 8,47$.
- $var = 116,56$.
- $\sigma = 10,80$.
- $CV = 0,7041 \rightarrow 70,41 \%$.

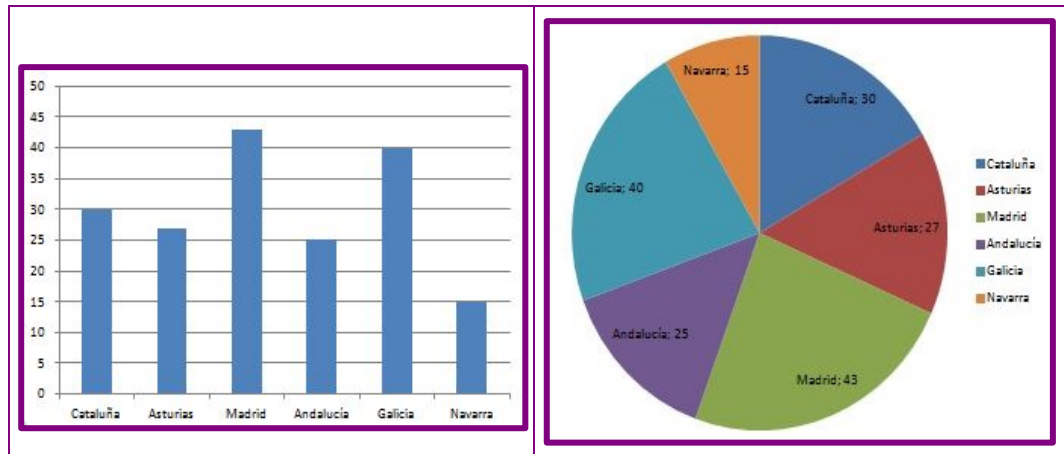
S10. *As solucións son as seguintes:*



- 32,5 %.
- 80 %.
- $\bar{x} = 6,34$; $Mo = 6$ e $Me = 6$.
- $Q_1 = 5, Q_2 = 6$ e $Q_3 = 7,5$.
- $R = 7$, $DM = 1,52$, $var = 3,45$, $\sigma = 1,86$ e $CV = 29,32$, $\rightarrow 29,32$ %.

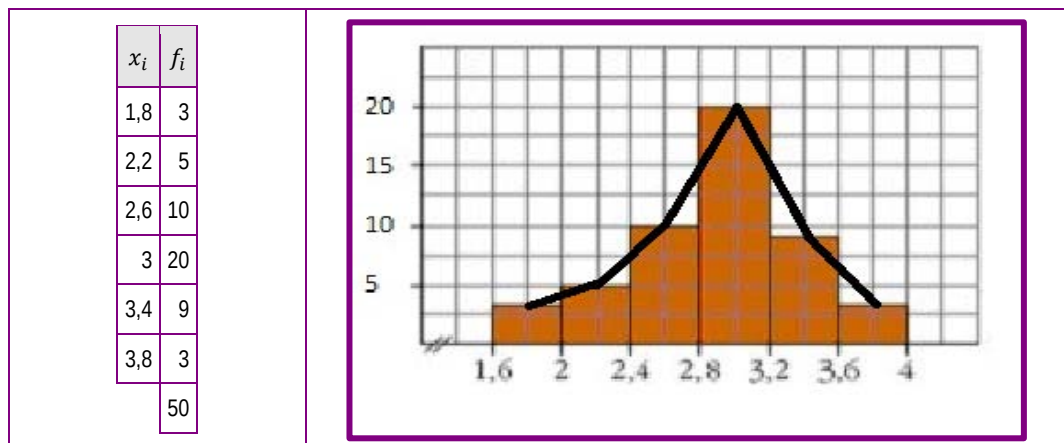
Posto que $CV = 29,32$ %, os datos están afastados da media.

S11. As solucións son as seguintes:



- $Mo = Madrid$

S12. As solucións son as seguintes:



- 36 %.
- $\bar{x} = 2,89$; $Mo = 3$ e $Me = 3$.
- $Q_1 = 2,6$, $Q_2 = 3$ e $Q_3 = 3$.
- $R = 2,4$, $DM = 0,38$, $var = 0,24$, $\sigma = 0,49$ e $CV = 0,1686$ $\rightarrow 16,86$ %.

Debido a que o $CV = 16,86$ %, os datos están relativamente agrupados ao redor da media.

S13.

Experimento aleatorio	Experimento aleatorio	Non é experimento aleatorio
Experimento aleatorio	Non é experimento aleatorio	

S14. *Se chamamos Br = “sacar bóla branca”, Ne = “sacar bóla negra” e Ve = “sacar bóla vermella”, entón:*

Espazo mostral $E = \{Br, Ne, Ve, Ve\}$	
Suceso elemental $A = \{Br\}$	Suceso composto $B = \{Br, Ne\}$
$C = \{\text{sacar bóla redonda}\}$	$E = \{\text{obter o número } 1\}$

S15. *Os resultados son:*

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$	
$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$	$B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$
$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$	$\bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$A \cup B = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$	$A \cap B = \{6, 8, 10\}$

S16. *Se definimos I = “obter película infantil”, A = “obter película acción”, D = “obter película drama” e C = “obter película comedia”, entón:*

$$P(C) = \frac{94}{449} = 0,2094$$

$$P(\bar{D}) = \frac{249}{449} = 0,5546$$

S17. *Definimos os sucesos 3 = “sacar un 3”, $M3$ = “sacar múltiplo de 3”, N = “sacar número negativo” e A = “sacar un número menor que 20”, entón:*

- $P(3) = \frac{1}{12} = 0,0833$.
- $P(M3) = \frac{4}{12} = 0,3333$.
- $P(\overline{M3}) = \frac{8}{12} = 0,6667$.
- $P(N) = \frac{0}{12} = 0$. *Suceso imposible.*
- $P(A) = \frac{12}{12} = 1$. *Suceso seguro.*

S18. *Utilizaremos o que se chama en estatística táboa de continxencia, que serve para expresar os diferentes valores de dúas ou máis variables, neste caso os diferentes resultados de cada un dos dados. Nas celas interiores situaremos as sumas dos valores de cada dado.*

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Definimos os sucesos $+2$ = “sumen 2”, $+1$ = “sumen 1”, e < 6 = “sumen menos de 6”, entón:

- $P(+2) = \frac{1}{36} = 0,0278$, como pode observar:

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

- $P(+1) = \frac{0}{36} = 0$. É imposible que sumen 1, é un suceso imposible.
- $P(< 6) = \frac{10}{36} = 0,2778$, como pode observar:

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

- $P(\overline{< 6}) = \frac{26}{36} = 0,7222$, como pode observar na táboa anterior. Neste caso habería que contar os que quedan fóra do triángulo de lados vermellos.

S19. As solucións son:

- $E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}$
- $A = \{CCC, CXC, XCC, XXC\}$
- $B = \{XCC, XCX, XXC, XXX\}$
- $A \cup B = \{CCC, CXC, XCC, XXC, XCX, XXX\}$
- $A \cap B = \{XCC, XXC\}$
- $P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$; $P(B) = \frac{4}{8} = 0,5$; $P(A \cup B) = \frac{6}{8} = 0,75$ e $P(A \cap B) = \frac{2}{8} = 0,25$

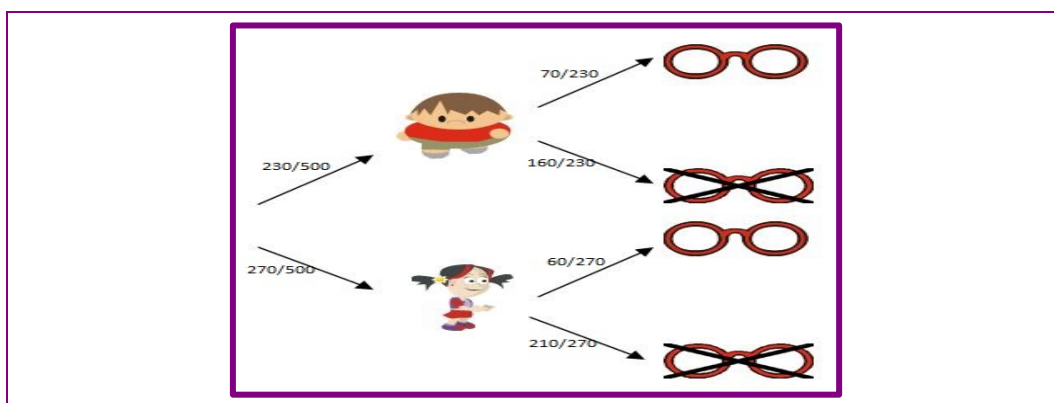
S20. Definimos os intervalos B = “sacar bóla branca”, N = “sacar bóla negra” e V = “sacar bóla vermella”, entón:

- $P(B \text{ ou } N) = P(B) + P(N) = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} = 0,75$
- $P(\bar{B} \text{ e } \bar{N}) = P(V) = \frac{3}{12} = 0,25$
- $P(\bar{V}) = \frac{9}{12} = 0,75$

S21. Definimos os sucesos $1C$ = “sacar cabalo na primeira extracción” e $2C$ = “sacar cabalo na segunda extracción”, entón:

- $P(1C, 2C) = P(1C) \cdot P(2C) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \frac{16}{1600} = 0,01$. Na segunda extracción hai as mesmas posibilidades, porque a baralla se encontra exactamente igual que na primeira extracción. Son sucesos independentes.
- $P(1C, 2C) = P(1C) \cdot P(2C) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{12}{1560} = 0,0076$. Na segunda extracción só quedan 3 cabalos e 39 cartas na baralla, xa que non devolvemos o primeiro cabalo. Son sucesos dependentes.

S22. Definimos H = “sexa rapaz”, M = “sexa muller” e L = “usar lentes”. Se observamos o seguinte diagrama de árbore:

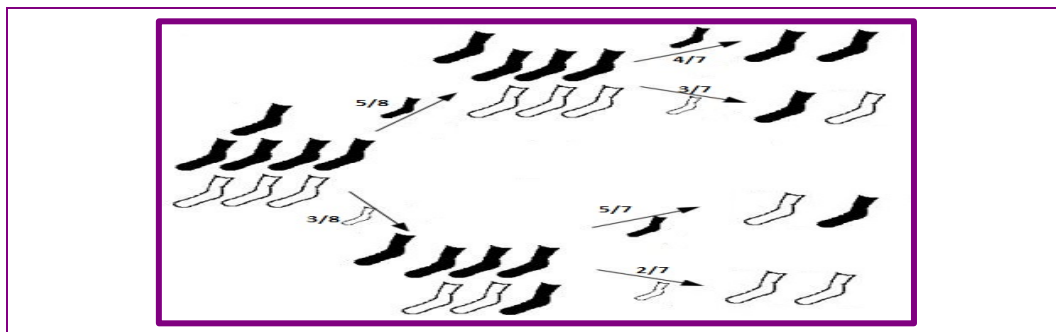


- $P(H \text{ e } L) = P(H) \cdot P(L) = \frac{230}{500} \cdot \frac{70}{230} = \frac{70}{500} = 0,14$. Na probabilidade de usar lentes temos que ter en conta que é do grupo dos rapaces. Os sucesos son dependentes.
- $P(M \text{ e } \bar{L}) = P(M) \cdot P(\bar{L}) = \frac{270}{500} \cdot \frac{60}{270} = \frac{60}{500} = 0,12$. Na probabilidade de usar lentes temos que ter en conta que é do grupo das rapazas. Os sucesos son dependentes.

S23. Definimos os sucesos $M3$ = “saír múltiplo de 3”, C = “saír cara” e N = “saír bóla cor negra”, entón:

- $P(M3 \text{ e } C) = P(M3) \cdot P(C) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = 0,1667$
- $P(\overline{M3} \text{ e } N) = P(\overline{M3}) \cdot P(N) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{18} = 0,2222$

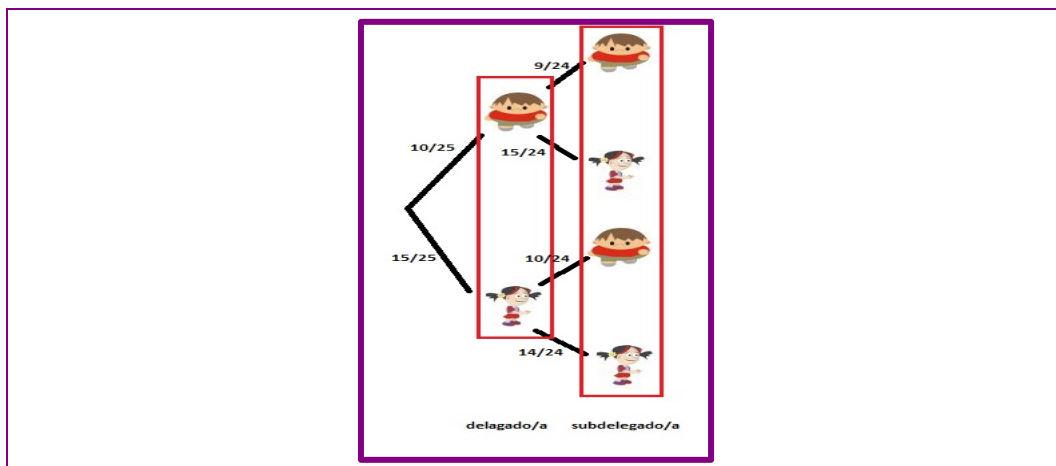
- S24. Definimos os sucesos, $1N$ = “escoller 1º negro”, $2N$ = “escoller 2º negro”, $1B$ = “escoller 1º branco” e $2B$ = “escoller 2º branco”. Facemos un diagrama de árbore que nos axude a comprender o problema:



- $P(1N \text{ e } 2N) = P(1N) \cdot P(2N) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = 0,3571$
- $P(\text{mesma cor}) = P(1N \text{ e } 2B) + P(1B \text{ e } 2N) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56} + \frac{15}{56} = \frac{30}{56} = 0,5357$

Son sucesos dependentes, porque, cando escollemos a segunda vez, o número de calcetíns cambia, polo tanto, debemos ter isto en conta á hora de pór a probabilidade na segunda escolla.

- S25. Definimos os sucesos, DH = “saír escollido como delegado un rapaz”, DM = “saír escollida como delegada unha rapaza” e SH = “saír escollido un rapaz como subdelegado”. Facemos un diagrama de árbore que nos axude a interpretar o problema.



- $P(DM \text{ e } SH) = P(DM) \cdot P(SH) = \frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{150}{600} = 0,25$
- $P(DH \text{ e } SH) = P(DH) \cdot P(SH) = \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{90}{600} = 0,15$

Unha vez que eliximos un delegado, a elección de subdelegado está condicionada pola anterior, polo tanto, son sucesos dependentes e isto debemos telo en conta á hora de pór as probabilidades dos subdelegados, o número de rapaces e rapazas é distinto.

4.2 Actividades finais

S26. A solución é a seguinte:

- Poboación: todo o alumnado da escola de primaria.
- Mostra: 10 estudantes elixidos ao chou de cada curso.
- Variable: deporte que practican; trátase dunha variable estatística cualitativa.

S27. A solución é a seguinte:

- Poboación: todos os parafusos fabricados por este fabricante.
- Mostra: 1 de cada 100 parafusos elixidos ao chou.
- Neste caso hai 3 variables: se o parafuso está ben ou mal fabricado sería unha variable cualitativa, a lonxitude trataríase dunha variable cuantitativa continua e o número de pasos de rosca trataríase dunha variable cuantitativa discreta.

S28.

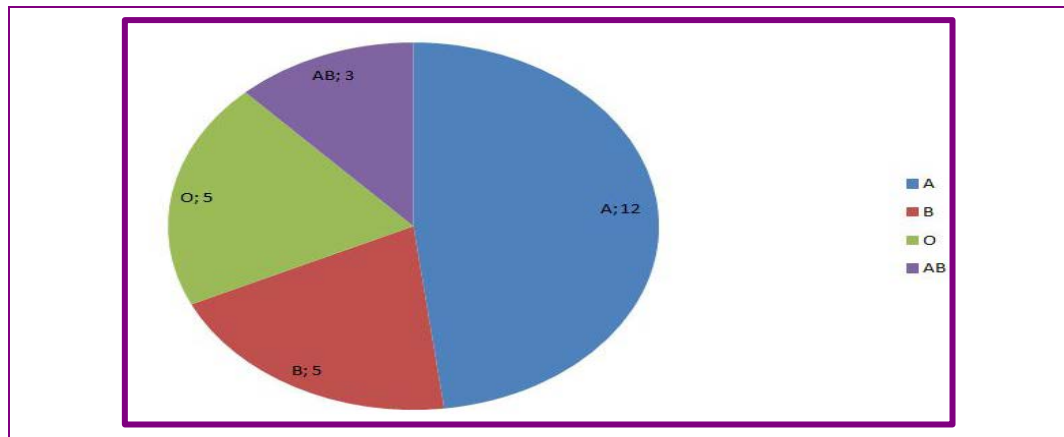
- A poboación a estudar son as 750 persoas que viven nesa localidade e a mostra as 25 escollidas para realizar o estudo.
- Trátase dunha variable cualitativa.

Grupo sanguíneo x_i	f_i
A	12
B	5
O	5
AB	3
	25

- O diagrama de barras é:



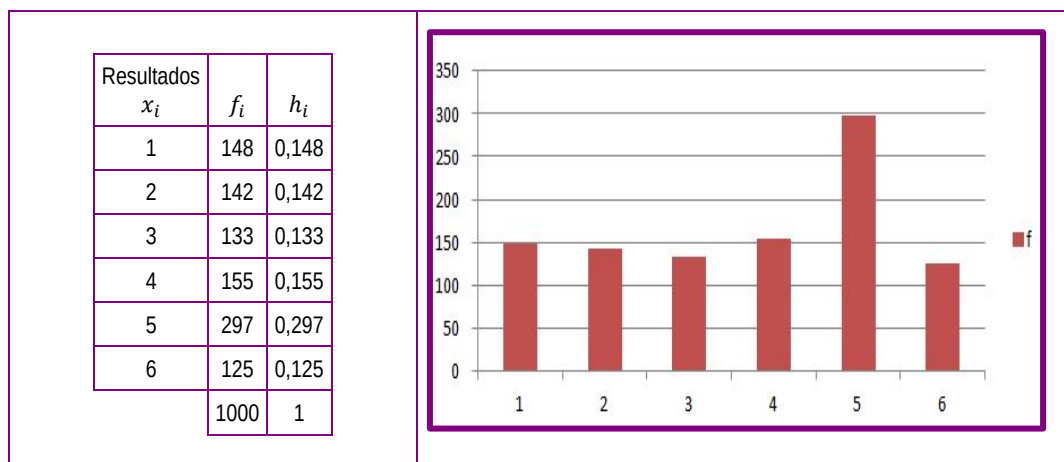
- O diagrama de sectores é o seguinte:



- $Mo = A$

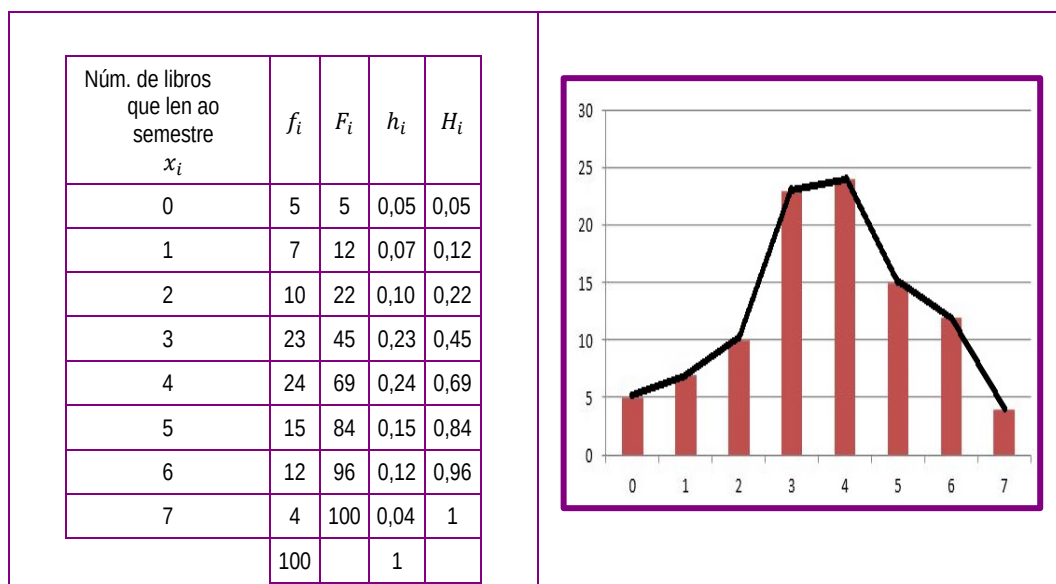
S29.

- Faremos soamente unha táboa de valores coas frecuencias absolutas e as frecuencias relativas para analizar as porcentaxes.



- Podemos observar que o número 5 sae cunha proporción dun 29,7 % cando, cun número alto de lanzamentos, para cada valor deberíamos obter aproximadamente unhas porcentaxes ao redor do $\frac{100}{6} \approx 16,67$ %. Con estes resultados poderíamos pensar que o dado non está equilibrado.

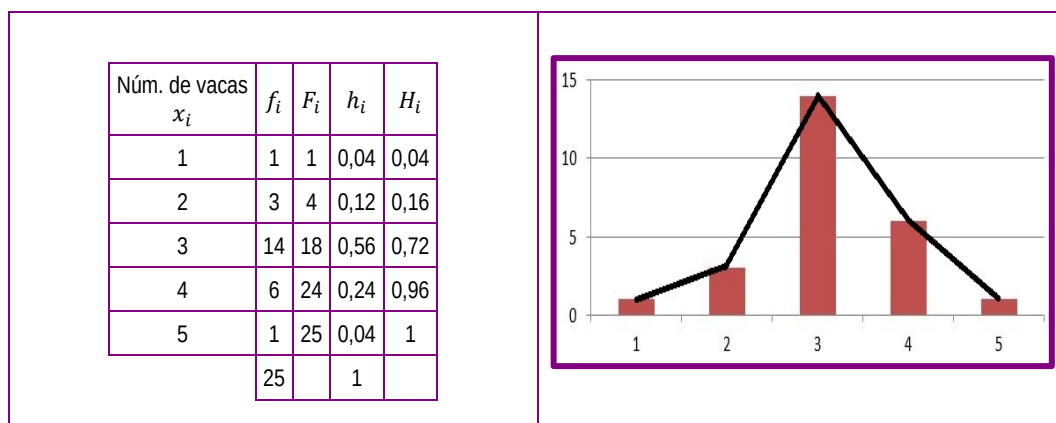
S30.



$\bar{x} = 3,67$	$Mo = 4$	$Me = 4$		
$Q_1 = P_{25} = 3$	$Q_2 = P_{50} = 4$	$Q_3 = P_{75} = 5$	$P_{15} = 2$	$P_{85} = 6$
$R = 7$	$DM = 1,38$	$var = 2,94$	$\sigma = 1,71$	$CV = 0,4673$

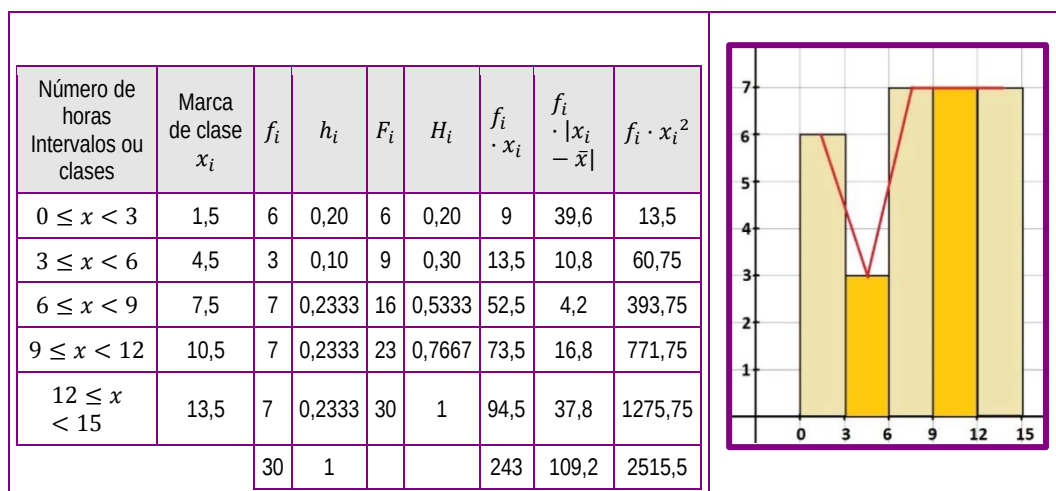
Posto que o CV é dun 46,73 %, podemos dicir que os datos non están moi agrupados ao redor da media.

S31.



$\bar{x} = 3,12$	$Mo = 3$	$Me = 3$		
$Q_1 = P_{25} = 3$	$Q_2 = P_{50} = 3$	$Q_3 = P_{75} = 4$	$P_{20} = 3$	$P_{80} = 4$
$R = 4$	$DM = 0,57$	$var = 0,67$	$\sigma = 0,82$	$CV = 0,2615$

S32.

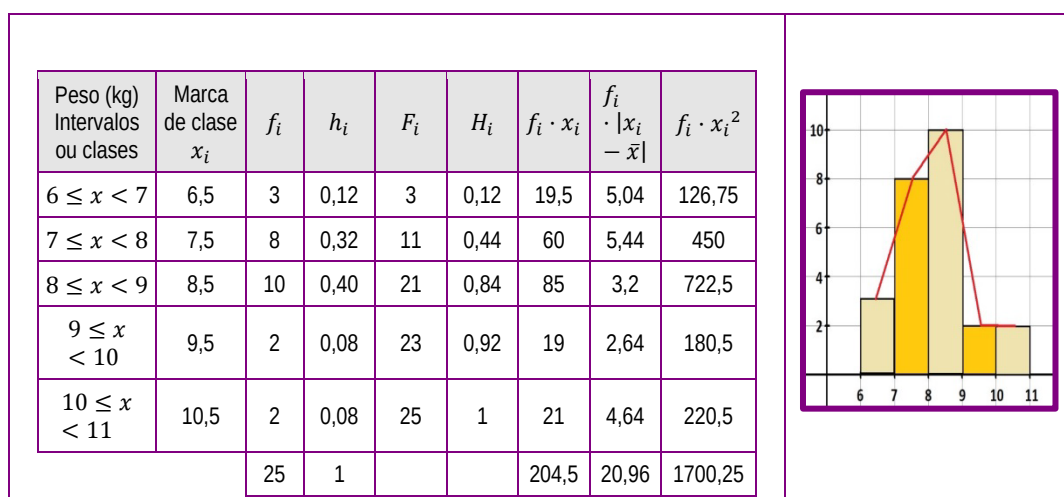


$\bar{x} = 8,1$	$Mo = 7,5 \text{ } 10,5 \text{ e } 13,5$	$Me = 7,5$
-----------------	--	------------

$Q_1 = P_{25} = 4,5$	$Q_2 = P_{50} = 7,5$	$Q_3 = P_{75} = 10,5$	$P_{15} = 1,5$	$P_{60} = 10,5$
----------------------	----------------------	-----------------------	----------------	-----------------

$R = 15$	$DM = 3,64$	$var = 18,24$	$\sigma = 4,27$	$CV = 0,5273$
----------	-------------	---------------	-----------------	---------------

S33.



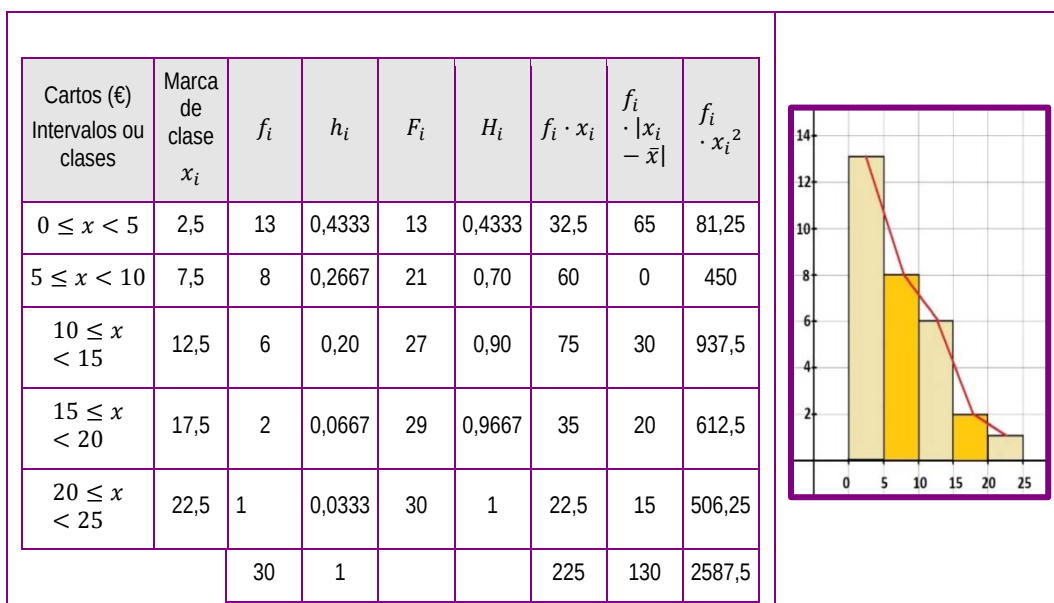
$\bar{x} = 8,18$	$Mo = 8,5$	$Me = 8,5$
------------------	------------	------------

$Q_1 = 7,5$	$Q_2 = 8,5$	$Q_3 = 8,5$
-------------	-------------	-------------

$R = 5$	$DM = 0,84$	$var = 1,10$	$\sigma = 1,05$	$CV = 0,1281$
---------	-------------	--------------	-----------------	---------------

- O CV é dun 12,81 % e iso significa que os datos están agrupados relativamente ao redor da media.

S34.

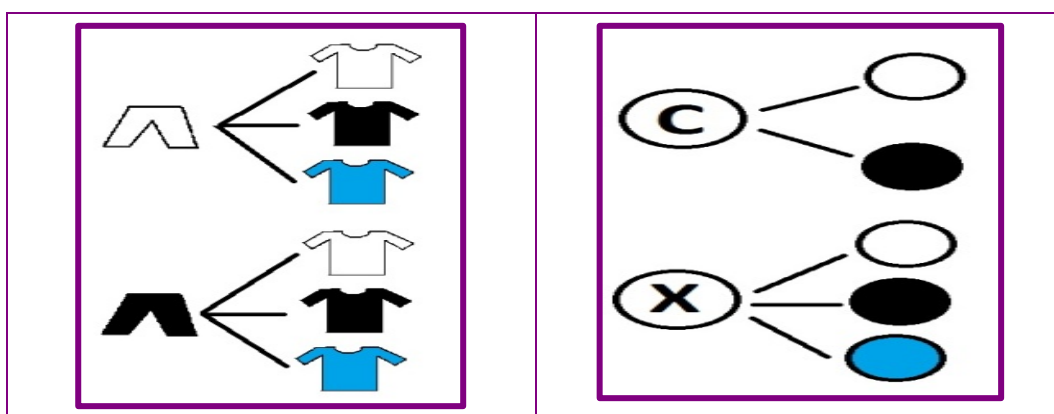


$\bar{x} = 7,5$	$Mo = 2,5$	$Me = 7,5$
-----------------	------------	------------

$Q_1 = 2,5$	$Q_2 = 7,5$	$Q_3 = 12,5$	$P_{35} = 2,5$	$P_{95} = 17,5$
-------------	-------------	--------------	----------------	-----------------

$R = 25$	$DM = 4,33$	$var = 30$	$\sigma = 5,48$	$CV = 0,7303$
----------	-------------	------------	-----------------	---------------

S35.



S36.

- $A = \{1,3,5,7,9\}, B = \{6,7,8,9\}, \bar{A} = \{0,2,4,6,8\}, \bar{B} = \{0,1,2,3,4,5\}, A \cup B = \{1,3,5,6,7,8,9\}, A \cap B = \{7,9\}$
- $P(A) = \frac{5}{10}, P(B) = \frac{4}{10}, P(\bar{A}) = \frac{5}{10}, P(\bar{B}) = \frac{6}{10}, P(A \cup B) = \frac{7}{10}, P(A \cap B) = \frac{2}{10}.$

S37. As probabilidades poden observarse non seguintes gráficos:

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	3	4	5	6	7
	3	3	4	5	6	7	8
	4	4	5	6	7	8	9
	5	5	6	7	8	9	10
	6	6	7	8	9	10	11

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	3	4	5	6	7
	3	3	4	5	6	7	8
	4	4	5	6	7	8	9
	5	5	6	7	8	9	10
	6	6	7	8	9	10	11

		Dado 1					
		1	2	3	4	5	6
Dado 2	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	3	4	5	6	7
	3	3	4	5	6	7	8
	4	4	5	6	7	8	9
	5	5	6	7	8	9	10
	6	6	7	8	9	10	11

- $P(\text{obter suma de 4}) = \frac{3}{36}$.
- $P(\text{obter suma superior a 9}) = \frac{6}{36}$.
- $P(\text{obter suma inferior a 5}) = \frac{6}{36}$.

S38.

- $P(1X \text{ e } 2X) = \frac{1}{4}$.
- $P(C \text{ e } X) = P(1C \text{ e } 2X) + P(1X \text{ e } 2C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

S39. Observando estás táboas podemos responder facilmente.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3			X			
4						
5						
6						

	1	2	3	4	5	6
1	X	X		X	X	X
2	X	X		X	X	X
3						
4	X	X		X	X	X
5	X	X		X	X	X
6	X	X		X	X	X

- $P(3 \text{ e } 3) = \frac{1}{36}$.
- $P(\text{non } 3 \text{ e non } 3) = 36$.

S40.

- $P(1X \text{ e } 2X) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$.
- $P(\text{polo menos 1 cara}) = P(1C \text{ e } 2C) + P(1C \text{ e } 2X) + P(1X \text{ e } 2C) = 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,64$.
- A relación existente é a seguinte: $P(\text{polo menos 1 cara}) = 1 - P(\text{obter dúas cruces})$.

S41. Definimos G = “meter gol” e E = “errar o penalti”

- $P(1G \text{ e } 2G \text{ e } 3G) = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729$.
- $P(\text{fallen 2 deles}) = P(1G \text{ e } 2E \text{ e } 3E) + P(1E \text{ e } 2G \text{ e } 3E) + P(1E \text{ e } 2E \text{ e } 3G) = 0,27$.
- $P(\text{algún erre no disparo}) = 1 - P(1G \text{ e } 2G \text{ e } 3G) = 1 - 0,729 = 0,271$.

5. Glosario

C	▪ Coeficiente de variación	Cociente entre a desviación típica e a media aritmética.
D	▪ Desviación media	É a media dos valores absolutos das desviacións de cada dato.
	▪ Desviación típica	Raíz cadrada da varianza.
E	▪ Estatística	Ciencia das matemáticas que se encarga de recoller e ordenar datos referidos a fenómenos para despois analízalos e interpretalos.
	▪ Espazo mostrai	Conxunto de todos os sucesos elementais.
	▪ Experimento aleatorio	Aquel experimento do que non se pode predicir o resultado.
F	▪ Frecuencia absoluta	Número de veces que aparece un determinado valor na mostra.
	▪ Frecuencia relativa	Cociente entre a frecuencia absoluta e o número total de datos.
	▪ Frecuencia absoluta/relativa acumulada	Suma de todas as frecuencias absolutas/relativas dos valores menores ou iguais ca el.
G	▪ Gráfico estatístico	Permite organizar e interpretar os datos obtidos nun estudo estatístico dun xeito máis visual.
I	▪ Individuo	Cada un dos elementos da poboación.
M	▪ Media aritmética	Cociente entre a suma de todos os datos multiplicados pola súa frecuencia e o número total do individuos da mostra.
	▪ Mediana	Valor que ocupa a posición central despois de ordenalos.
	▪ Moda	Valor de maior frecuencia.
	▪ Mostra	Parte da poboación sobre a que realizamos un estudo estatístico.
P	▪ Poboación	Conxunto de elementos sobre os que se realiza un estudo estatístico.
	▪ Probabilidade dun suceso	Número comprendido entre 0 e 1 que indica a facilidade coa que un suceso pode ocorrer.
Q	▪ Cuartís	Medidas que dividen o conxunto dos valores ordenados en catro partes iguais.
R	▪ Rango	Diferenza entre o maior e o menor valor da variable.
S	▪ Suceso contrario de A	Aquel que está formado polos sucesos elementais que non están en A.
	▪ Suceso composto	Aquel que está formado por varios sucesos elementais.
	▪ Suceso elemental	Cada un dos posibles resultados dun experimento.
V	▪ Variables cualitativas	Aquelas cuxos valores son calidades.
	▪ Variables cuantitativas	Aquelas cuxos valores son números.
	▪ Variable estatística	Cada unha das propiedades ou características que estudamos nun estudo estatístico.
	▪ Varianza	É a media dos cadrados das desviacións.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Matemáticas. Enseñanzas aplicadas. Serie Soluciona. 4º ESO. Editorial Santillana.
- Matemáticas. Enseñanzas académicas. Serie Resuelve. 4º ESO. Editorial Santillana.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4º ESO. Editorial Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º ESO. Editorial Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4º de la ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º de la ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.

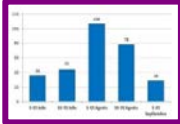
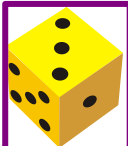
Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- <http://www.universoformulas.com/>
- <http://www.vitutor.com/>
- <http://www.apuntesmareaverde.org.es/>
- <http://educalab.es/recursos>
- <https://esorecursosdematematicas.blogspot.com.es/>

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	Procedencia: http://www.universoformulas.com/	 RECURSO 2	Procedencia: http://www.vitutor.com/
 RECURSO 3	Procedencia: http://www.vitutor.com/	 RECURSO 4	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/
 RECURSO 5	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/	 RECURSO 6	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/
 RECURSO 7	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/	 RECURSO 8	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/
 RECURSO 9	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/	 RECURSO 10	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/
 RECURSO 11	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/	 RECURSO 12	- Autoría: Félix Vallés Calvo - Licenza: uso non comercial - Procedencia: http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/