



XUNTA DE GALICIA

CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para persoas adultas



Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 4

Unidade didáctica 3

Funcións

Índice

1.	Introdución.....	3
1.1	Descrición.....	3
1.2	Coñecementos previos.....	3
1.3	Criterios de avaliación	3
2.	Secuencia de contidos e actividades	4
2.1	Funcións e elementos característicos importantes	4
2.1.1	Concepto de función	4
2.1.2	Domínio de definición dunha función	8
2.1.3	Continuidade dunha función.....	10
2.1.4	Periodicidade.....	11
2.1.5	Puntos de corte cos eixes	12
2.1.6	Crecemento e decrecemento	13
2.1.7	Máximos e mínimos	14
2.2	Funcións elementais e usos na nosa vida cotiá	15
2.2.1	Función lineal	15
2.2.2	Función cadrática.....	17
2.2.3	Función de proporcionalidade inversa	20
2.2.4	Función exponencial	21
2.2.5	Función logarítmica	23
3.	Actividades finais.....	26
4.	Solucionario.....	31
4.1	Actividades propostas	31
4.2	Actividades finais.....	40
5.	Glosario.....	45
6.	Bibliografía e recursos	46
7.	Anexo. Licenza de recursos	47

1. Introducción

1.1 Descrición

Nesta unidade estudaremos un dos conceptos máis importantes nas Matemáticas, o concepto de función. Dos módulos anteriores xa coñecemos o dito concepto, as súas características máis salientables, as súas gráficas etc.

Nesta unidade estudaremos dun xeito máis rigoroso os conceptos estudados nos módulos anteriores e ampliaremos outros novos. Podemos distinguir dous bloques:

- Faremos un repaso do concepto de función e estudaremos características salientables como o dominio, os puntos de corte cos eixes, o crecemento e decrecemento, os máximos e mínimos. Tamén veremos a continuidade e a periodicidade das funcións.
- Nun segundo bloque repasaremos algunhas funcións xa estudadas nos módulos anteriores como a función lineal e cadrática e ampliaremos coñecementos coas nocións básicas das funcións de proporcionalidade inversa, exponencial e logarítmica coas súas aplicacións na nosa vida cotiá.

1.2 Coñecementos previos

Esta unidade baséase nos coñecementos previos adquiridos nos módulos anteriores, dos cales se fará un pequeno recordatorio que nos axudará a adquirir uns novos coñecementos. Sería moi útil repasar certos contidos como:

- Concepto de función.
- Gráfica dunha función.
- Características salientables dunha función: dominio, corte cos eixes, crecemento/decrecemento, máximos/mínimos e continuidade.
- Resolver ecuacións de primeiro e segundo grao.
- Función lineal e cadrática da unidade 3 de Matemáticas do módulo III.

1.3 Criterios de avaliación

- Identificar relacións cuantitativas nunha situación, determinar o tipo de función que pode representalas, de datos numéricos ou mediante o estudo dos coeficientes da expresión alxébrica.

2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Funcións e elementos característicos importantes

Neste apartado repasaremos o concepto de función e os elementos característicos máis salientables para o seu estudo.

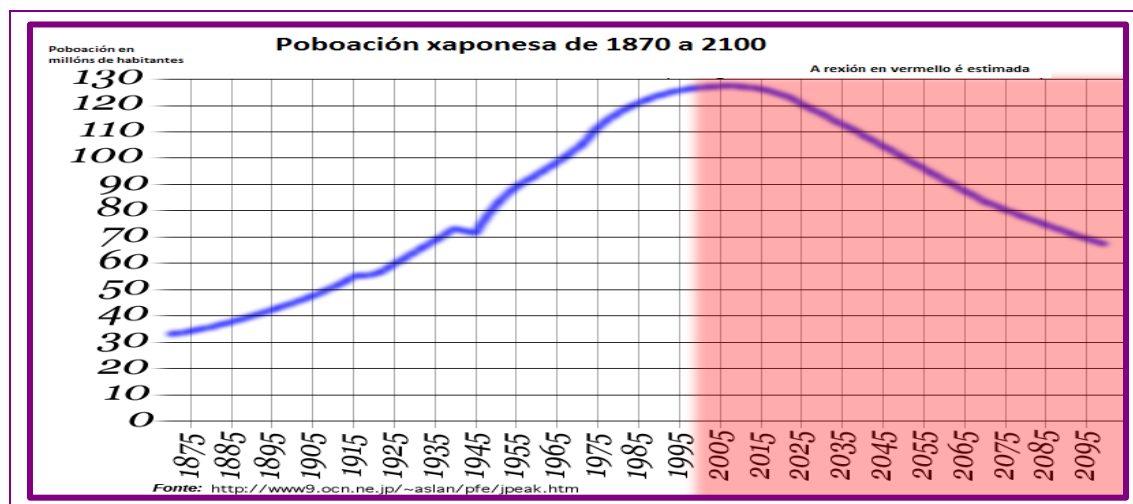
2.1.1 Concepto de función

Un función f é unha relación entre dúas variables numéricas, x e y , na que a cada valor de x correspóndelle como moito un valor de y . A x chamámoslle variable independente e a y variable dependente posto que depende do valor de x . Escríbese $y = f(x)$.

As funcións poden vir dadas de diferentes xeitos:

Mediante a súa gráfica

A seguinte gráfica mostra o desenvolvemento demográfico de Xapón nun estudo publicado no ano 2000.



Trátase dunha función porque a cada valor x , neste caso os anos, correspóndelle un único valor de y , neste caso os millóns de habitantes.

Mediante un enunciado

Pedímoslle un orzamento a un carpinteiro para arranxar a madeira do chan do piso porque está algo vella. O carpinteiro coméntanos que deixará a madeira como nova a razón de 10€/m^2 .

Con este enunciado podemos deducir que:

$x \rightarrow$ É o número de metros cadrados de madeira do piso
 $y \rightarrow$ É a cantidade de € que cobrará por arranxar a madeira do piso

Mediante unha táboa de valores

A evolución do euríbor mensual do ano 2016 é a seguinte:

Xaneiro	Febreiro	Marzo	Abril	Maio	Xuño
0,042	-0,008	-0,012	-0,010	-0,013	-0,028
Xullo	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Decembro
-0,056	-0,048	-0,057	-0,069	-0,074	-0,080

Mediante a súa expresión analítica

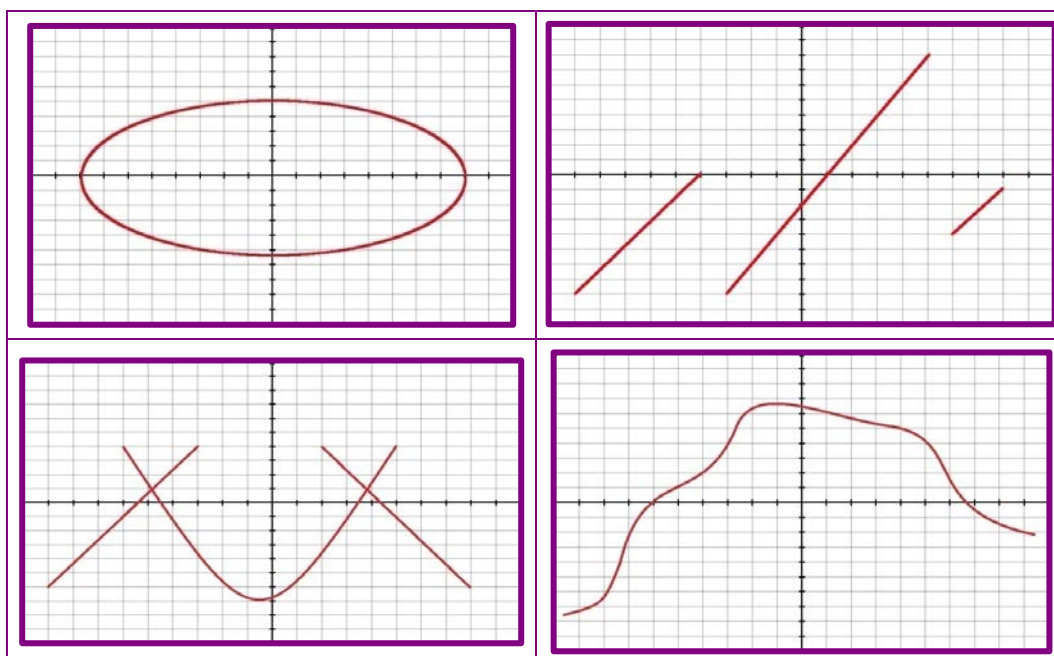
A área dunha esfera en función do seu raio é $A = 4\pi r^2$. Desta expresión podemos concluír que r é a variable independente e A a variable dependente. En concordancia co visto anteriormente a función sería $y = 4\pi x^2$.

Actividades propostas

S1. Determine se os seguintes enunciados que relacionan magnitudes son ou non funcións:

- O raio dunha circunferencia e a súa lonxitude.
- O peso dunha persoa e a súa altura.
- O número de amigos e o número de regalos percibidos nun aniversario.
- O número de bolas de pan que comprou e o que pagou por elas.

S2. Indique se as seguintes gráficas corresponden ou non a unha función:

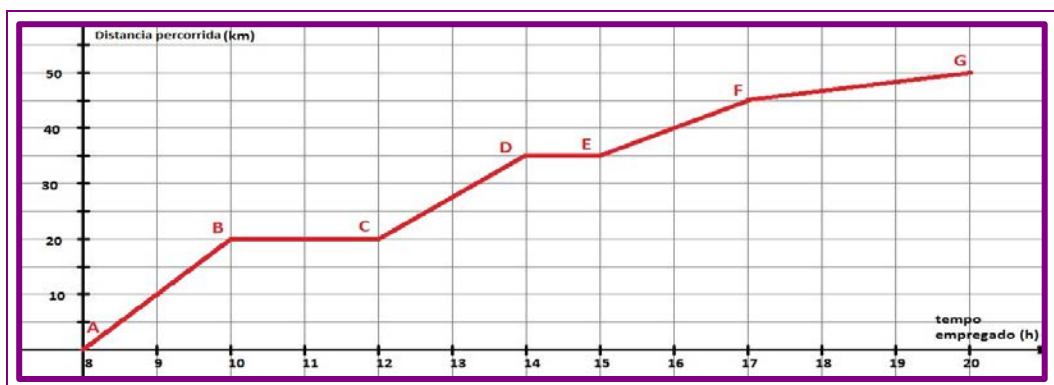


S3. A gráfica mostra a temperatura medida ao longo dun día de outono en Ourense.



- É a gráfica dunha función? Cales son as variables?
- Alcanzaron temperaturas negativas nese día na cidade de Ourense?
- Nesta época hai moitos arrefriados porque hai moita diferenza entre as temperaturas da noite e o día, de que diferenza térmica estamos falando?
- Cal foi a temperatura máxima acadada no día? E a mínima?

S4. A seguinte gráfica mostra o desenvolvemento do percorrido nunha excursión que se fixo pola Serra do Courel.

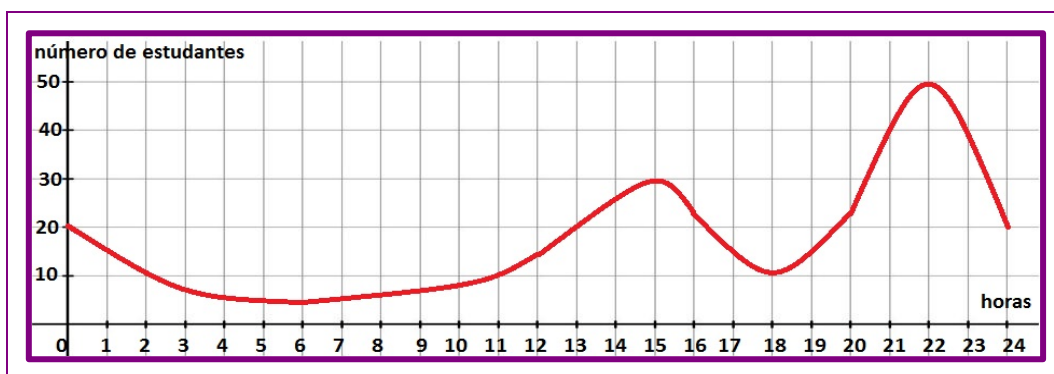


- Trátase dunha función?
- Cales son as variables? Indica cal é a independente e a dependente.
- Canto tempo durou a excursión?
- Cantas veces pararon a descansar? A que horas?
- Canto tempo estiveron en movemento?
- Cantos km percorreron?
- Foron máis rápido no tramo AB ou no EF?

- S5. Nunha determinada tenda utilizan como produto en promoción un determinado envase de leite cuxo prezo é 1 € cada unidade. Non permiten vender por persoa máis de 9 envases. Entregan a seguinte táboa de valores:

Número de unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9
€ que pagan	1	2	2	3	4	4	5	6	6

- Trátase dunha función?
 - Cales son as variables?
 - Debuxe a gráfica con estes datos.
 - Ten sentido na gráfica debuxar as liñas que unen os puntos debuxados anteriormente?
- S6. A seguinte función $f(x) = 55 - 0,05x$ expresa o peso dun ciclista ao longo dunha carreira contra o reloxo de 40 Km, onde x son os km percorridos. Responda as seguintes preguntas:
- Canto pesa o ciclista antes da carreira? E ao rematar a carreira?
 - Na metade da carreira, canto pesa?
 - Debuxe a gráfica da función.
- S7. Esta gráfica representa o número de estudantes que ve a televisión ao longo dun día nunha pequena residencia de universitarios e universitarias cuxo número de prazas é de 50 e están todas cubertas.



- Cantos estudantes están vendo a televisión ás 12 da noite?
- Cales son as horas onde se acada o máximo número de estudantes vendo a televisión?
- A que cre que se pode deber que presente dúas montañas?
- Hai algún momento do día onde estean todos os estudantes vendo a televisión?

- S8. Sacamos do conxelador un anaco de carne e deixámolo sobre a mesa da cociña. A seguinte gráfica mostra a variación da temperatura do anaco de carne ata que se desconxela completamente.

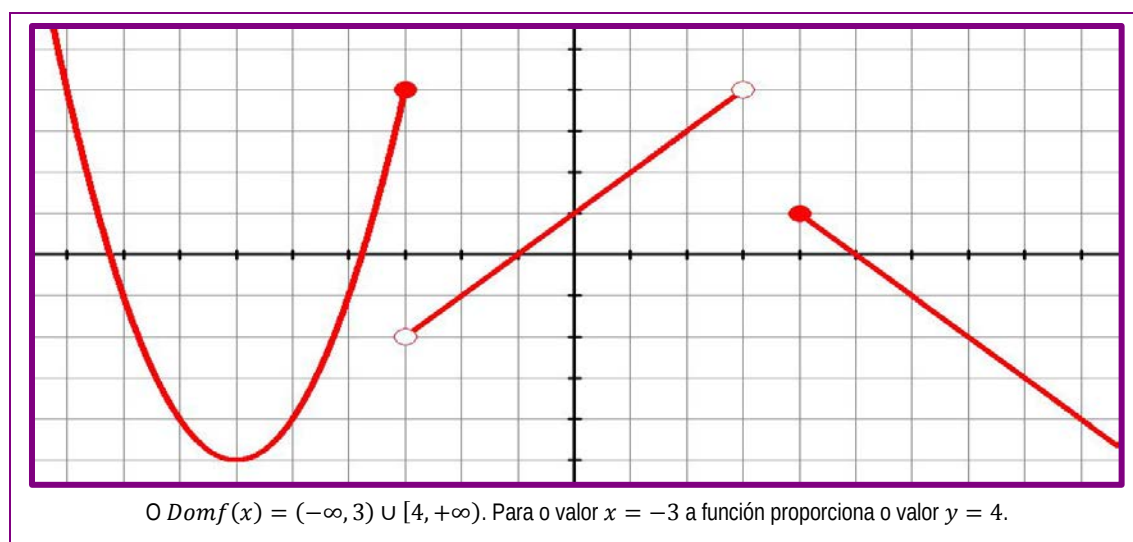


- A que temperatura estaba a carne dentro do conxelador?
- Despois dunha hora seguía conxelada?
- Que temperatura tiña a carne despois de 4 horas?
- A que temperatura estaba a cociña?

2.1.2 Dominio de definición dunha función

Definimos **dominio dunha función** $f(x)$, e exprésase $Domf(x)$, como o conxunto de todos os valores que pode tomar a variable independente x para os que a función nos proporciona o seus correspondentes valores y .

Na gráfica dunha función, o seu dominio é fácil de visualizar, basta ver os valores de x que se poden representar. Fixémonos na seguinte gráfica:



Cando a función vén expresada mediante a súa expresión analítica, o seu dominio pode quedar restrinxida se algunha operación non se pode facer, por exemplo:

- **Funcións con denominadores**

Fixémonos na función $f(x) = \frac{1}{x-1}$. O seu dominio é $Domf(x) = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ posto que o valor $x = 1$ anula o denominador e a función non proporcionaría valor y.

- **Función con raíces de índice par**

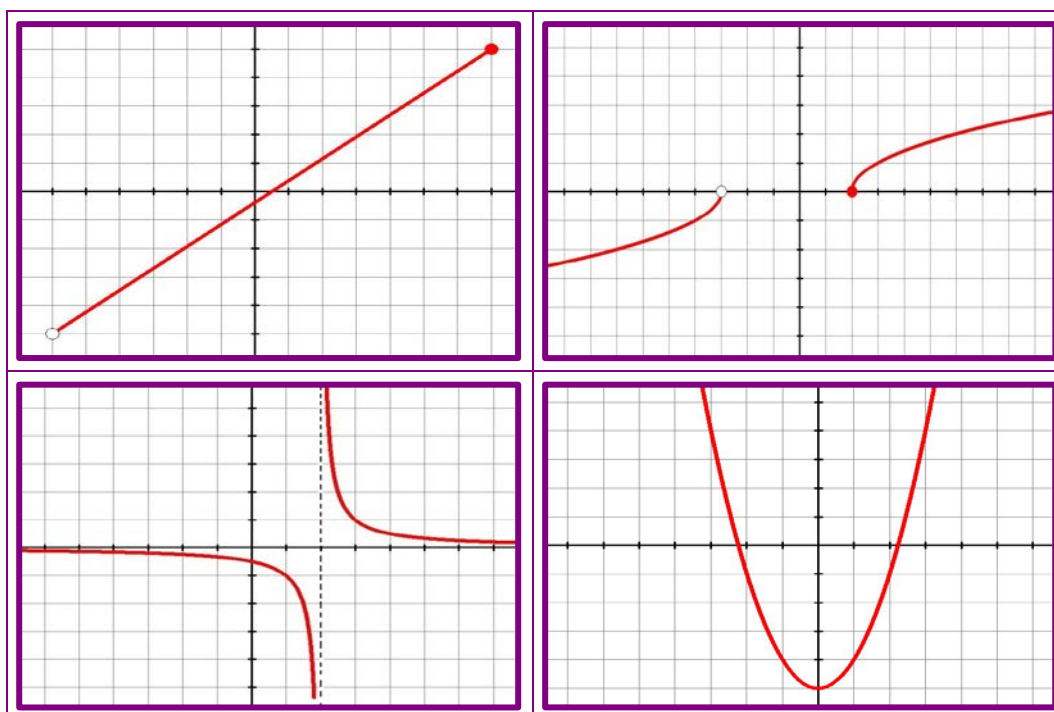
Fixémonos na función $f(x) = \sqrt{x-1}$. O seu dominio é $Domf(x) = [1, +\infty)$ posto que para valores inferiores a 1 a raíz non se podería facer e polo tanto a función non proporcionaría valores y.

- **Dependendo do contexto onde teña sentido a función**

A función $f(x) = 2\pi x$, que expresa a lonxitude da circunferencia e x é a lonxitude do raio, só ten sentido para valores positivos de x posto que non existen circunferencias de raio negativo.

Actividades propostas

S9. Calcule o dominio das seguintes funcións:



S10. Calcule o dominio das seguintes funcións expresadas mediante as súas expresións analíticas.

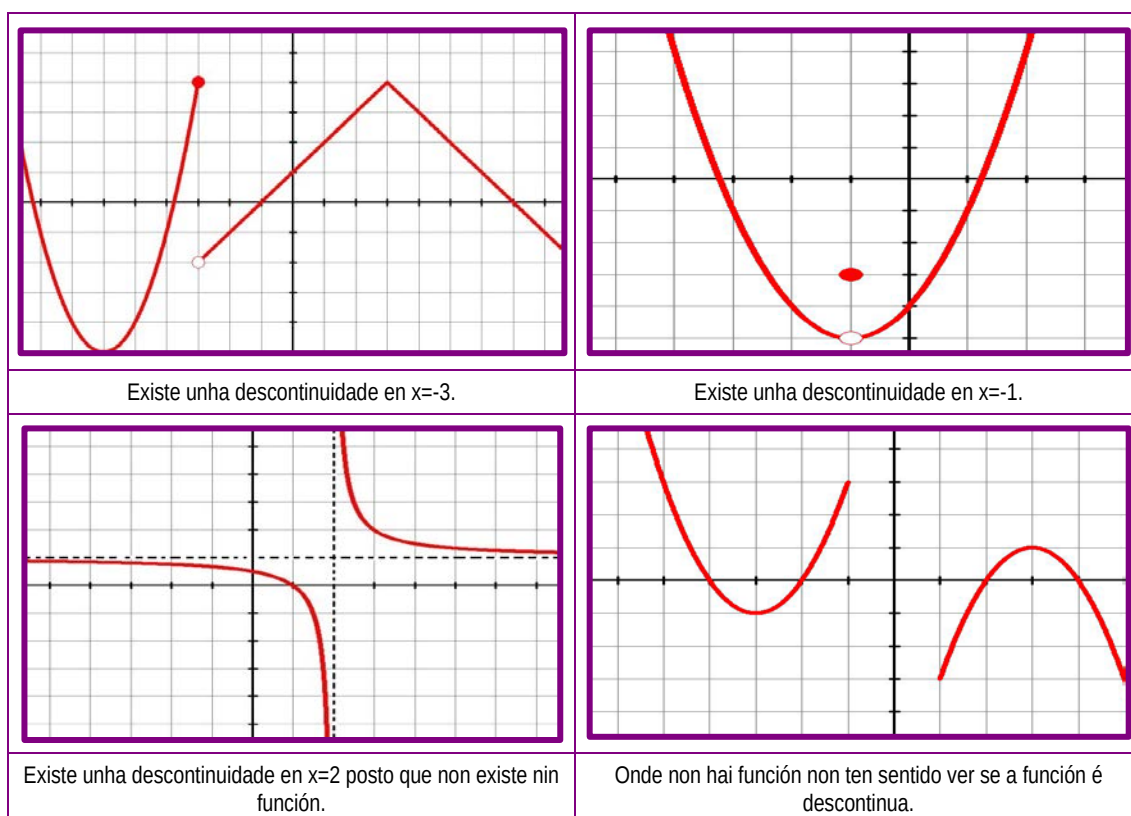
$y = \frac{x-1}{x^2-4}$	$y = \sqrt{x+2}$	$y = \frac{1}{x-2}$
$y = \sqrt[4]{x+4}$	$y = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$	$y = x^3 - 5x^2 + 6x + 1$

S11. Ache o dominio das seguintes funcións:

- A función que representa o consumo eléctrico nun día.
- A función que representa a área dunha esfera en funcións do seu raio.
- A función que representa o número de calorías diarias consumidas ao longo dun mes de 30 días.

2.1.3 Continuidade dunha función

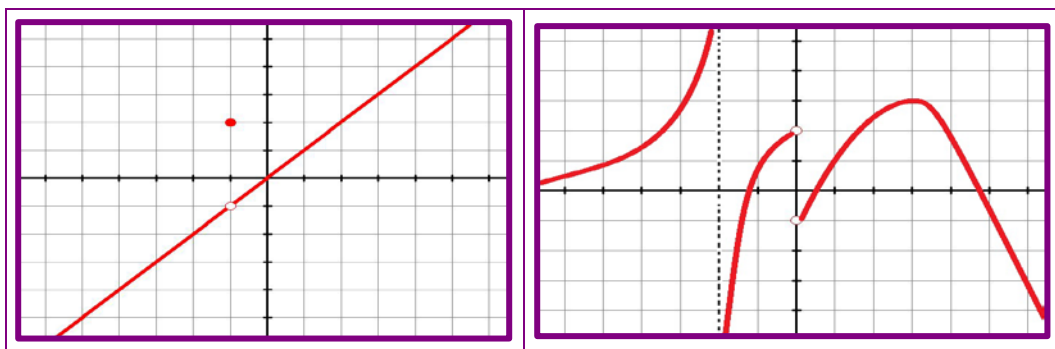
Unha función é continua cando a súa gráfica pode debuxarse dun só trazo. Ás funcións cuxas gráficas presentan varios trazos chamámoslles descontinuas. Podemos encontrar diversos tipos de descontinuidades, observe as seguintes gráficas:



Actividade proposta

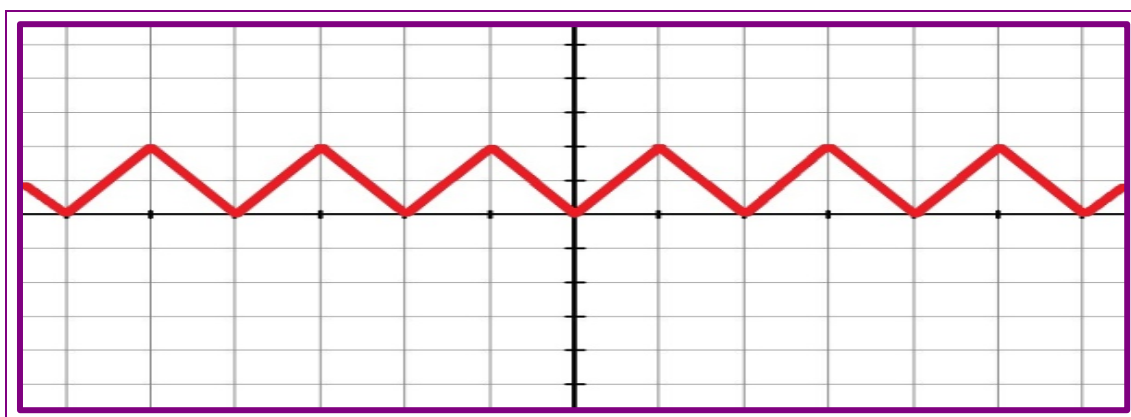
S12. Indique cales son os puntos de descontinuidade das funcións cuxas gráficas son as seguintes:





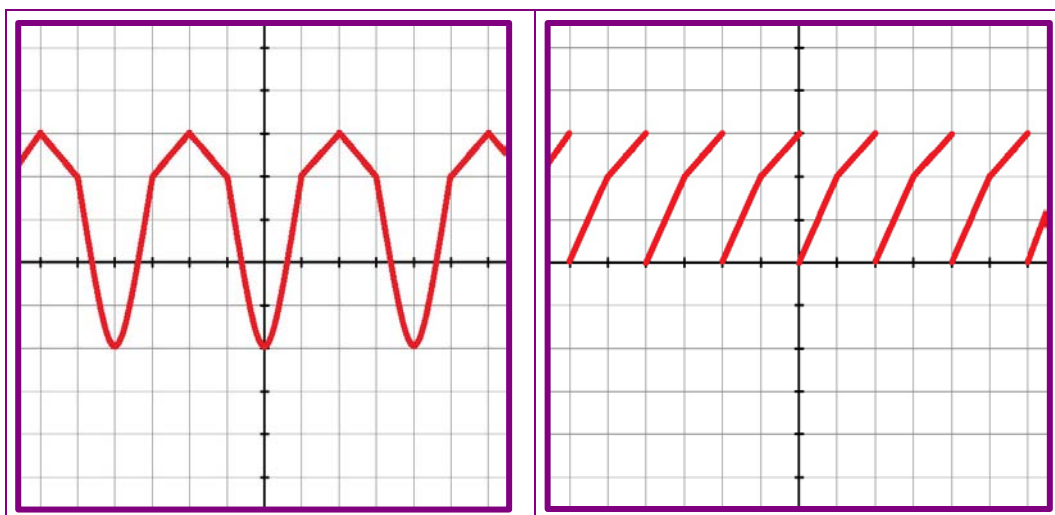
2.1.4 Periodicidade

Unha función é periódica cando a súa gráfica se repite cada certo intervalo, a este chámase período. Por exemplo, a función cuxa gráfica é a seguinte é periódica con período 2.



Actividade proposta

S13. Indique se as seguintes gráficas son ou non periódicas e o período en caso de que o sexan.



2.1.5 Puntos de corte cos eixes

- Os puntos de corte co eixe X son os que se obteñen de resolver a ecuación $f(x) = 0$, son da forma $(x, 0)$. Poden existir ou non estos puntos de corte e a cantidade deles pode variar entre ningún e infinitos dependendo da función.
- Os puntos de corte co eixe Y é o que se obtén de calcular $f(0)$. É da forma $(0, y)$. Evidentemente só pode existir un deles para que esteamos falando dunha función.

Actividade resolta

Dada a función $f(x) = x^2 - x - 6$, calcule os puntos de corte cos eixes:

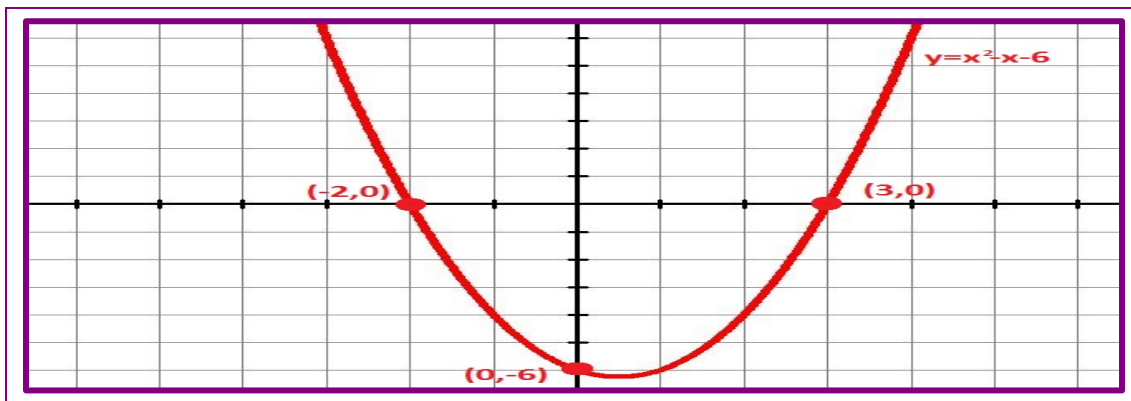
– Eixe X

Calculemos $f(x) = 0 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = -2$ e $x = 3$. Polo tanto os puntos de corte co eixe X son $(-2, 0)$ e $(3, 0)$.

– Eixe Y

Calculemos $f(0)$. Se facemos a substitución, obtemos que $f(0) = -6$ e polo tanto o punto de corte co eixe Y é $(0, -6)$.

Se observamos a gráfica da función podemos ver cales son os puntos de corte cos respectivos eixes.



Actividade proposta

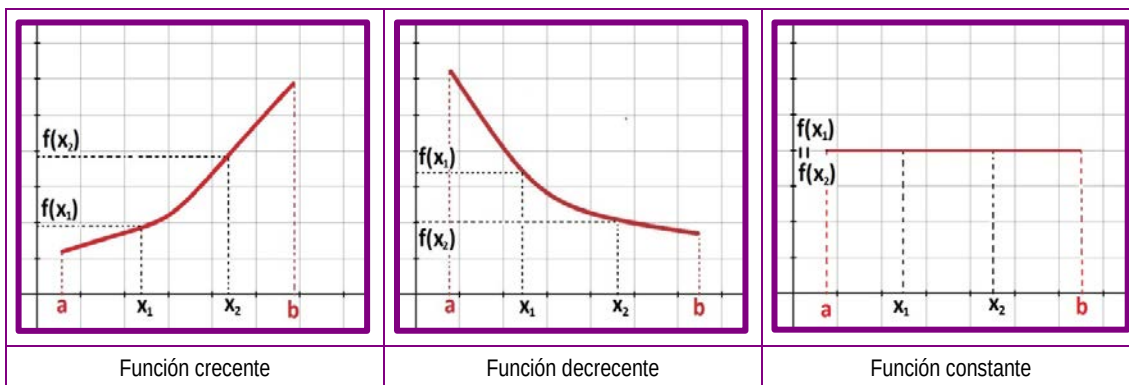
S14. Calcule os puntos de cortes cos dous eixes das seguintes funcións:

$y = 2x^2 - 3x - 2$	$y = x + 3$
$y = 6 - 3x$	$y = x^2 - 4x + 3$

2.1.6 Crecemento e decrecemento

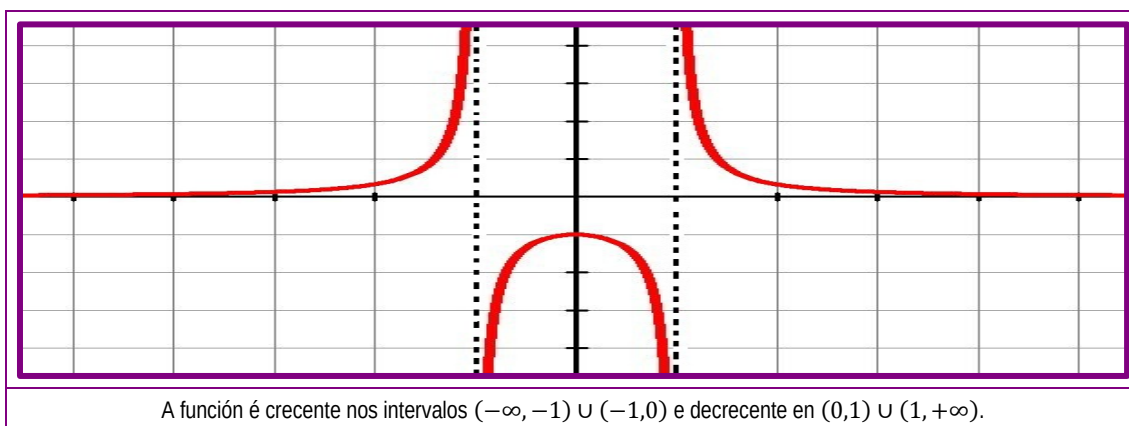
Dada unha función $f(x)$, definida nun intervalo (a, b) . Se para calquera par de puntos x_1 e x_2 do intervalo, que cumpran que $x_1 < x_2$ acontece que:

- $f(x_1) < f(x_2)$, entón a función é crecente no intervalo (a, b) .
- $f(x_1) > f(x_2)$, entón a función é decrecente no intervalo (a, b) .
- $f(x_1) = f(x_2)$, entón a función é constante no intervalo (a, b) .



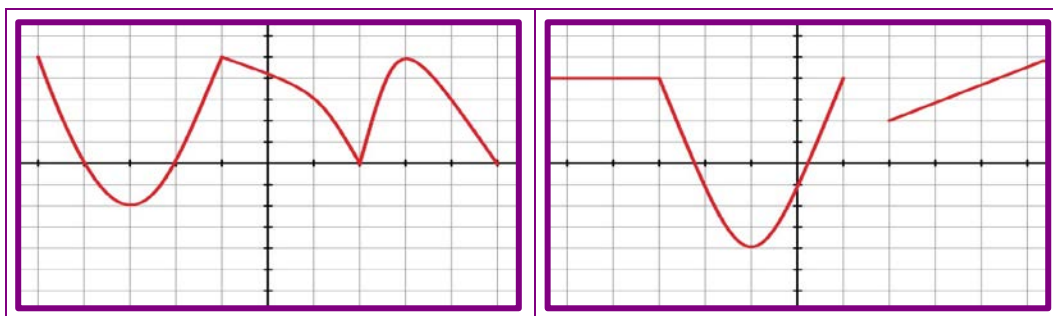
Actividade resolta

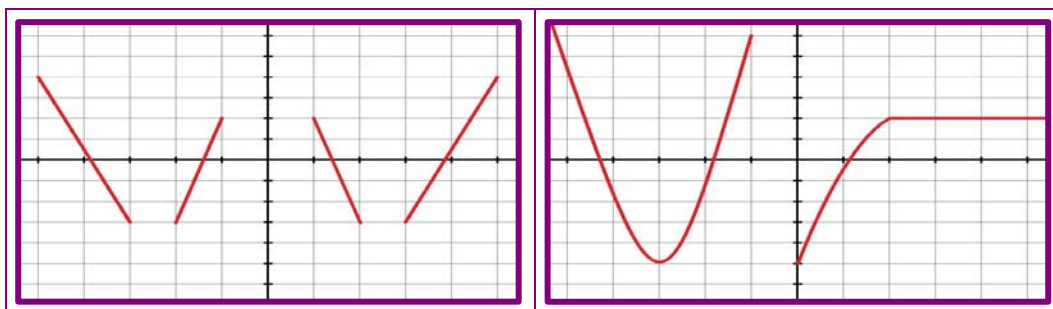
Estude o crecemento/decrecemento da seguinte función:



Actividade proposta

S15. Ache os intervalos onde as seguintes funcións son crecentes e decrecentes:



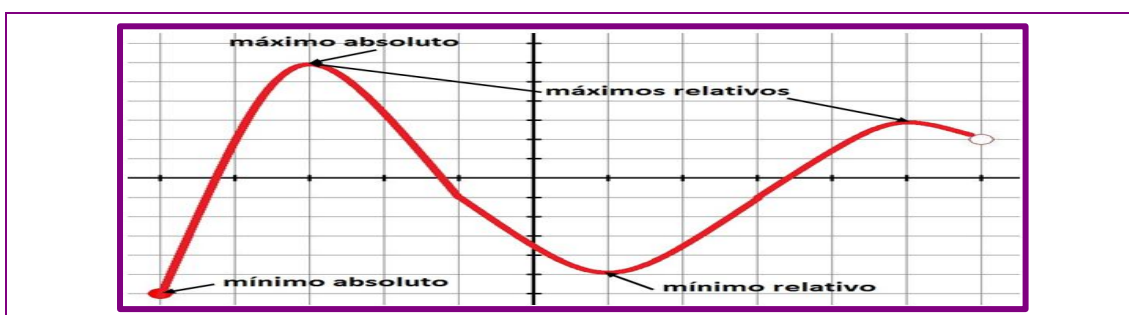


2.1.7 Máximos e mínimos

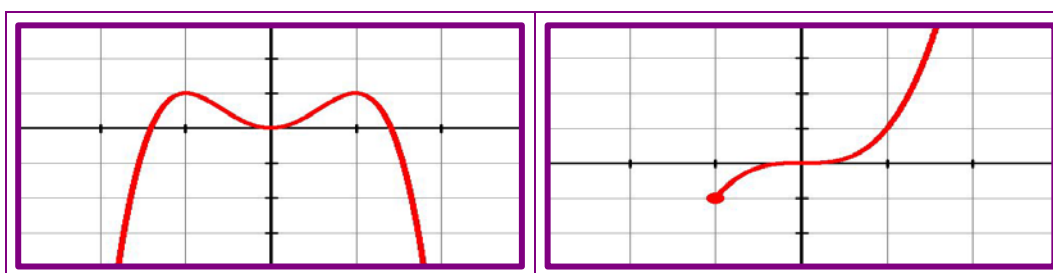
- Dicimos que unha función presenta un máximo relativo ou máximo local nun punto, cando o valor da función no dito punto é maior que calquera dos valores que están ao seu arredor máis preto. Diremos que a función presenta un máximo absoluto cando o valor da función é maior que todos os valores en todo o seu dominio.
- Dicimos que unha función presenta un mínimo relativo ou máximo local nun punto, cando o valor da función no dito punto é menor que calquera dos valores que están ao seu arredor máis preto. Diremos que a función presenta un mínimo absoluto cando o valor da función é maior que todos os valores en todo o seu dominio.

Observemos a seguinte gráfica onde podemos comprender de xeito máis visual o que acabamos de ver.

Actividade proposta



S16. Indique os máximos e mínimos relativos e absolutos nestas gráficas de funcións:





2.2 Funcións elementais e usos na nosa vida cotiá

2.2.1 Función lineal

Unha función lineal é aquela cuxa representación gráfica é unha liña recta. A súa expresión analítica é do tipo $y = mx + n$, onde m e n son números reais. O valor m recibe o nome de pendente da recta.

- Cando $m = 0$, a función lineal é constante $y = n$.
- Cando $n = 0$, a función recibe o nome de función de proporcionalidade directa $y = mx$.
- Cando $m \neq 0$ pode acontecer o seguinte:
 - Se $m > 0$ a función é crecente.
 - Se $m < 0$ a función é decrecente.

Para representar unha función lineal basta encontrar dous puntos da liña recta, isto faremolo mediante unha táboa de valores onde inventaremos dous deles para a variable x e calcularemos os valores de y .

Actividades resoltas

Ache as gráficas das seguintes funcións:

$y = 2x - 1$	$y = -x + 2$	$y = 2$																		
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>1</td><td>$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$</td></tr><tr><td>2</td><td>$y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$</td></tr></table>	x	y	1	$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$	2	$y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>$y = 0 + 2 = 2$</td></tr><tr><td>1</td><td>$y = -1 + 2 = 1$</td></tr></table>	x	y	0	$y = 0 + 2 = 2$	1	$y = -1 + 2 = 1$	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>$y = 2$</td></tr><tr><td>1</td><td>$y = 2$</td></tr></table>	x	y	0	$y = 2$	1	$y = 2$
x	y																			
1	$y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$																			
2	$y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$																			
x	y																			
0	$y = 0 + 2 = 2$																			
1	$y = -1 + 2 = 1$																			
x	y																			
0	$y = 2$																			
1	$y = 2$																			

Unha persoa sae da súa vivenda a unha velocidade constante de 4 km/h. Calcule a expresión analítica e a gráfica da función que represente a distancia á súa vivenda ao longo do tempo.

Definimos primeiro as variables:

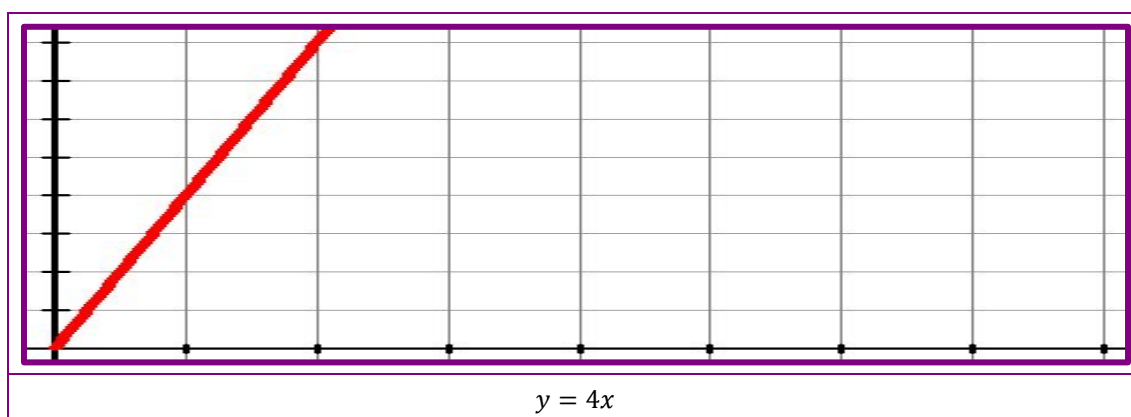
$x \rightarrow$ Tempo en horas.

$y \rightarrow$ Distancia á súa vivenda en km.

Facemos unha táboa de valores da función:

x	0	1	2	3
y	0	4	8	12

Sacamos en conclusión que a expresión analítica e a gráfica da función que buscamos é:



Actividades propostas

S17. Represente as gráficas das seguintes funcións lineais.

$y = -2x + 3$	$y = -1$
$y = \frac{x}{2} + 1$	$y = 4x - 3$

S18. Unha persoa que se encontra a 20 km da súa casa comeza a andar en liña recta en dirección a esta a unha velocidade de 4 km/h. Ache a expresión analítica da función que relaciona o tempo coa distancia á súa vivenda. Describa a función, represéntea graficamente e analice o punto de corte co eixe x.

S19. Un fontaneiro cobra por desprazamento 25 € e por cada hora de traballo 15 €. Ache a expresión analítica e gráfica da función que relaciona as horas de traballo e os euros que gaña o fontaneiro.

S20. O prezo dunha determinada tarifa de teléfono é de 6 €/mes polos datos consumidos ata 2 xigas e 0,15 € por establecemento de chamada realizada.

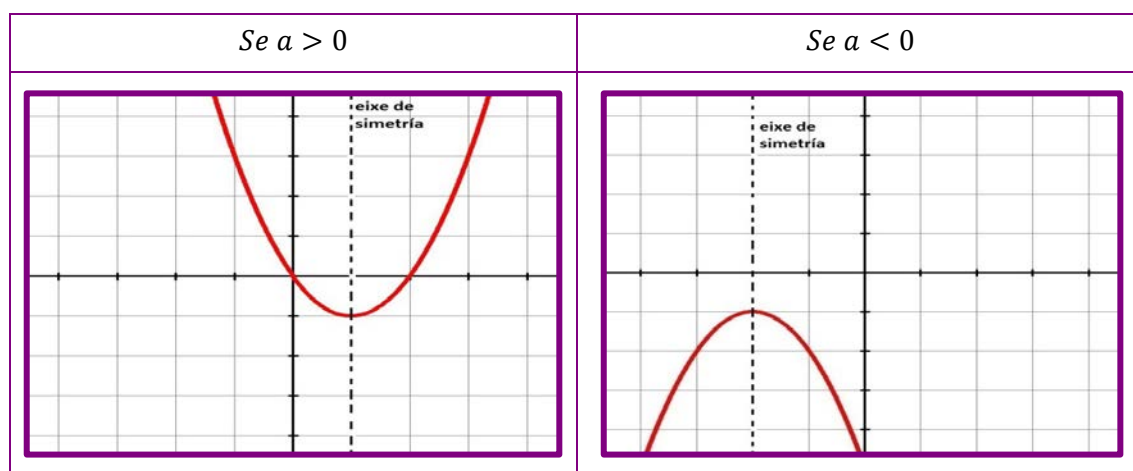
- Ache a expresión analítica da función que relaciona o número de chamadas realizadas coa cantidade que paga mensualmente.
- Se un mes realiza 15 chamadas, canto deberá pagar?
- Se pagou 7,05 €, cantas chamadas realizou?

S21. Un ciclista bebe a razón de 0,5 litros cada 10 km. Se o equipo de apoio para ese ciclista leva 40 litros de auga. Calcule a expresión da función que relaciona os km percorridos coa cantidade de auga que lle queda ao equipo. Despois de 240 km, cantos litros de auga lle quedan ao equipo?

2.2.2 Función cadrática

Unha función cadrática ten por expresión analítica $y = ax^2 + bx + c$, sendo a , b e c números reais e cumprindo que $a \neq 0$. A súa gráfica chámase parábola e trátase dunha curva simétrica con respecto a un eixe paralelo ao eixe OY.

- Se $a > 0$, a parábola ten un mínimo.
- Se $a < 0$, a parábola ten un máximo.



Para a representación gráfica dunha función cadrática é recomendable realizar unha serie de pasos, vexámoslos nas seguintes actividades resoltas:

Actividade resolta

Ache a gráfica da seguinte función cadrática $y = x^2 - 6x + 5$.

- Calculemos o vértice da parábola que se encontra no punto $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$.

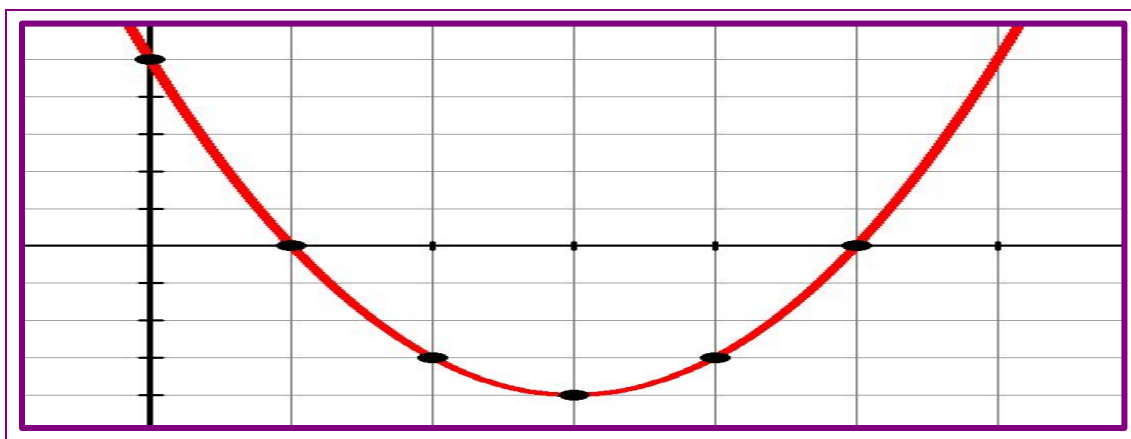
Neste caso $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right) = \left(\frac{6}{2 \cdot 1}, \frac{-36+4 \cdot 1 \cdot 5}{4 \cdot 1}\right) = (3, -4)$.

- Sabemos que este punto é un mínimo, posto que $a > 0$.
- Facemos unha táboa de valores próximos ao vértice, basta con dous valores de x .

x	y
2	-3
4	-3

Se os valores están á mesma distancia do vértice, os valores que nos proporciona a función son os mesmos.

- Calculemos os puntos de corte.
 - Eixe x . Resolvemos $x^2 - 6x + 5 = 0$ e obtemos os puntos $(1,0)$ e $(5,0)$.
 - Eixe y . Para $x = 0$ obtemos $y = 5$, polo tanto no punto $(0,5)$.
- Representemos todos os puntos obtidos e uníndoos, debuxamos a parábola.



Un neno pequeno golpea unha bóla de bádminton. A altura á que se encontra en cada instante, t , expresada en segundos, vén dada pola seguinte expresión, $h = 4t - t^2$.

- Debuxe a gráfica da función.
- En que momento acadou a máxima altura?
- Cando caeu, canto tempo levaba a bóla no aire?

Para debuxar a parábola seguimos os pasos do exercicio anterior:

- Calculamos o vértice da parábola que se encontra no punto $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$.

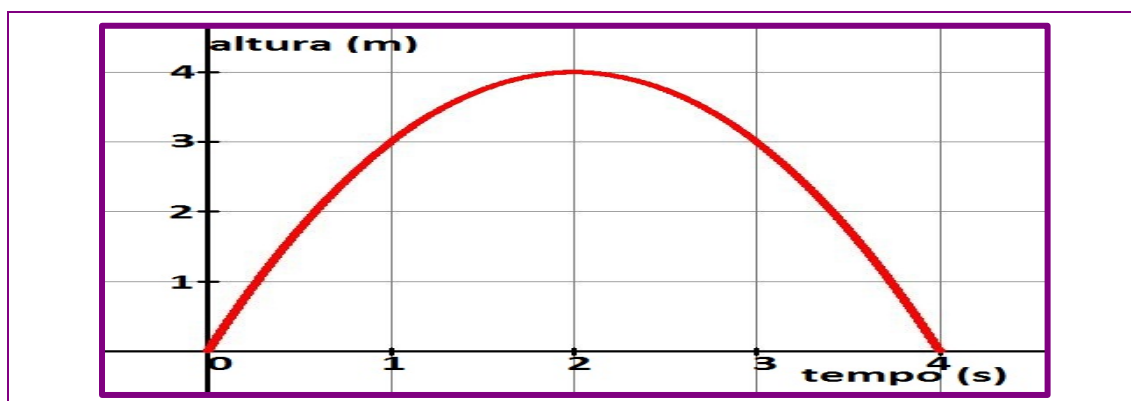
Neste caso $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right) = \left(\frac{-4}{2 \cdot (-1)}, \frac{-16+4 \cdot (-1) \cdot 0}{4 \cdot (-1)}\right) = (2, 4)$.

- Sabemos que este punto é un máximo posto que $a < 0$.
- Faremos unha táboa de valores próximos ao vértice, basta con dous valores de x .

x	y
1	3
3	3

Se os valores están á mesma distancia do vértice, os valores que nos proporciona a función son os mesmos.

- Calculemos os puntos de corte:
 - Eixe x . Resolvemos $-t^2 + 4t = 0$ e obtemos os puntos $(0,0)$ e $(4,0)$.
 - Eixe y . Para $x = 0$ obtemos $y = 0$, polo tanto no punto $(0,0)$. Isto xa podíamos deducilo posto que sabemos que só pode cortar o eixe OY nun só punto.
- Representemos todos os puntos obtidos e uníndoos, debuxamos a parábola.



A altura máxima acadouna aos 2 segundos e foi 4 metros. Cando caeu a pelota levaba no aire 4 segundos.

Actividades propostas

S22. Represente graficamente as seguintes funcións cadráticas:

$y = x^2 + 2x$	$y = -x^2 - 6x - 5$	$y = -x^2 + 2x + 3$
$y = 2x^2 - 8$	$y = x^2 - 6x$	$y = x^2 - 9$

S23. Os beneficios anuais dunha empresa de queixos galegos están dados pola función $y = 200x - 4x^2$, onde y se expresa en centos de euros e x en centos de queixos.

- Cantos queixos deben facer para que os beneficios sexan máximos?

- Cales serían, neste caso, os beneficios?
- A partir de que cantidade de queixos a empresa xeraría perdas?

S24. Reintroducimos para repoboar, unha raza extinta de cabra galega na serra do Courel. Ao principio reproducíronse rapidamente pero os recursos empezaron a escasear e a poboación decreceu. O número de individuos desta especie ao longo dos t anos vén dada pola expresión $I = -t^2 + 34t + 35$.

- Con cantos individuos se empezou a repoboar?
- En que momento a poboación acadou o seu máximo? Nese momento, cantos individuos había?

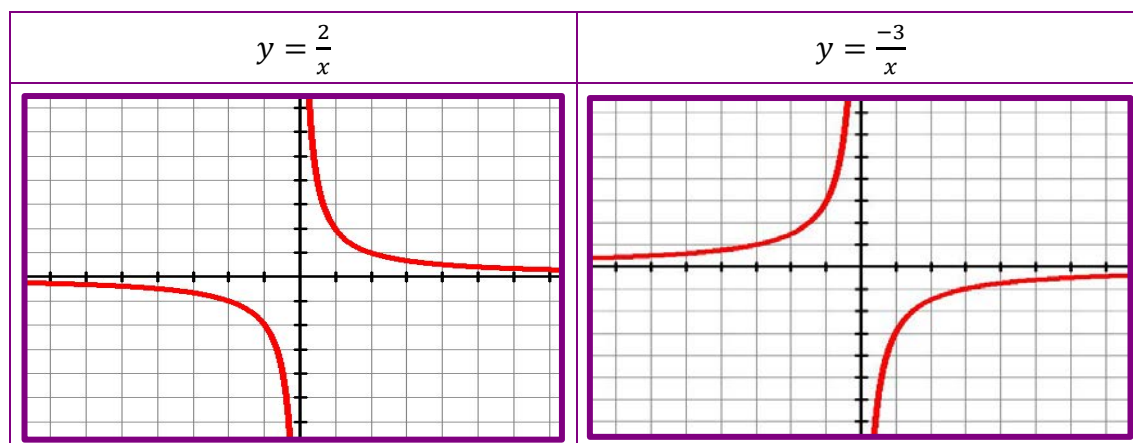
S25. Un xogador de fútbol encóntrase a 8 metros da portería. O porteiro está xusto na metade e pode parar calquera balón que pase a menos de 2,5 metros de altura. O xogador pode escoller dúas traxectorias, as correspondentes ás funcións cadráticas $y = -0,05x^2 + 0,4x$ ou $y = -0,2x^2 + 1,6x$. Cal das dúas traxectorias é a mellor? Explica o motivo.

2.2.3 Función de proporcionalidade inversa

As funcións de proporcionalidade inversa son aquelas cuxas expresións analíticas son da forma $y = \frac{k}{x}$, sendo k un número real distinto de cero.

As funcións de proporcionalidade inversa son aquelas que relacionan as magnitudes inversamente proporcionais.

Observe as gráficas das seguintes funcións de proporcionalidade inversa:



Actividade resolta

O prezo do alugueiro dunha furgoneta de 8 prazas é de 240 €. Calcule a expresión analítica da función que expresa a cantidade de cartos que debe pagar por persoa, en función do número de persoas que viaxen na furgoneta.

Faremos para iso unha táboa de valores que nos axude a visualizar a dita expresión:

X	Número de persoas que viaxan na furgoneta	1	2	3	4
Y	€ / persoa que viaxa na furgoneta	240	120	80	60

Podemos observar que $x \cdot y = 240$, polo tanto a expresión é $y = \frac{240}{x}$.

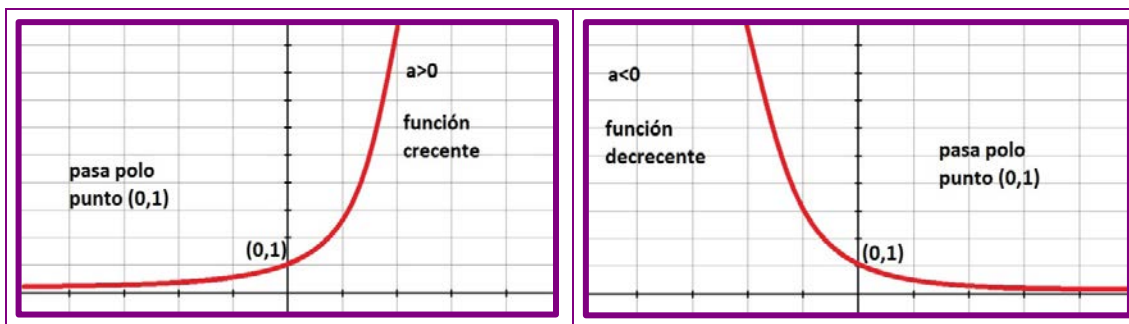
Actividades propostas

- S26. Uns avós deciden pagarlles aos seus netos e netas por pintar o piso onde veranean 3.000 €. Estes cartos deben repartilos entre os netos e netas que colaboren no traballo. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión analítica da función que exprese os cartos que recibirá cada neto ou neta, en función do número de participantes no traballo.
- S27. Facemos un pedido de penso para alimentar durante 30 días aos 5 cans que teño na casa, 3 son nosos e 2 de dous veciños que pensan ir de vacacións. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión da función que relaciona o número de cans co tempo que duraría a comida. Se os donos deciden non ir no último momento de vacacións, para canto tempo nos duraría a comida?
- S28. Pedimos un orzamento a unha axencia de viaxes sobre o prezo dunha determinada actividade que custa 1800 € para o alumnado dunha universidade. Búscase patrocinadores para sufragar os gastos da actividade e estes pagarán a partes iguais. Faga unha táboa de valores onde as variables sexan o número de patrocinadores e os cartos que achega cada patrocinador para pagar a actividade. Cal será a expresión da función que relaciona estas dúas variables?

2.2.4 Función exponencial

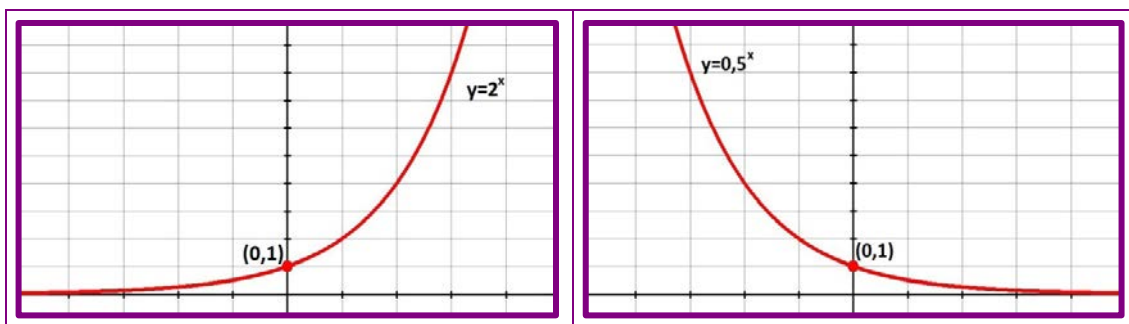
A función exponencial é unha función da forma $y = a^x$, onde a é un número real positivo e distinto de 1.

A gráfica da función exponencial é unha curva como as que se mostran a continuación:



Actividade resolta

Debuxe as gráficas das funcións $y = 2^x$ e $y = 0,5^x$.



Un determinado virus reproducése por bipartición cada minuto. Conseguimos illar un deles e propiciamos un ambiente apto para a súa multiplicación. Ache a expresión da función que representa o dito experimento e que relacione o tempo e o número de virus en función do tempo transcorrido.

Definimos as seguintes variables:

$x \rightarrow$ Tempo transcorrido medido en minutos.

$y \rightarrow$ Número de virus que hai ao longo do tempo.

A expresión quedaría do seguinte xeito: $y = 2^x$, e permitiríanos responder a preguntas como:

Cantos virus hai despois de 10 minutos?

A resposta sería moi sinxela, bastaría substituír $x = 10$ na expresión e obteríamos como resultado 1.024.

Curiosidade matemática

Existe un número nas matemáticas de especial importancia, o número $e = 2,71828182846 \dots$. A función $y = e^x$ aparece nas principais ecuacións da física, da química, da economía etc. Esta función aparece, por exemplo, en ecuacións que expresan o crecemento de certas poboacións de virus e bacterias, nos intereses bancarios, nas probas do carbono 14, utilizadas para datar por exemplo a idade xeolóxica dos fósiles etc.

Actividades propostas

- S29. Estímase que o prezo da vivenda subirá anualmente un 5,5%. Valórase o prezo dunha determinada vivenda en 135.000 €. Ache a expresión analítica da función que expresa ao longo dos anos a valoración desta vivenda. Cal será a valoración dentro de 5 anos?
- S30. Investimos durante 25 anos un capital de 50.000€ ao 3%. Ache a expresión da función que expresa o capital obtido co tempo en anos. Cal será o capital despois de 15 anos?
- S31. Propoñémonos aforrar todos os días o dobre do anterior. Se comezamos por 5 céntimos, calcule a función que expresa o capital aforrado ao longo dos días. Cal é a cantidade que tería que aforrar o último día do mes (30 días)? É factible o propósito?
- S32. Un determinado antibiótico moi potente fai que a cantidade de certas bacterias no corpo se reduza á metade cada hora que pasa. Estímase que a cantidade de bacterias presente no corpo cando tomamos o antibiótico é de 100 millóns delas. Ache a expresión analítica da función que relaciona as horas coa cantidade de bacterias no corpo. Pasado un día, cantas bacterias se estima que haxa no corpo?

2.2.5 Función logarítmica

Que acontecería se tivéssemos que calcular o valor de x que cumprise $2^x = 8$? A resposta sería moi sinxela posto que $2^3 = 8$. O valor sería $x = 3$.

Para resolver este tipo de problemas é polo que se define unha nova operación matemática chamada logaritmo en base a .

$$\log_a P = x \leftrightarrow a^x = P$$

Actividade resolta

Calcule os seguintes logaritmos e explique o motivo.

$\log_2 8 = 3$ <i>porque</i> $2^3 = 8$	$\log_3 9 = 2$ <i>porque</i> $3^2 = 9$
$\log_2 \frac{1}{2} = -1$ <i>porque</i> $2^{-1} = \frac{1}{2}$	$\log_5 125 = 3$ <i>porque</i> $5^3 = 125$

Ao igual que se definen as funcións exponenciais $y = a^x$, con $a > 0$ e $a \neq 1$ representan o desenvolvemento de certos procesos, tamén se poden definir as funcións que representen os procesos inversos. Vimos no apartado anterior que a función $y = 2^x$ representaba o número de virus ao longo do tempo. Se nos interesase saber a expresión que representa o tempo en función do número de virus, obteríamos a función logarítmica (función inversa á primeira) $y = \log_2 x$.

Actividade resolta

Un determinado virus reproducése por bipartición cada minuto. Para isto conseguimos illar un deles e propiciamos un ambiente apto para a súa multiplicación. Calcule a expresión da función que representa o tempo transcorrido en función do número de virus.

Definimos as seguintes variables:

$x \rightarrow$ Número de virus que hai ao longo do tempo.

$y \rightarrow$ Tempo transcurrido medido en minutos.

Fagamos unha táboa de valores que nos axuden a ver como se desenvolve o proceso:

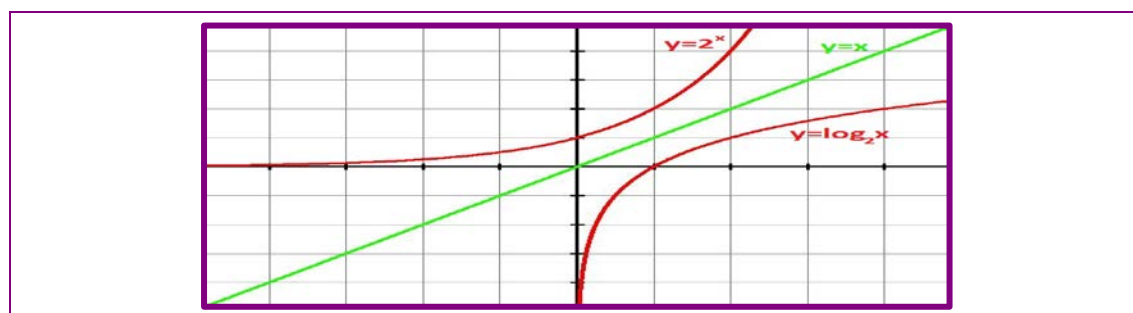
x	Número de virus	1	2	4	8	16	32	64
y	Tempo transcurrido	0	1	2	3	4	5	6

A expresión quedaría do seguinte xeito: $y = \log_2 x$, e permitiríanos responder a preguntas como:

Cantos tempo transcorreu se hai un total de 1.024?

A resposta sería moi sinxela, bastaría substituír $x = 1.024$ na expresión e obteríamos como resultado 10 min.

As funcións $y = 2^x$ e $y = \log_2 x$ dicimos que son **funcións inversas** e as súas gráficas son simétricas respecto á recta $y = x$. Isto é algo que sucede con todas as funcións e as súas inversas aínda que non profundaremos sobre isto neste módulo IV. Vexa a gráfica destas dúas funcións:



Curiosidade matemática

Como a función exponencial, a función logarítmica utilízase con asiduidade nos cálculos e desenvolvemento das matemáticas, as ciencias naturais e as ciencias sociais. Entre outros fins, úsase amplamente para «comprimir» a escala de medida de magnitudes cuxo crecemento, demasiado rápido, dificulta a súa representación visual ou a sistematización do fenómeno que representa.

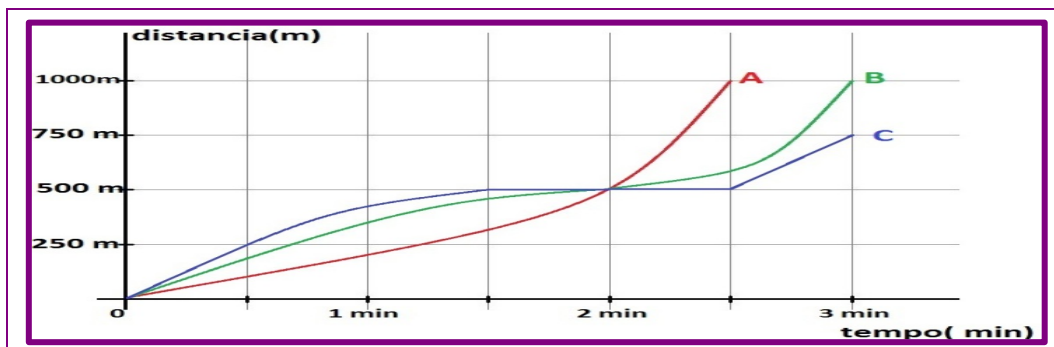
- Nas ciencias sociais, usámola en aplicacións sobre o crecemento ou decrecemento de certas poboacións.
- Na química, é famosa a utilización que se fai do logaritmo no estudo dos pH, que o utilizamos para calcular o nivel de acidez de determinados produtos.
- Na xeoloxía, é famosa a escala de Richter, utilizada para indicar a magnitude e forza dun terremoto.
- Na astronomía é moi útil pois os números son extremadamente grandes e hai que comprimilos en números máis fáciles de manexar. Por exemplo a intensidade da luz dunha estrela a moita distancia.

3. Actividades finais

S33. Mediuse a temperatura nunha das salas dun hospital durante 8 horas e construíuse a seguinte táboa de valores:

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8
Temperatura (°C)	14	15	18	25	28	24	19	15

- Ten sentido unir os puntos?
 - Debuxe a gráfica aproximada.
 - Se sabemos que a calefacción estaba acesa e que houbo un momento en que a apagaron, podería dicir en que momento a apagaron?
- S34. Nunha panadaría fannos unha oferta todos os xoves de final de mes: por cada dúas empanadas que compremos regalánnos unha. O prezo das empanadas é de 10 €.
- Faga unha táboa de valores que represente a dita oferta.
 - Trátase dunha función?
 - Cales son as variables?
 - Debuxe a gráfica con estes datos.
 - Ten sentido na gráfica debuxar as liñas que unen os puntos debuxados anteriormente?
- S35. Montamos a nosa filla pequena nunha nora de 2 metros de raio nas festas do barrio.
- Represente aproximadamente a gráfica da función que relaciona o número de voltas coa altura que acada a nena cando está subida na nora.
 - A gráfica da función repítese? Trátase dunha función periódica?
- S36. Tres corredores, A, B e C, participan nunha carreira. Fíxese na gráfica que representa a dita carreira e responda as seguintes preguntas:



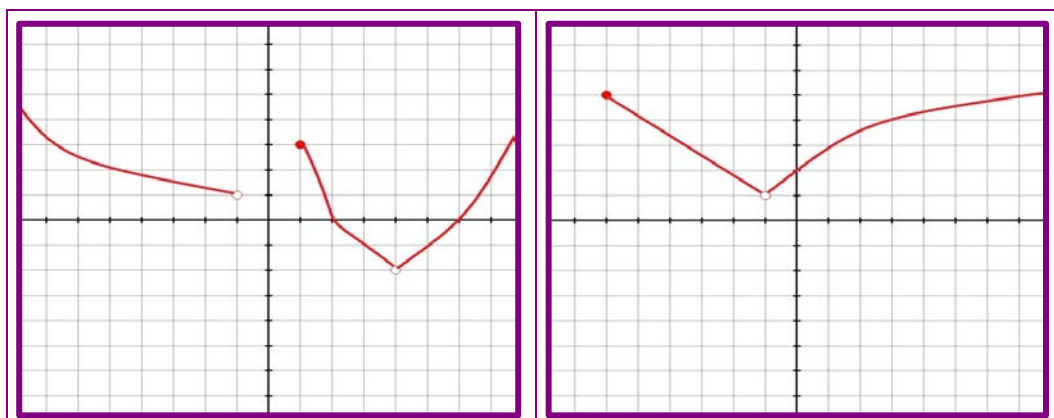
- Se sabemos que polo menos algún deles rematou todo o percorrido, podería dicir cal foi a distancia da carreira?
- Cantos corredores remataron todo o percorrido? Que corredor non rematou?
- Cal foi o primeiro en chegar á meta?
- Cal foi o corredor que empezou a maior ritmo? Adiantárono nalgún momento?
- Cal foi o corredor que chegou en primeiro lugar?

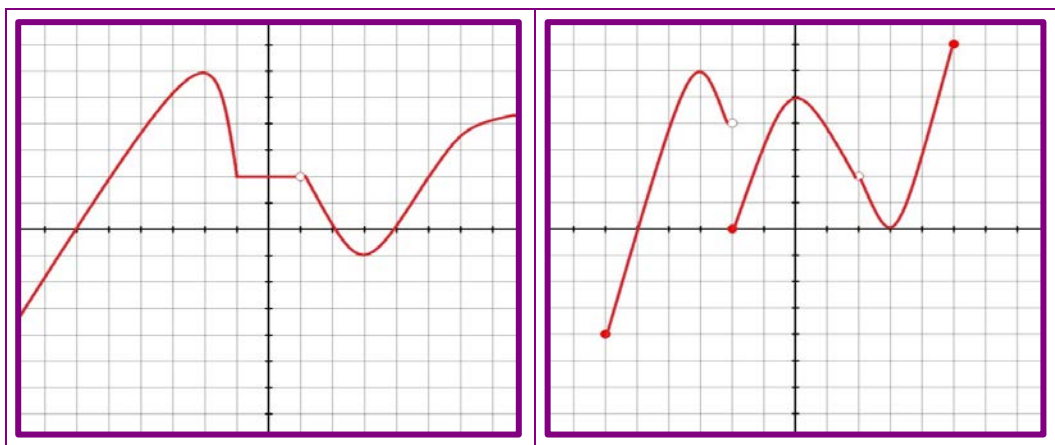
S37. Esta gráfica mostra a evolución da audiencia dunha cadea de radio ao longo dun día. Responda as seguintes preguntas:



- Trátase da gráfica dunha función?
- Expoña cales son as variables dependente e independente.
- En que horas aumenta a porcentaxe de audiencia ao longo do día? E en cales diminúe?
- A que hora se acada o máximo de audiencia? E o mínimo?
- Cal é a variación de audiencia entre as 10.00 h e as 15.00 h?

S38. Estude o dominio, puntos de corte cos eixes, crecemento/decrecemento, máximos e mínimos relativos e absolutos das seguintes funcións:





S39. Calcule o dominio das seguintes funcións expresadas mediante as súas expresións analíticas.

$y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 9}$	$y = \sqrt{x - 2}$
$y = \sqrt[4]{x - 3}$	$y = \frac{1}{3x - 9}$
$y = \sqrt[3]{x^2 + 2x - 3}$	$y = \frac{x - 2}{x^2 - x}$

S40. Unha persoa participa nunha carreira e corre a unha velocidade de 15 km/h. É un corredor de elite e estes teñen que saír 5 km antes da saída. Responda as seguintes preguntas:

- Faga unha táboa de valores da función que expresa os quilómetros dende a saída e o tempo en horas.
- Ache a función analítica da función anterior.
- Despois de 5 horas, a que distancia se encontra da saída este corredor.
- Hai un control de carreira aos 47,5 km. Canto tempo leva correndo este corredor cando pasa por ese control?

S41. Unha compañía de teléfonos ofrécenos dúas tarifas para chamar a China. Na tarifa A temos que pagar unha cota fixa de 10 €/mes máis 0,05 €/min e na tarifa B pagamos as chamadas a 0,10 €/min.

- Calcule as expresións analíticas das funcións que expresan o gasto mensual en cada unha das tarifas en función dos minutos das chamadas realizadas.
- Ache o valor dos minutos para os que pagaría igual nas dúas tarifas.
- A partir de cantos minutos interesa unha ou outra tarifa?

- S42. Unha empresa que fabrica bicicletas obtén uns beneficios ao mes pola súa venda que veñen dados pola función $f(x) = -0,1x^2 + 350x - 20.000$. Responda as seguintes preguntas:
- Cantas bicicletas deben fabricarse para que o beneficio sexa máximo?
 - Nun mes de vacacións onde a fábrica non produce bicicletas, cales son as perdas nese mes?
 - Ache o dominio da función.
 - Ache os puntos de corte co eixe OX e explique como se desenvolven os beneficios en cada un dos intervalos que delimitan estes puntos neste eixe.
- S43. Faise un estudo de como lanza o martelo un lanzador de peso que vai a un campionato mundial para optimizar o seu esforzo. Analizan a traxectoria dos lanzamentos e os ordenadores proporciónannos esta función: $f(x) = -0,002x^2 + 0,16x + 1,8$. Responda as seguintes preguntas:
- A que altura máxima sobe o martelo?
 - Se a lonxitude mínima para asistir ao dito campionato é de 85 m, espérase que este lanzador de martelo compita neste campionato?
 - Cal é a altura do lanzador?
- S44. Un estanque tarda en encherse de auga 6 horas con 7 billas abertas. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión da función que relaciona o números de billas, x , co tempo, y , que tardan en encher de auga o estanque.
- S45. Unha familia ten un acuario e pretende alimentar durante 20 días os 40 peixiños que viven nel. Para iso compra comida para peixes.
- Que función proporciona o tempo que durará a comida en función do número de peixes que hai no acuario?
 - Se cando contan ben o número de peixiños encontra alí 50 peixes, canto tempo durará a comida?
- S46. Colocamos no banco 15.250 € ao 3,25% de interese anual. Responda as seguintes preguntas:
- Escriba a función que expresa o capital acumulado, y , en función do tempo, t , que permaneza o diñeiro no banco.
 - Canto tempo tardará en triplicarse?

S47. Nunha central nuclear temos unha determinada substancia radioactiva que se desintegra seguindo unha determinada regra $C(t) = 5 \cdot 0,5^{\frac{t}{5}}$, onde C é a cantidade de substancia radioactiva en kg e t o tempo en anos. Responda as seguintes preguntas:

- Que cantidade de substancia radioactiva hai ao principio?
- Que cantidade de substancia teremos dentro de 10 anos?
- Que tempo debe pasar para que a cantidade de substancia baixe ata a metade?

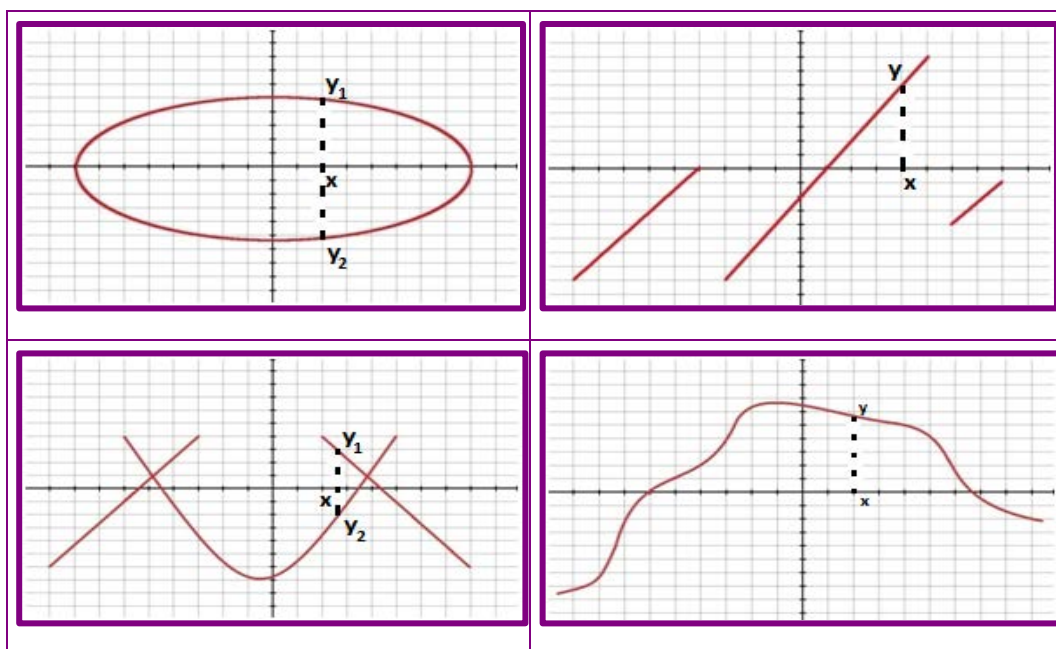
4. Solucionario

4.1 Actividades propostas

S1. Determine se os seguintes enunciados que relacionan magnitudes son ou non funcións. Solucións:

- Si é unha función porque para cada valor do raio correspóndelle un único valor da lonxitude.
- Non é función porque a un determinado peso poden corresponderlle varias alturas.
- Non é función porque a un número determinado de amigos poden corresponderlle varias cantidades de regalos percibidos.
- Si é unha función porque a cada número de bolas de pan compradas correspóndelle un único valor de euros que pagar.

S2. Indique se as seguintes gráficas corresponden ou non a unha función. Solución:



- As gráficas 1 e 3 non se corresponden con gráficas de funcións porque hai valores de x que lle corresponden dous valores de y .
 - As gráficas 2 e 4 si son dunha función porque para un valor calquera de x só lle corresponde un só valor de y .
- S3. A gráfica mostra a temperatura medida ao longo dun día de outono en Ourense. Solución:

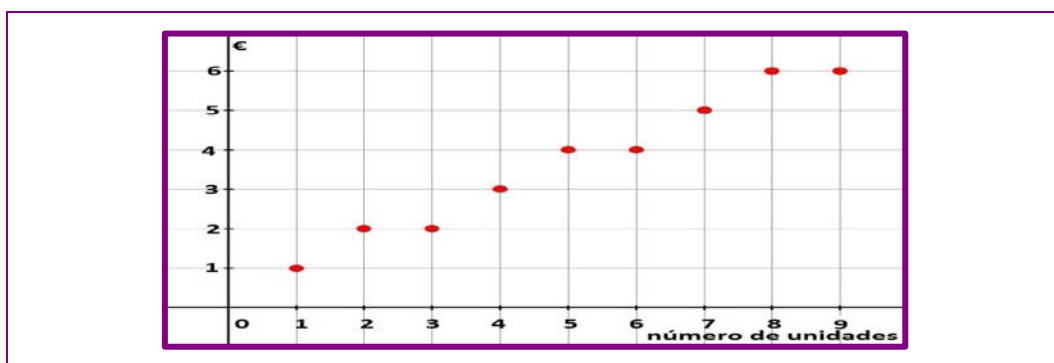
- É a gráfica dunha función porque a cada valor do tempo asígnalle un só valor das temperaturas. As variables son o tempo e a temperatura.
- Non se acadaron temperaturas negativas.
- Unha diferenza de 22 graos.
- A máxima de 24 e a mínima de 2.

S4. A seguinte gráfica mostra o desenvolvemento do percorrido nunha excursión que se fixo pola Serra do Courel. Solución:

- Trátase dunha función porque a cada valor de tempo asígnalle un único valor de distancia.
- A variable independente é o tempo medido en horas e a variable independente a distancia percorrida medida en quilómetros.
- 12 horas.
- Pararon por 1ª vez 2 horas das 10 ás 12 horas e por 2ª vez unha hora das 14 ás 15 horas.
- Estiveron en movemento 9 horas.
- Percorreron 50 km.
- No tramo AB.

S5. Nunha determinada tenda utilizan como produto en promoción un determinado envase de leite cuxo prezo é 1 € cada unidade. Non permiten vender por persoa máis de 9 envases. Solución:

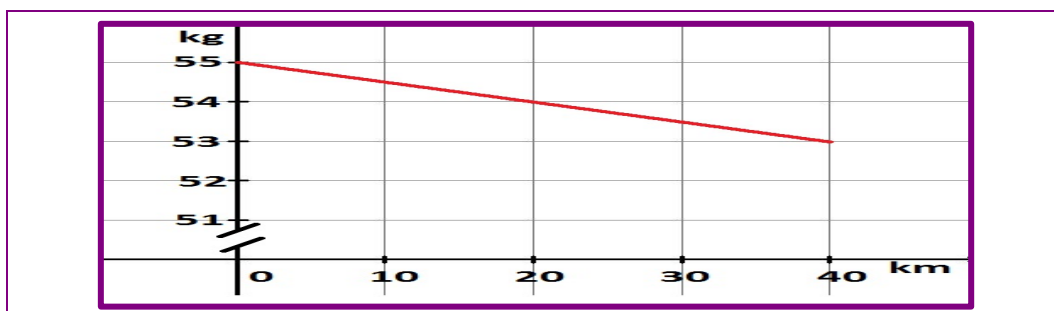
- Trátase dunha función porque a cada valor do número de unidades só lle asigna un único valor de euros que pagan.
- As variables son o número de unidades e os euros que pagan por elas.



- Non ten sentido comprar 1,5 unidades así que tampouco tería sentido unir os puntos.

- S6. A seguinte función $f(x) = 55 - 0,05x$ expresa o peso dun ciclista ao longo dunha carreira contra o reloxo de 40 Km, onde x son os km percorridos. Solucións:

- Pesa 55 kg ao principio da carreira. Ao final pesa 53 kg.
- 54 kg.



- S7. Esta gráfica representa o número de estudantes que ve a televisión ao longo dun día nunha pequena residencia de universitarios e universitarias cuxo número de prazas é de 50 e están todas cubertas. Solucións:

- 20 estudantes.
- Ás 15 h e ás 22 h.
- Pode ser debido a que a esas horas están xantando ou descansando despois de xantar.
- Ás 22 h están os 50 estudantes vendo a televisión.

- S8. Sacamos do conxelador un anaco de carne e deixámolo sobre a mesa da cociña. A seguinte gráfica mostra a variación da temperatura do anaco de carne ata que se desconxela completamente. Solucións:

- -15 graos.
- 0 graos.
- 10 graos.
- 20 graos.

- S9. Calcule o domino das seguintes funcións. Solución:

$(-6, 7]$	$(-\infty, -3) \cup [2, +\infty)$
$(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$	$\mathbb{R}$

S10. Calcule o dominio das seguintes funcións expresadas mediante as súas expresións analíticas. Solución:

$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$	$[-2, +\infty)$	$(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
$[-4, +\infty)$	$(-\infty, 2) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$	$\mathbb{R}$

S11. Ache o dominio das seguintes funcións. Solución:

- $[0, 24)$
- $[0, +\infty)$
- $1, 2, 3 \dots 29, 30.$

S12. Indique cales son os puntos de descontinuidade das funcións cuxas gráficas son as seguintes. Solución:

Descontinuidades en $x = -2$ e $x = 2$	Descontinuidade en $x = 1$
Descontinuidade en $x = -1$	Descontinuidades en $x = -2$ e $x = 0$

S13. Indique se as seguintes gráficas son ou non periódicas e o período en caso de que o sexan. Solución:

Período 4	Período 2
-----------	-----------

S14. Calcule os puntos de cortes cos dous eixes das seguintes funcións. Solucións:

$eixe OX \rightarrow (-2, 0) \text{ e } \left(\frac{-1}{2}, 0\right)$ $eixe OY \rightarrow (0, -2)$	$eixe OX \rightarrow (-3, 0)$ $eixe OY \rightarrow (0, 3)$
$eixe OX \rightarrow (2, 0)$ $eixe OY \rightarrow (0, 6)$	$eixe OX \rightarrow (1, 0) \text{ e } (3, 0)$ $eixe OY \rightarrow (0, 3)$

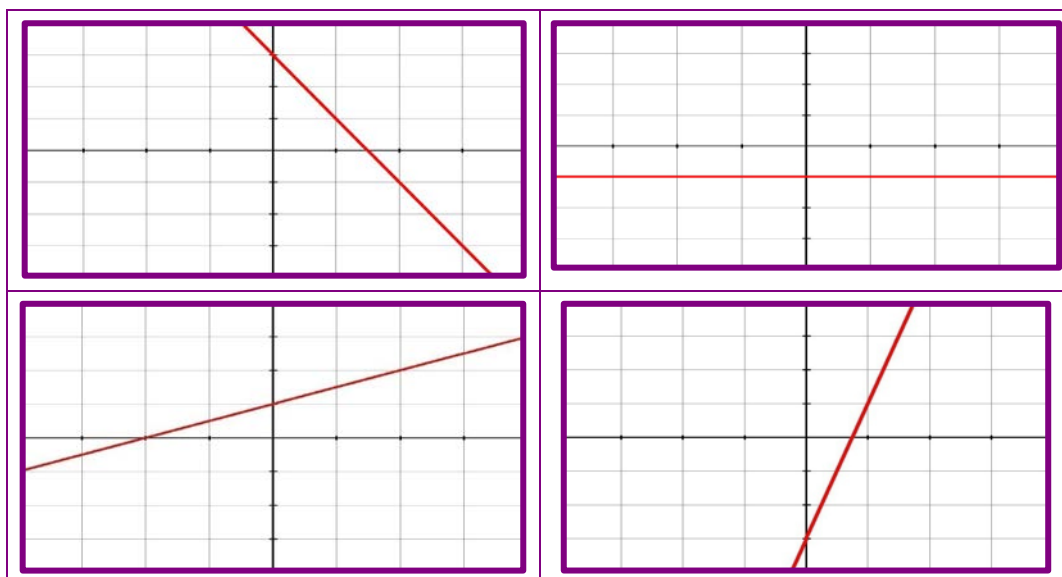
S15. Ache os intervalos onde as seguintes funcións son crecentes e decrecentes. Solucións:

$\uparrow \text{ en } (-3, -1) \cup (2, 3)$ $\downarrow \text{ en } (-5, -3) \cup (-1, 2) \cup (3, 5)$	$\text{constante en } (-\infty, -3)$ $\uparrow \text{ en } (-1, 1) \cup (2, +\infty)$ $\downarrow \text{ en } (-3, -1)$
$\uparrow \text{ en } (-2, -1) \cup (3, 5)$ $\downarrow \text{ en } (-5, -3) \cup (1, 2)$	$\text{constante en } (2, +\infty)$ $\uparrow \text{ en } (-3, -1) \cup (0, 2)$ $\downarrow \text{ en } (-\infty, -3)$

S16. Indique os máximos e mínimos relativos e absolutos nestas gráficas de funcións. Solucións:

En $(-1,1)$ e $(1,1)$ hai máximos relativos e absolutos.	En $(-1, -1)$ hai un mínimo absoluto.
En $(-4, -6)$ hai un mínimo relativo e absoluto, en $(-1,7)$ hai un máximo relativo e en $(4, -3)$ hai un mínimo relativo.	En $(-4,6)$ hai un máximo relativo e absoluto, en $(0, -7)$ hai un mínimo relativo e en $(4,4)$ hai un máximo relativo.

S17. Represente as gráficas das seguintes funcións lineais. Solución:



S18. Unha persoa que se encontra a 20 km da súa casa comeza a andar en liña recta en dirección a esta a unha velocidade de 4 km/h. Ache a expresión analítica da función que relaciona o tempo coa distancia á súa vivenda. Describa a función, represéntea graficamente e analice o punto de corte co eixe x. Solucións:

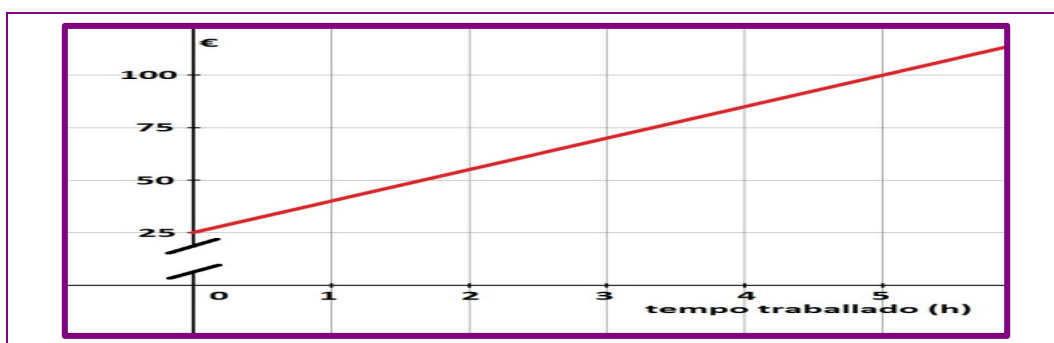
- A expresión é $y = 20 - 4x$ onde x é o tempo medido en horas e y a distancia á súa casa.
- A función é decrecente posto que a medida que pasa o tempo a persoa acércase á súa vivenda.



- Corta no punto (5,0) que significa que ás 5 horas de comenzar a andar, chegou á súa casa.

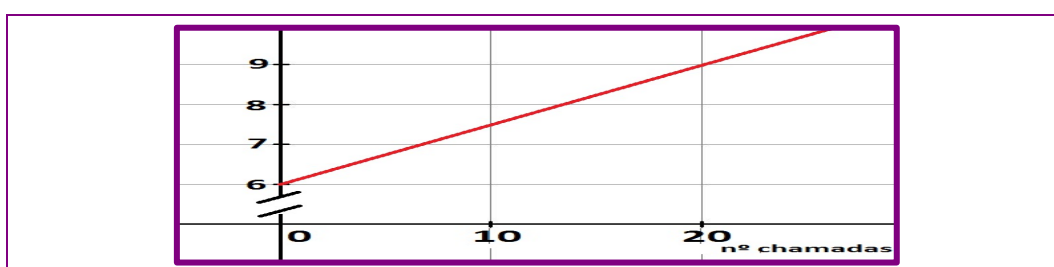
S19. Un fontaneiro cobra por desprazamento 25 € e por cada hora de traballo 15 €. Ache a expresión analítica e gráfica da función que relaciona as horas de traballo e os euros que gaña o fontaneiro. Solucións:

- A expresión analítica é $y = 25 + 15x$, onde x son as horas que traballa o fontaneiro e y a cantidade que cobra en euros.



S20. O prezo dunha determinada tarifa de teléfono é de 6 €/mes polos datos consumidos ata 2 xigas e 0,15 € por establecemento de chamada realizada. Solucións:

- A expresión analítica é $y = 6 + 0,15x$, se x é o número de chamadas e y a cantidade que debemos pagar.

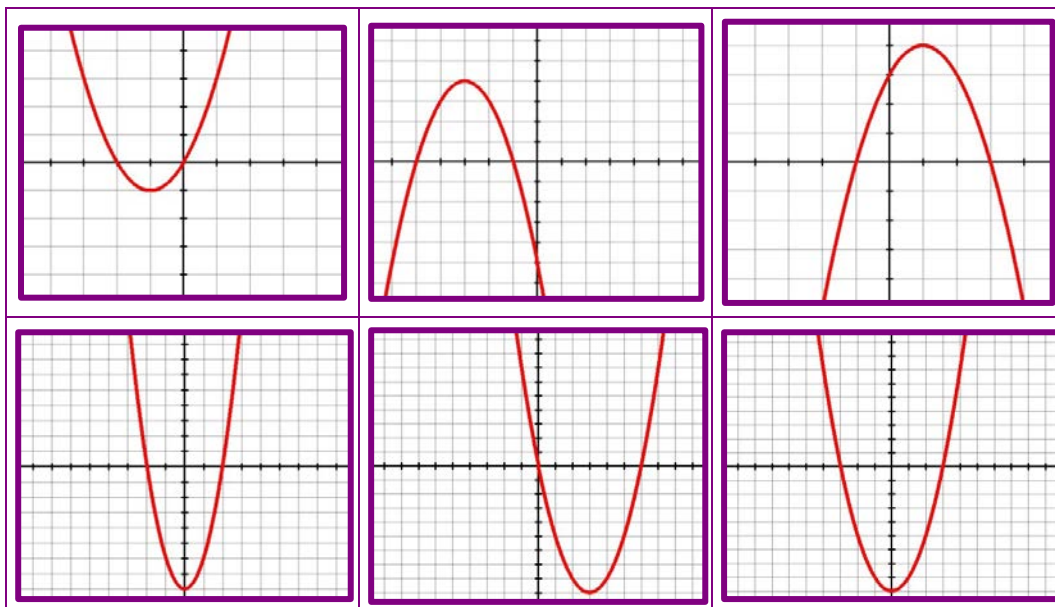


- 8,25 €.
- 7 chamadas.

S21. Un ciclista bebe a razón de 0,5 litros cada 10 km. Se o equipo de apoio para ese ciclista leva 40 litros de auga. Calcule a expresión da función que relaciona os km percorridos coa cantidade de auga que lle queda ao equipo. Despois de 240 km, cantos litros de auga lle quedan ao equipo? Solucións:

- A expresión analítica é $y = 40 - 0,05x$, se x é o número de km percorridos e y o número de litros que ten o equipo de apoio.
- Despois de 240 km o equipo só ten 28 litros.

S22. Represente graficamente as seguintes funcións cadráticas. Solucións:



S23. Os beneficios anuais dunha empresa de queixos galegos están dados pola función $y = 200x - 4x^2$, onde y se expresa en centos de euros e x en centos de queixos. Solucións:

- O beneficio é máximo cando se fan 2.500 queixos.
- Os beneficios serían máximo 250.000 €.
- A partir dos 5.000 queixos.

S24. Reintroducimos para repoboar, unha raza extinta de cabra galega na serra do Courel. Ao principio reproducíronse rapidamente pero os recursos empezaron a escasear e a poboación decreceu. O número de individuos desta especie ao longo dos t anos vén dada pola expresión $I = -t^2 + 34t + 35$. Solucións:

- 35 individuos.
- Os máximo da función é o punto (17,324), polo tanto aos 17 anos había 324 individuos.

S25. Un xogador de fútbol encóntrase a 8 metros da portería. O porteiro está xusto na metade e pode parar calquera balón que pase a menos de 2,5 metros de altura. O xogador pode escoller dúas traxectorias, as correspondentes ás funcións cadráticas $y = -0,05x^2 + 0,4x$ ou $y = -0,2x^2 + 1,6x$. Cal das dúas traxectorias é a mellor? Solucións:

Para a segunda porque o máximo acádase aos 4 metros cunha altura de 3,2 metros, polo tanto o porteiro non pararía o balón. Para a primeira quedaría só a 0,8 metros.

- S26. Uns avós deciden pagarlles aos seus netos e netas por pintar o piso onde veranean 3.000 €. Estes cartos deben repartilos entre os netos e netas que colaboren no traballo. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión analítica da función que exprese os cartos que recibirá cada neto ou neta, en función do número de participantes no traballo. Solucións:

- A táboa de valores é:

x	Número de netos e netas que traballan	1	2	3
y	Cantidade en € que percibirá cada un deles	3000	1500	1000

- A función é $y = \frac{3.000}{x}$.

- S27. Facemos un pedido de penso para alimentar durante 30 días aos 5 cans que teño na casa, 3 son nosos e 2 de dous veciños que pensan ir de vacacións. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión da función que relaciona o número de cans co tempo que duraría a comida. Se os donos deciden non ir no último momento de vacacións, para canto tempo nos duraría a comida? Solucións:

- A táboa de valores é:

x	Número de cans	5	1	2	3
y	Tempo que durará a comida (días)	30	150	75	50

- A función é $y = \frac{150}{x}$.

- A comida para os nosos 3 cans duraría 50 días.

- S28. Pedimos un orzamento a unha axencia de viaxes sobre o prezo dunha determinada actividade que custa 1800 € para o alumnado dunha universidade. Búscase patrocinadores para sufragar os gastos da actividade e estes pagarán a partes iguais. Faga unha táboa de valores onde as variables sexan o número de patrocinadores e os cartos que achega cada patrocinador para pagar a actividade. Cal será a expresión da función que relaciona estas dúas variables? Solucións:

- A táboa de valores é:

x	Número de patrocinadores	1	2	3
y	Cantidade que paga cada patrocinador (€)	1.800	900	600

- A función é $y = \frac{1800}{x}$.

- S29. Estímase que o prezo da vivenda subirá anualmente un 5,5%. Valórase o prezo dunha determinada vivenda en 135.000 €. Ache a expresión analítica da función que expresa ao longo dos anos a valoración desta vivenda. Cal será a valoración dentro de 5 anos? Solucións:
- A expresión é $y = 135000 \cdot 1,055^x$.
 - Dentro de 5 anos valerá 176.439,60 €
- S30. Investimos durante 25 anos un capital de 50.000€ ao 3%. Ache a expresión da función que expresa o capital obtido co tempo en anos. Cal será o capital despois de 15 anos? Solucións:
- A expresión é $y = 50.000 \cdot 1,03^x$
 - Dentro de 15 haberá 77.898,37 €
- S31. Propoñémonos aforrar todos os días o dobre do anterior. Se comezamos por 5 céntimos, calcule a función que expresa o capital aforrado ao longo dos días. Cal é a cantidade que tería que aforrar o último día do mes (30 días)? É factible o propósito. Solucións:
- A expresión analítica é $y = 5 \cdot 2^x$ onde x é o número de días e y exprésase en céntimos.
 - O último día do mes teríamos que aforrar 5.368.709.120 céntimos, é dicir, 53.587.091,20 €. Sería imposible aforrar isto a este ritmo.
- S32. Un determinado antibiótico moi potente fai que a cantidade de certas bacterias no corpo se reduza á metade cada hora que pasa. Estímase que a cantidade de bacterias presente no corpo cando tomamos o antibiótico é de 100 millóns delas. Ache a expresión analítica da función que relaciona as horas coa cantidade de bacterias no corpo. Pasado un día, cantas bacterias se estima que haxa no corpo? Solucións:
- A expresión é $y = 100.000.000 \cdot 0,5^x$.
 - Despois das 24 horas haberá $y = 100000000 \cdot 0,5^{24} = 5,96$, é dicir, unhas 6 bacterias no corpo aproximadamente.

4.2 Actividades finais

S33. Mediuse a temperatura nunha das salas dun hospital durante 8 horas e construíuse a seguinte táboa de valores. Solucións:

- Ten sentido unir os puntos para darnos unha idea aproximada de como sería a gráfica da función que describe o fenómeno que estamos a estudar aínda que non achegaría datos moi precisos.
- A gráfica sería aproximadamente deste xeito:



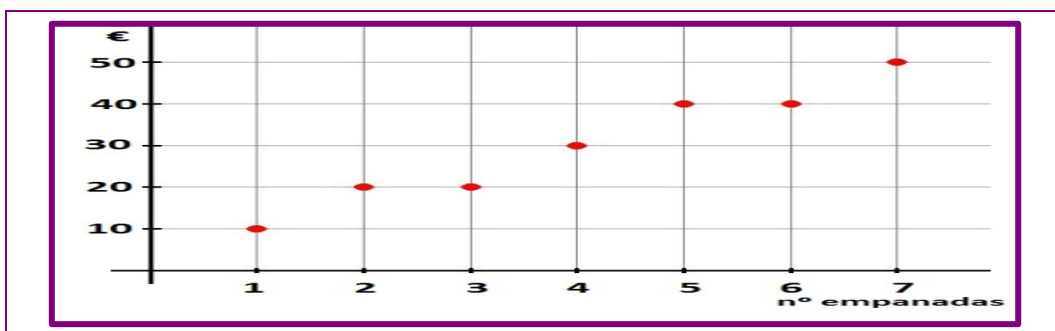
- Aproximadamente na quinta hora apagaron a calefacción. Este dato, como dixemos non é preciso porque non sabemos exactamente ata que hora subiu a temperatura.

S34. Nunha panadaría fannos unha oferta todos os xoves de final de mes: por cada dúas empanadas que compremos regalánnos unha. O prezo das empanadas é de 10 €. Solucións:

- A táboa de valores é:

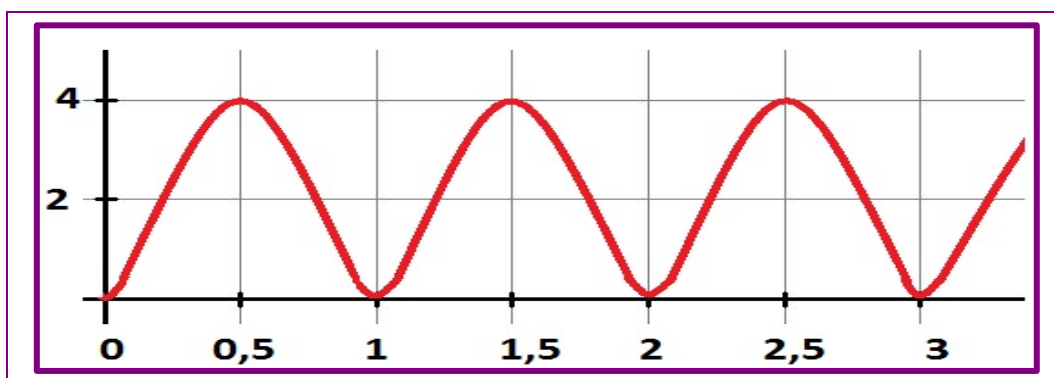
Número de empanadas	1	2	3	4	5	6	7
Prezo que debemos pagar en €	10	20	20	30	40	40	50

- Trátase dunha función porque a cada valor da variable “número de empanadas” correspóndelle un único valor da variable “prezo en € que debemos pagar”.



- Non ten sentido debuxar as liñas que unen os puntos porque a función non está definida en puntos intermedios, é dicir, non existe 1,33 empanadas por exemplo.

- S35. Montamos a nosa filla pequena nunha nora de 2 metros de raio nas festas do barrio. Solucións:



- A función é periódica con período 1 porque a nora sube de igual xeito cada volta.
- S36. Tres corredores, A, B e C, participan nunha carreira. Fíxese na gráfica que representa a dita carreira e responda as seguintes preguntas. Solucións:
- 1.000 metros.
 - Remataron dous corredores, A e B. O corredor C non rematou.
 - O corredor A.
 - Empezou a maior ritmo o corredor A e adiantárono os corredores B e C aos 2 minutos.
 - Chegou en primeiro lugar o corredor A.
- S37. Esta gráfica mostra a evolución da audiencia dunha cadea de radio ao longo dun día. Responda as seguintes preguntas. Solucións:
- Trátase da gráfica dunha función porque a cada valor das horas do día lle fai corresponder unha porcentaxe de audiencia.
 - A variable independente é “horas do día” e a variable dependente “porcentaxe de audiencia”.
 - A audiencia sobe en porcentaxe das 00.00 ata 2.00h, das 5.00 ata as 08.00h, das 10.00 ata as 15.00h e das 22.00 ata as 00.00h do día seguinte. No resto de horas, a porcentaxe baixa.
 - O máximo acádase ás 15.00 h e o mínimo ás 10.00 h.
 - A variación da porcentaxe é dun 16%.

- S38. Estude o dominio, puntos de corte cos eixes, crecemento/decrecemento, máximos e mínimos relativos e absolutos das seguintes funcións. Solucións:

Dominio: $(-\infty, -1) \cup [1, 4) \cup (4, +\infty)$ Puntos de corte eixe OX: (2,0) e (6,0) Puntos de corte eixe OY: Non hai. Crecemento: $(4, +\infty)$ Decrecemento: $(-\infty, -1) \cup (1,4)$ Constante: Máximos relativos: Non hai Mínimos relativos: Non hai. Máximos absolutos: Non hai. Mínimos absolutos: Non hai.	Dominio: $[-6, -1) \cup (-1, +\infty)$ Puntos de corte eixe OX: Non hai. Puntos de corte eixe OY: (0,2) Crecemento: $(-1, +\infty)$ Decrecemento: $(-6, -1)$ Máximos relativos: Non hai Mínimos relativos: Non hai. Máximos absolutos: Non hai. Mínimos absolutos: Non hai.
Dominio: $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ Puntos de corte eixe OX: $(-6,0)$, (2,0) e (4,0) Puntos de corte eixe OY: (0,2) Crecemento: $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ Decrecemento: $(-2, -1) \cup (1,3)$ Constante: $(-1,1)$ Máximos relativos: $(-2,6)$ Mínimos relativos: $(3, -1)$ Máximos absolutos: $(-2,6)$ Mínimos absolutos: Non hai.	Dominio: $[-6,2) \cup (2, 5]$ Puntos de corte eixe OX: $(-5,0)$, $(-2,0)$ e (3,0) Puntos de corte eixe OY: (0,5) Crecemento: $(-6, -3) \cup (-2,0) \cup (3,5)$ Decrecemento: $(-3, -2) \cup (0,2) \cup (2,3)$ Máximos relativos: $(-3,6)$ e (0,5) Mínimos relativos: (3,0) Máximos absolutos: (5,7) Mínimos absolutos: $(-6, -4)$

- S39. Calcule o dominio das seguintes funcións expresadas mediante as súas expresións analíticas. Solucións:

$Domf = (-\infty, -3) \cup (-3,3) \cup (3, +\infty)$	$Domf = [2, +\infty)$
$Domf = [3, +\infty)$	$Domf = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
$Domf = \mathbb{R}$	$Domf = (-\infty, 0) \cup (0,1) \cup (1, +\infty)$

- S40. Unha persoa participa nunha carreira e corre a unha velocidade de 15 km/h. É un corredor de elite e estes teñen que saír 5 km antes da saída. Responda as seguintes preguntas. Solucións:

Tempo (h)	0	1	2	3	4	5	6
Distancia dende a saída (km)	-5	10	25	40	55	70	85

- $y = 15x - 5$
- Encóntrase a 70 km da saída.
- Leva correndo 3,5 h.

- S41. Unha compañía de teléfonos ofrécenos dúas tarifas para chamar a China. Na tarifa A temos que pagar unha cota fixa de 10 €/mes máis 0,05 €/min e na tarifa B pagamos as chamadas a 0,10 €/min. Solucións:

Tarifa A	$y = 0,05x + 10$
Tarifa B	$y = 0,10x$

- Se realizo 200 min en chamadas pagaría igual en calquera das tarifas.
 - Interésame máis a tarifa A se gasto máis de 200 min, e a tarifa B no caso contrario.
- S42. Unha empresa que fabrica bicicletas obtén uns beneficios ao mes pola súa venda que veñen dados pola función $f(x) = -0,1x^2 + 350x - 20.000$. Responda as seguintes preguntas. Solucións:

- Posto que $a = -0,1 < 0$, a parábola ten un máximo no vértice. Utilizando a fórmula exposta na unidade, $x = 1.750$ bicicletas.
- Nun mes de vacacións non se fabrican bicicletas, así que $f(0) = -20.000$ €.
- O dominio como función matemática evidentemente é $\mathbb{R}$, pero neste caso o dominio só ten sentido para $[0, +\infty)$ posto que non se pode fabricar un número de bicicletas negativo.
- Os puntos de corte son aproximadamente estes:

$$x = \frac{-350 \pm \sqrt{114.500}}{2 \cdot (-0,1)} \rightarrow x_1 \approx 58 \text{ e } x_2 \approx 3442$$

Cando se fabrican ata aproximadamente 58 bicicletas os beneficios son negativos. Dende aproximadamente 58 ata 3.442 bicicletas os beneficios son positivos e a partir de aí os beneficios volven ser negativos. No primeiro intervalo non se producen as suficientes bicicletas para que haxa beneficios, no segundo intervalo hai beneficios e no terceiro intervalo os beneficios volven ser negativos debidos a moitas posibles causas. Por exemplo, a empresa non dispón dun sitio para almacenar as bicicletas e ten que investir en lugares para almacenalas, e polo tanto isto xera gastos.

- S43. Faise un estudo de como lanza o martelo un lanzador de peso que vai a un campionato mundial para optimizar o seu esforzo. Analizan a traxectoria dos lanzamentos e os ordenadores proporcionánnos esta función: $f(x) = -0,002x^2 + 0,16x + 1,8$. Responda as seguintes preguntas. Solucións:

- Posto que $a = -0,002 < 0$, a parábola ten un máximo no vértice. Utilizando a fórmula exposta na unidade, o vértice encóntrase en $x = 40$ m. Para calcular a altura máxima calcularemos $f(40) = 5$ m.
- Calculemos os puntos de corte co eixe OX e obtemos $x_1 = -10$ e $x_2 = 90$. Isto quere dicir que o martelo cae a 90 m e polo tanto o lanzador asistiría ao campionato.
- A altura do lanzador e $f(0) = 1,8$ m.

S44. Un estanque tarda en encherse de auga 6 horas con 7 billas abertas. Faga unha táboa de valores que nos axude a calcular a expresión da función que relaciona o números de billas, x , co tempo, y , que tardan en encher de auga o estanque. Solucións:

x	Número de billas	7	1	2	3
y	Horas	6	42	21	14

- A función ten como expresión $y = \frac{42}{x}$.

S45. Unha familia ten un acuario e pretende alimentar durante 20 días os 40 peixiños que viven nel. Para iso compra comida para peixes. Solucións:

x	Número de peixes	40	1	2	4
y	Número de días	20	800	400	200

- Entón a función é $y = \frac{800}{x}$.
- 16 días.

S46. Colocamos no banco 15.250 € ao 3,25% de interese anual. Responda as seguintes preguntas. Solucións:

- $y = 15.350 \cdot 1,0325^x$.
- Probando con valores de x , podemos chegar á conclusión de que tardaremos aproximadamente 34 anos e medio.

S47. Nunha central nuclear temos unha determinada substancia radioactiva que se desintegra seguindo unha determinada regra $C(t) = 5 \cdot 0,5^{\frac{t}{5}}$, onde C é a cantidade de substancia radioactiva en kg e t o tempo en anos. Solucións:

- 5 kg.
- $C(10) = 5 \cdot 0,5^2 = 1,25$ kg.
- $2,5 = 5 \cdot 0,5^{\frac{t}{5}} \rightarrow 0,5 = 0,5^{\frac{t}{5}} \rightarrow t = 5$ anos.

5. Glosario

C	▪ Continuidade	Unha función é continua cando a súa gráfica pode debuxarse dun só trazo.
	▪ Crecemento	Dada unha función $f(x)$, definida nun intervalo (a, b) . Se para calquera par de puntos x_1 e x_2 do intervalo, que cumpran que $x_1 < x_2$ acontece que $f(x_1) < f(x_2)$, entón a función é crecente no intervalo (a, b) .
D	▪ Decrecemento	Dada unha función $f(x)$, definida nun intervalo (a, b) . Se para calquera par de puntos x_1 e x_2 do intervalo, que cumpran que $x_1 < x_2$ acontece que $f(x_1) > f(x_2)$, entón a función é decrescente no intervalo (a, b) .
	▪ Dominio	Definimos dominio dunha función $f(x)$, e exprésase $\text{Dom}f(x)$, como o conxunto de todos os valores que pode tomar a variable independente x para os que a función nos proporciona o seus correspondentes valores y .
F	▪ Función	Un función, f , é unha relación entre dúas variables numéricas, x e y , na que a cada valor de x correspóndelle como moito un valor de y .
	▪ Función cadrática	Unha función cadrática ten por expresión analítica $y=ax^2+bx+c$, sendo a , b e c números reais e cumprindo que $a \neq 0$.
	▪ Función exponencial	A función exponencial é unha función da forma $y=a^x$, onde a é un número real positivo e distinto de 1.
	▪ Función inversa	Chamámoslle función inversa doutra f a aquela función cuxa gráfica é simétrica con respecto á recta $y=x$ da gráfica de f .
	▪ Función lineal	Unha función lineal é aquela cuxa representación gráfica é unha liña recta. A súa expresión analítica é do tipo $y=mx+n$, onde m e n son números reais.
	▪ Función logarítmica	Función inversa da función exponencial.
	▪ Función de proporcionalidade inversa	Aquela cuxa expresión analítica é da forma $y = \frac{k}{x}$, sendo k un número real distinto de cero.
M	▪ Máximo absoluto	Unha función presenta un máximo absoluto cando o valor da función é maior que todos os valores en todo o seu dominio.
	▪ Máximo relativo	Unha función dicimos que presenta un máximo relativo ou máximo local nun punto, cando o valor da función no dito punto é maior que calquera dos valores que están ao seu arredor máis próximo.
	▪ Mínimo absoluto	Unha función presenta un mínimo absoluto cando o valor da función é menor que todos os valores en todo o seu dominio.
	▪ Mínimo relativo	Unha función dicimos que presenta un mínimo relativo ou mínimo local nun punto cando o valor da función no dito punto é menor que calquera dos valores que están ao seu arredor máis próximo.
P	▪ Parábola	Gráfica da función cadrática.
	▪ Periodicidade	Unha función é periódica cando a súa gráfica se repite cada certo intervalo.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Matemáticas Enseñanzas aplicadas. Serie Soluciona. 4º ESO. Ed. Santillana.
- Matemáticas Enseñanzas académicas. Serie Resuelve. 4º ESO. Ed. Santillana.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4ª ESO. Ed. Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4ª ESO. Ed. Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4º ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.

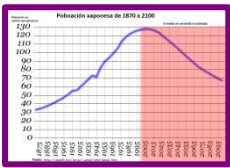
Outros recursos

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>
- <http://www.vitutor.com/>
- <http://www.apuntesmareaverde.org.es/>
- <https://esorecursosdematematicas.blogspot.com.es/>
- <http://educalab.es/recursos>

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)
 RECURSO 1	▪ Licenza: Uso non comercial ▪ Procedencia: https://pt.wikipedia.org/wiki/Demografia_do_Jap%C3%A3o