



XUNTA DE GALICIA

CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para persoas adultas



Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 4

Unidade didáctica 2

Xeometría

Índice

1.	Introdución.....	3
1.1	Descrición.....	3
1.2	Coñecementos previos.....	3
1.3	Criterios de avaliación	3
2.	Secuencia de contidos e actividades	4
2.1	Áreas e volumes.....	4
2.1.1	Perímetro de figuras planas	4
2.1.2	Área de corpos xeométricos.....	7
2.1.3	Volume de corpos xeométricos	11
2.1.4	Semellanza.....	14
2.2	Ángulos, razóns trigonométricas e aplicacións	16
2.2.1	Medidas dun ángulo	16
2.2.2	Razóns trigonométricas nun triángulo rectángulo	17
2.2.3	Resolución de triángulos rectángulos	20
3.	Actividades finais.....	24
4.	Solucionario.....	28
4.1	Solucións das actividades propostas	28
4.2	Solucións das actividades finais.....	31
5.	Glosario.....	32
6.	Bibliografía e recursos	33
7.	Anexo. Licenza de recursos	34

1. Introducción

1.1 Descrición

Nesta unidade dedicada á xeometría podemos distinguir dous bloques ben diferenciados.

- Nun primeiro bloque repasaremos conceptos xa estudados en bloques anteriores: áreas, volumes e figuras semellantes.
- No segundo bloque estudaremos conceptos novos, relacionados coa medición de ángulos nos triángulos, que nos permitirán introducir as razóns trigonométricas, imprescindibles para a resolución de problemas xeométricos sinxelos que xorden na nosa vida cotiá.

1.2 Coñecementos previos

É necesario ter certos conceptos básicos moi claros antes de comezar esta unidade. Estes conceptos son os de lonxitude, área, volume e as súas respectivas unidades de medición. Tendo claro isto citado anteriormente, deberíamos repasar algunhas fórmulas e exercicios básicos traballados en módulos anteriores sobre:

- O teorema de Pitágoras.
- Os perímetros e as áreas de figuras planas básicas.
- As áreas de corpos xeométricos básicos.
- O volume de corpos xeométricos básicos.
- O concepto de figuras semellantes.

1.3 Criterios de avaliación

- Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situacións reais, empregando os instrumentos, as técnicas ou as fórmulas máis axeitadas, e aplicando a unidade de medida máis acorde coa situación descrita.
- Utilizar aplicacións informáticas de xeometría dinámica, representando corpos xeométricos e comprobando, mediante interacción con ela, propiedades xeométricas.
- Utilizar as unidades angulares dos sistemas métrico sexagesimal e internacional, así como as relacións e as razóns da trigonometría elemental, para resolver problemas trigonométricos en contextos reais.

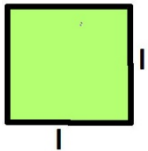
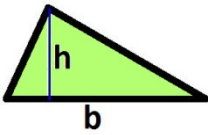
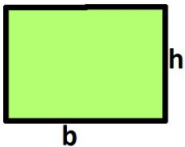
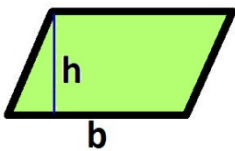
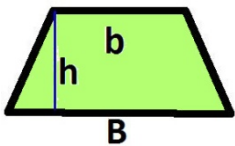
2. Secuencia de contidos e actividades

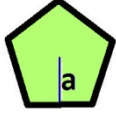
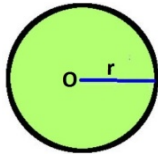
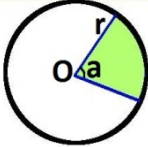
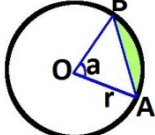
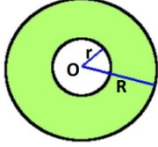
2.1 Áreas e volumes

Neste bloque repasaremos os conceptos de área e volume, conceptos e contidos xa tratados progresivamente en unidades de módulos anteriores e que tentaremos de afianzar neste último módulo.

2.1.1 Perímetro de figuras planas

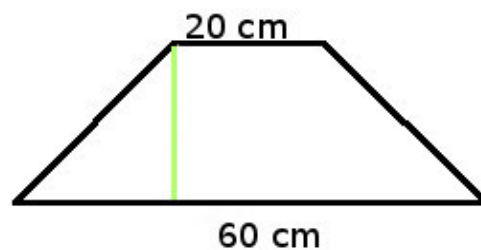
Exporemos as fórmulas fundamentais sobre perímetros e áreas estudadas en módulos anteriores.

Figura xeométrica	Fórmulas
Cadrado 	$A = l \cdot l$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Triángulo 	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Rectángulo 	$A = b \cdot h$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Romboide 	$A = b \cdot h$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Rombo 	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Trapezio 	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$

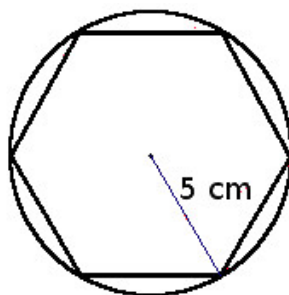
Polígono regular 	$A = \frac{P \cdot a}{2}$ <i>P = suma das lonxitudes dos lados</i>
Polígonos irregulares 	Para o cálculo da área debemos descompoñelos en calquera das figuras anteriores, xeralmente triángulos <i>P = suma das lonxitudes dos lados</i>
Círculo 	$A = \pi \cdot r^2$ $P = 2\pi r$
Sector circular 	$A = \pi r^2 \cdot \frac{a}{360}$ $P = 2r + 2\pi r \cdot \frac{a}{360}$
Segmento circular 	$A = A_{\text{sector circular}} - A_{\text{triángulo } OAB}$ $P = \overline{AB} + 2\pi r \cdot \frac{a}{360}$
Coroa circular 	$A = \pi(R^2 - r^2)$ $P = 2\pi(R + r)$

Actividades propostas

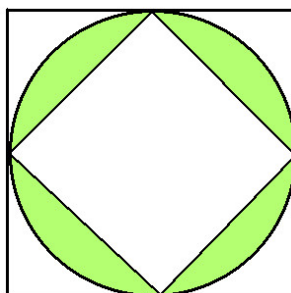
- S1. Canto custará un espello rectangular de 1,3 m de altura e 0,9 m de anchura se o decímetro cadrado custa 2 euros?
- S2. Sabendo que o perímetro deste trapezio isóscele (ten dous lados iguais) é de 140 m, calcule a área.



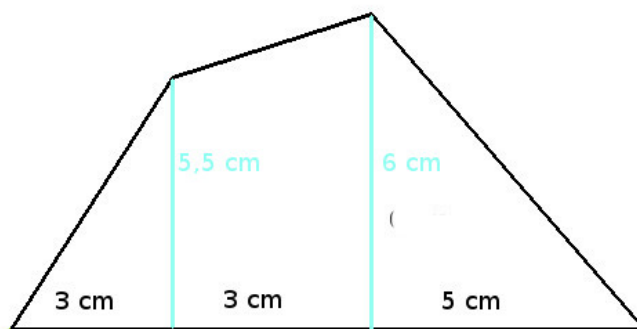
- S3. Calcule a área dun hexágono regular sabendo que está inscrito nunha circunferencia de raio 5 cm. (Nun hexágono inscrito nunha circunferencia, os 6 triángulos son equiláteros).



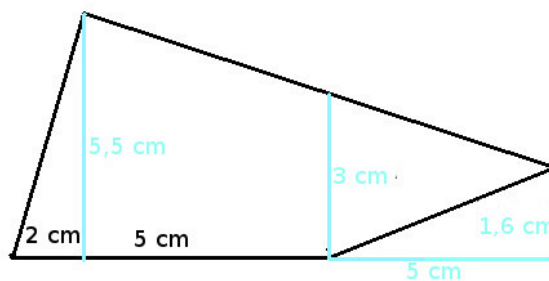
- S4. Calcule a área con cor da seguinte figura sabendo que o cadrado inscrito na circunferencia ten por lado 2 cm.



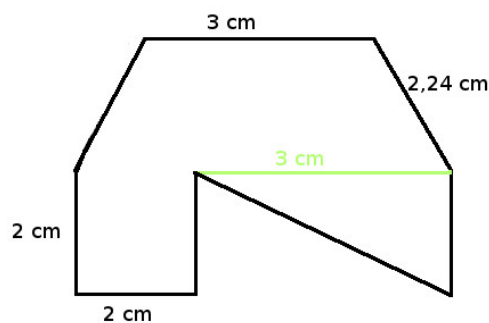
- S5. Calcule a área e o perímetro da seguinte figura.



- S6. Calcule a área e o perímetro da seguinte figura.



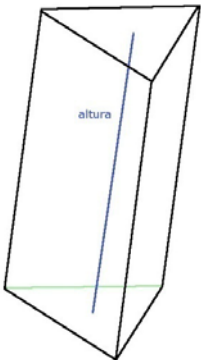
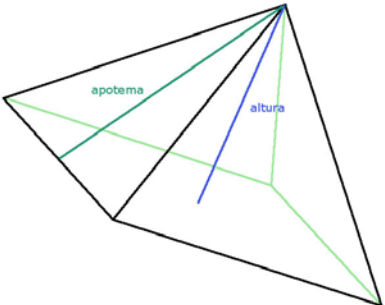
S7. Determine o perímetro e a área da seguinte figura.



2.1.2 Área de corpos xeométricos

Antes de expor como calcular a área lateral dos diferentes corpos xeométricos, exporemos algúns conceptos básicos, xa explicados en módulos anteriores, pero que convén repasar.

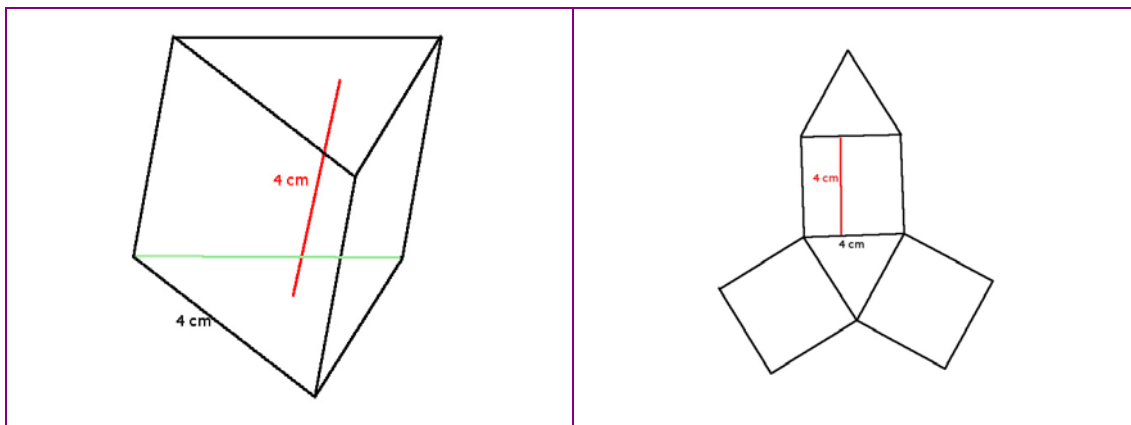
- Prisma: corpo xeométrico que ten dúas caras que son polígonos iguais e paralelos entre si (bases), e o resto das caras (caras laterais) son paralelogramos. A altura do prisma é a distancia entre as bases.
- Pirámide: corpo xeométrico que ten por base un polígono e as súas caras laterais son triángulos cun vértice en común (**vértice**). A altura da pirámide é a distancia da base a dito vértice. Chámase **apotema** a altura de calquera das súas caras laterais.

Prisma triangular	Pirámide cuadrangular
	

Para calcular a área dun prisma ou dunha pirámide abonda saber facer o seu desenvolvemento plano, alí poderemos calcular as áreas das diferentes figuras xeométricas planas coas fórmulas que xa coñecemos do apartado anterior.

Actividades resoltas

Calcule as áreas destes corpos xeométricos:

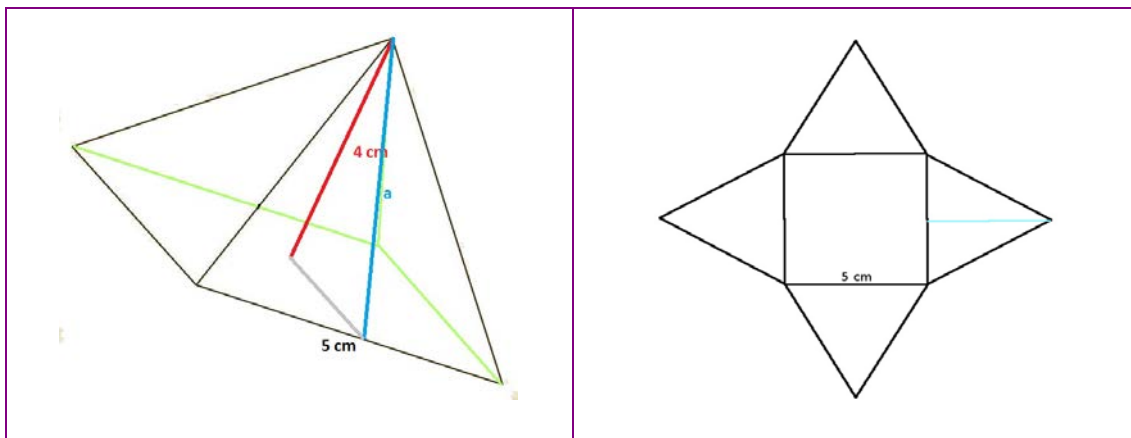


Neste caso $A_{\text{prisma triangular}} = 3 \cdot A_{\text{cadrado}} + 2 \cdot A_{\text{triángulo equilátero}}$.

Calculemos utilizando o teorema de Pitágoras a altura do triángulo equilátero.

$$4^2 = h^2 + 2^2 \rightarrow h = \sqrt{16 - 4} = 3,46 \text{ cm}$$

Polo tanto, $A_{\text{prisma triangular}} = 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot \frac{4 \cdot 3,46}{2} = 61,84 \text{ cm}^2$



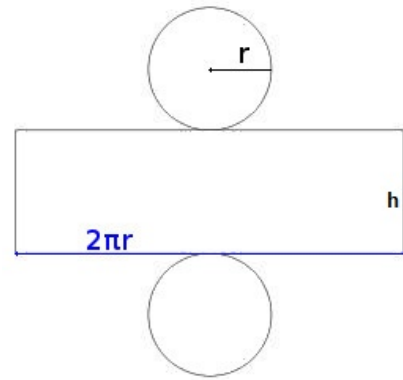
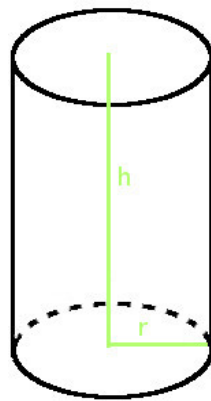
Neste caso $A_{\text{pirámide cuadrangular}} = A_{\text{cadrado}} + 4 \cdot A_{\text{triángulo}}$.

Calculemos o apotema, a , utilizando o triángulo rectángulo que se ve na primeira figura.

$$a^2 = 4^2 + 2,5^2 \rightarrow a = \sqrt{16 + 6,25} = 4,72 \text{ cm}$$

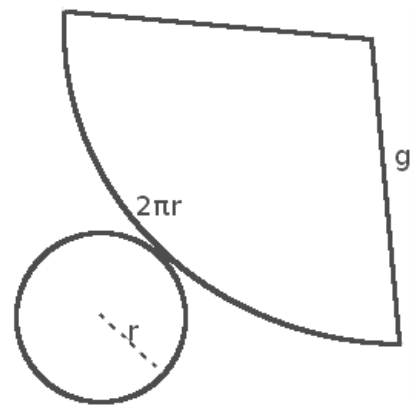
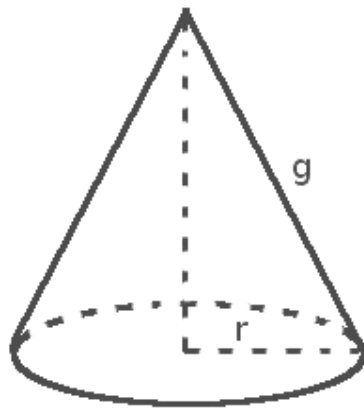
Polo tanto, $A_{\text{pirámide cuadrangular}} = 5^2 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 4,72}{2} = 72,2 \text{ cm}^2$

- Os corpos de revolución son os corpos xeométricos que se obteñen ao xirar unha figura plana arredor dunha recta (eixe do xiro). Só estudaremos aquí o cilindro, o cono e a esfera.



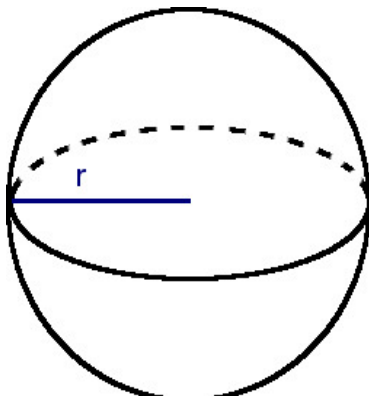
$$A_{cilindro} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base} =$$

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$

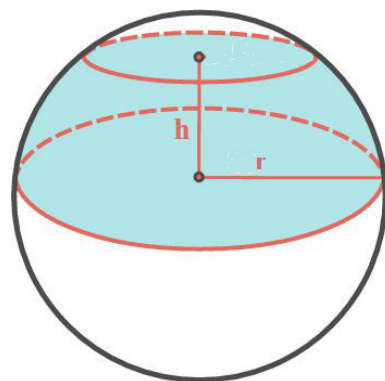


$$A_{cono} = A_{lateral} + A_{base} =$$

$$= \pi rg + \pi r^2$$



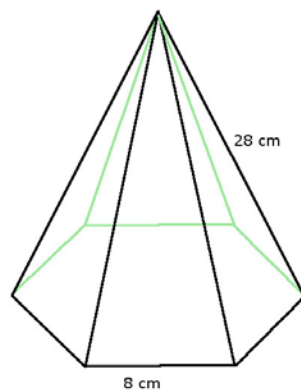
$$A_{esfera} = 4\pi r^2$$



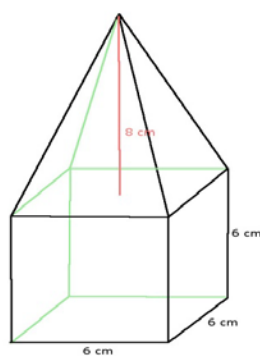
$$A_{zona\ esférica} = 2\pi rh$$

Actividades propostas

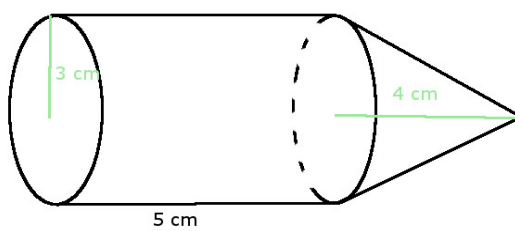
S8. Calcule a área desta pirâmide hexagonal.



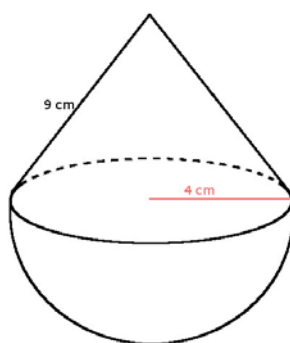
S9. Calcule a área desta figura.



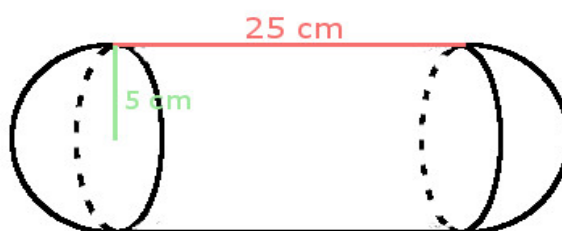
S10. Calcule a área desta figura.



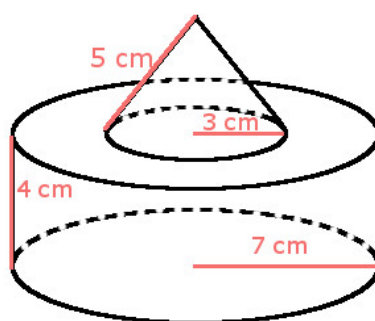
S11. Calcule a área desta figura.



S12. Calcule a área desta figura.



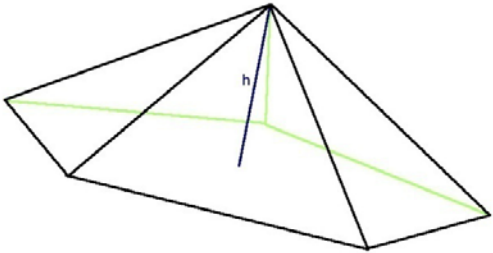
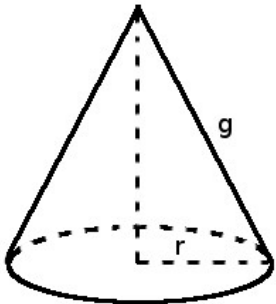
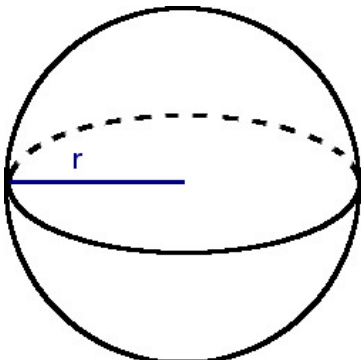
S13. Calcule a área desta figura.



2.1.3 Volume de corpos xeométricos

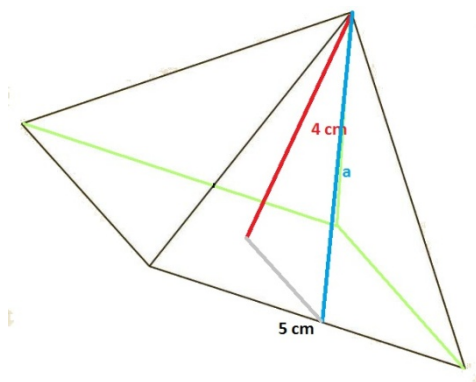
O volume do corpo é a cantidade de espazo que queda pechado no seu interior.

A diagram of a hexagonal prism. A vertical blue line segment inside the prism is labeled 'h', representing its height.	$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$
A diagram of a cylinder. A vertical blue line segment inside is labeled 'h' (height). A horizontal blue line segment from the center of the base to the edge is labeled 'r' (radius).	$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$

	$V_{pirámide} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$
	$V_{cono} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$
	$V_{cono} = \frac{4}{3} \pi r^3$

Actividade resolta

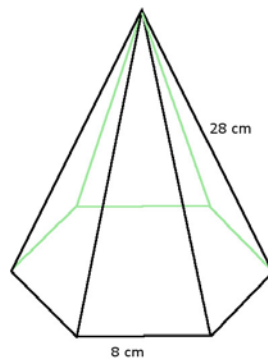
Calcule o volume desta figura:



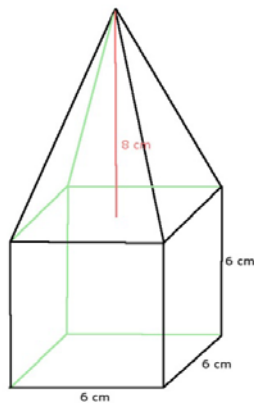
$$V_{pirámide\ cuadrangular} = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{5^2 \cdot 4}{3} = 33,33 \text{ cm}^3$$

Actividades propostas

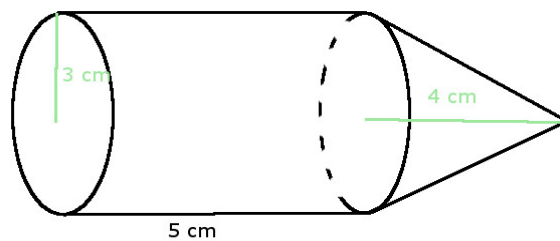
S14. Calcule o volume desta pirâmide hexagonal.



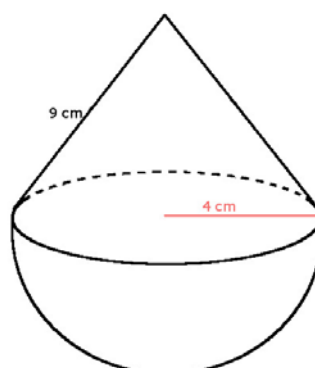
S15. Calcule o volume desta figura.



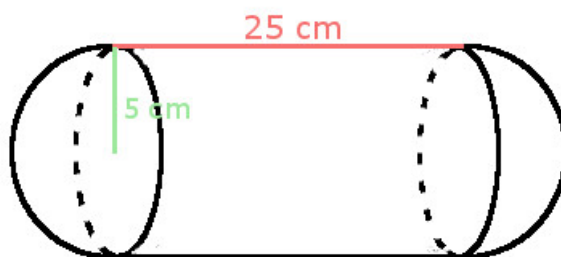
S16. Calcule o volume desta figura.



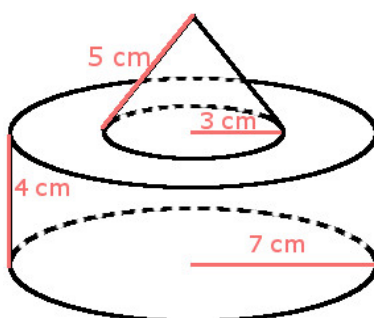
S17. Calcule o volume desta figura.



S18. Calcule o volume desta figura.



S19. Calcule o volume desta figura.



2.1.4 Semellanza

Podemos dicir que dúas figuras podemos dicir que son semellantes se conservan a mesma forma. É moi útil saber se dúas figuras son semellantes para podermos estudar certas características nalgunha delas sabéndolas na outra. Isto pode acontecer na nosa vida cando unha das figuras é inaccesible, porque é demasiado grande ou pequena, pero sabemos certas características dunha accesible semellante.

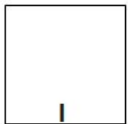
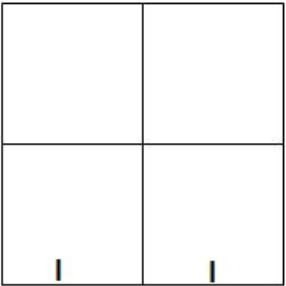
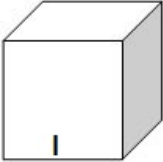
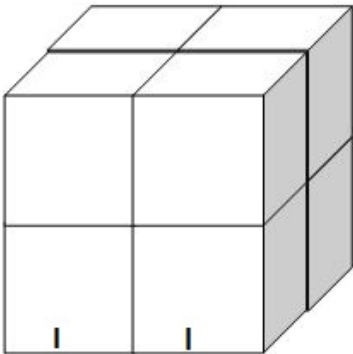
Dous polígonos son semellantes cando os seus lados son proporcionais e os seus ángulos son iguais. A razón entre os seus lados chámase razón de semellanza.

Un exemplo moi común de razón de semellanza na nosa vida cotiá é a chamada escala. Podemos encontrar diversas formas de representar un modelo a escala:

- Cando dicimos que temos unha representación dun insecto a unha escala de 5X, estamos dicindo que o noso modelo é 5 veces máis grande que o insecto na realidade.
- Cando observamos un mapa dunha planta dun edificio a unha escala 1:100, queremos dicir que calquera liña debuxada no plano é 100 veces máis pequena do que é na realidade.

Semellanzas en áreas e volumes

Observemos as seguintes figuras e como se ve afectada a razón de semellanza da área e do volume:

 $A_1 = l \cdot l = l^2$	 $A = 2l \cdot 2l = 4l^2 = 2^2 \cdot A_1$
 $V_1 = l \cdot l \cdot l = l^3$	 $V = 2l \cdot 2l \cdot 2l = 8l^3 = 2^3 \cdot V_1$

Disto podemos concluír que, se a razón de semellanza fose r , as áreas serían proporcionais con razón r^2 e os volumes con razón r^3 .

Actividade resolta

Consideremos dous prismas triangulares con razón de semellanza entre eles de razón 4. Se o primeiro, e máis pequeno, tivese unha área lateral de 56 m^2 e volume 650 m^3 , cal sería a área lateral e o volume do maior?

Se chamamos A_M , A_m , V_M e V_m , área lateral do maior, área lateral do menor, volume do maior e volume do menor respectivamente, temos que:

- $A_M = 4^2 \cdot A_m = 16 \cdot 56 = 896 \text{ m}^2$
- $V_M = 4^3 \cdot V_m = 64 \cdot 650 = 2600 \text{ m}^3$

Actividades propostas

- S20. Calcule a razón de semellanza que existe entre dous triángulos de bases 5 cm e 9 cm .
- S21. Calcule o raio dunha esfera cuxa área lateral é $78,54\text{ cm}^2$. Que volume terá unha esfera semellante con razón de semellanza de $1,25$?
- S22. Nunha tarteira de raio 22 cm botamos auga ata unha altura de 5 cm . Cando botamos as lentellas para cociñalas, a altura sobe ata 8 cm . Que volume de lentellas imos cociñar?
- S23. Calcule a área lateral e o volume dunha pirámide cuadrangular con 3 m de lado da base e 6 m de altura. Se construímos unha pirámide semellante con razón $0,75$, cal sería a área e o volume desta nova pirámide?
- S24. Se temos dous cubos semellantes con áreas laterais de 25 cm^2 e $306,25\text{ cm}^2$, cal é a razón de semellanza?
- S25. Nunha determinada marca de pizzas teñen varios prezos: 13€ , 16€ e 21€ . Os diámetros das pizzas son: 15 cm , 20 cm e 30 cm . Cal resulta máis económica? Teña en conta a razón de semellanza entre os diámetros e as áreas ao comparar os prezos.

2.2 Ángulos, razóns trigonométricas e aplicacións

2.2.1 Medidas dun ángulo

Nos módulos anteriores sempre utilizamos como medida de amplitude dun ángulo o sistema sesaxesimal, onde a unidade de medida era o grao, que se expresaba polo símbolo $^\circ$, e os seus divisores eran o minuto, que se expresaba por $'$, e o segundo, que se expresaba por $''$. Nese sistema un ángulo de amplitude dunha circunferencia completa ten unha medida de 360° .

No sistema internacional, a unidade de medida de ángulos é o radián. Un radián, que se expresa por rad , é a amplitude dun ángulo, con vértice no centro dunha circunferencia, que abarca un arco cuxa lonxitude é exactamente igual ao raio da circunferencia.

Como sabemos que a lonxitude dunha circunferencia é de $2\pi r$, entón na circunferencia podemos encontrar 2π arcos de lonxitude un raio, polo tanto, un ángulo que abranca a circunferencia completa terá unha medida de $2\pi rad$.

Equivalencia entre graos sesaxesimais e radiáns

$$360^\circ \leftrightarrow 2\pi rad$$

Actividades resoltas

Exprese en radián 30°

Mediante unha regra de tres podemos establecer que $x = \frac{30 \cdot 2\pi rad}{360} = \frac{\pi}{6} rad$

Exprese en graos $\frac{\pi}{3} rad$

Utilizando a equivalencia anterior obtemos que $x = \frac{360 \cdot \pi}{3 \cdot 2\pi} = 60^\circ$

Actividades propostas

S26. Exprese en radiáns estes ángulos expresados en graos:

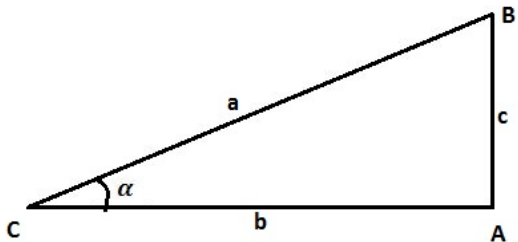
270°	720°	180°	330°
-------------	-------------	-------------	-------------

S27. Exprese en graos estes ángulos expresados en radiáns:

$3\pi rad$	$\frac{\pi}{2} rad$	$\frac{3\pi}{4} rad$	$\frac{7\pi}{2} rad$
------------	---------------------	----------------------	----------------------

2.2.2 Razóns trigonométricas nun triángulo rectángulo

Dado un triángulo rectángulo, como o que se mostra na figura, as razóns trigonométricas dun ángulo agudo, α , son as seguintes:

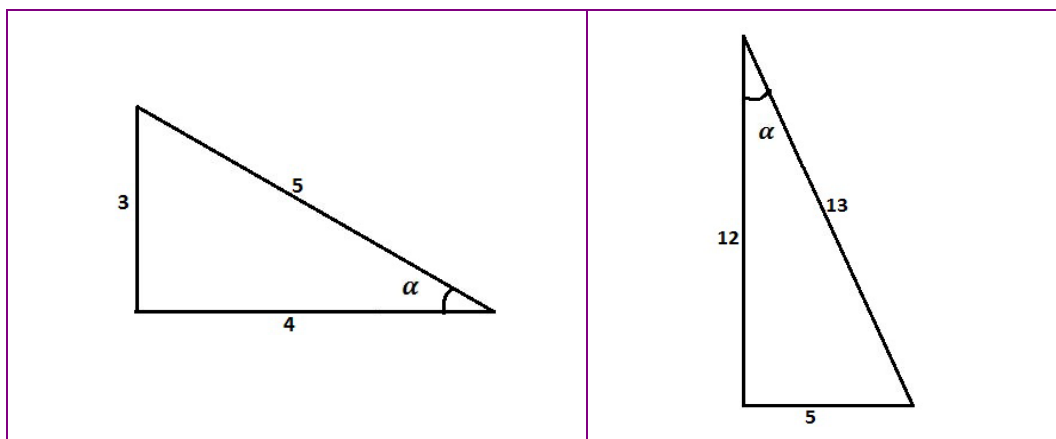
Seno de α , $sen\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$	
Coseno de α , $cos\alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$	
Tanxente de α , $tx\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{c}{b}$	

Hai certas propiedades que cumpren as razóns trigonométricas cumpren certas propiedades, que convén coñecer:

- $0 \leq \operatorname{sen} \alpha \leq 1$ e $0 \leq \operatorname{cos} \alpha \leq 1$, posto que dividimos lonxitudes de segmentos e a hipotenusa é sempre de maior lonxitude que a dos catetos.
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$
- $(\operatorname{sen} \alpha)^2 + (\operatorname{cos} \alpha)^2 = 1$. Esta propiedade é fácil de comprobar se temos en conta o teorema de Pitágoras.

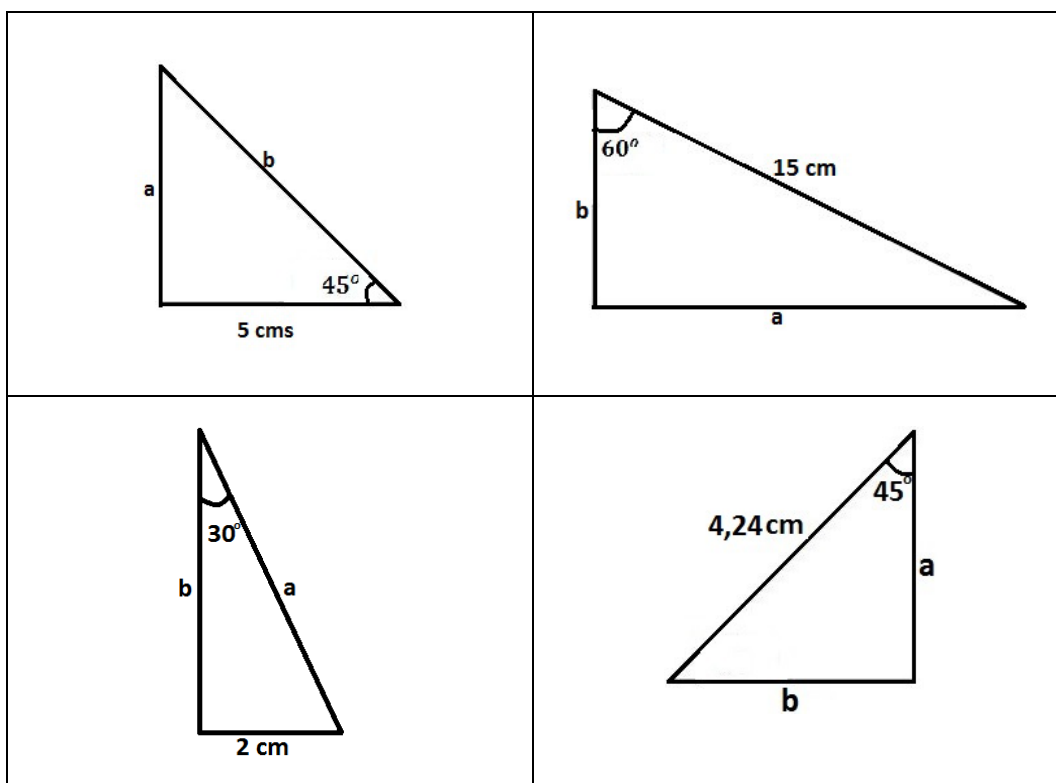
Actividades propostas

S28. Calcule as razóns trigonométricas do ángulo α nos seguintes triángulos:

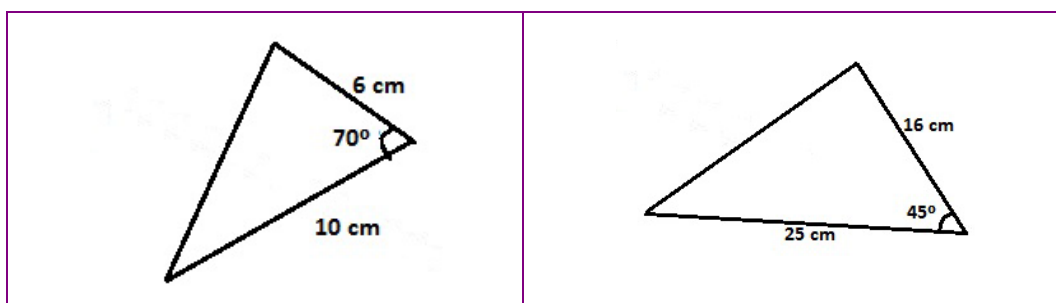


- S29. A hipotenusa dun triángulo rectángulo mide $\sqrt{18} \text{ cm}$ e a tanxente dun dos seus ángulos é 1. Calcule canto miden os catetos.
- S30. Dende un acantilado de 40 metros de altura vemos baixo un ángulo de 30° un barco que anda a pescar. A que distancia da costa se atopa a embarcación?
- S31. Se nos afastamos en liña recta 30 m da base dunha antena, só hai que levantar a vista 30° para ver a parte máis alta. Cal é a altura da antena?
- S32. O vento tensa unha corda de 10 m dun papaventos, o ángulo de elevación é de 60° , a que altura se encontra o papaventos?
- S33. Unha escaleira de dous brazos aberta mide de alto 1,50 m, se o ángulo entre os dous brazos é de 60° . Calcule canto mide cada brazo.
- S34. Calcule a altura dunha torre que proxecta unha sombra de 25 m cando os raios do sol forman un ángulo de 45° co chan.

- S35. Os brazos dun compás miden 10 cm e forman un ángulo de 60° . Cal é o raio da circunferencia que pode trazarse con esa abertura?
- S36. Unha persoa que mide 1,81 m proxecta unha sombra de 2,25 m. Cal é o ángulo de elevación do sol (raios de sol co chan)?
- S37. Cal é o ángulo que forman os raios do sol co chan se a sombra dun edificio é xusto a metade da súa altura?
- S38. Calcule os valores de a e b nestes triángulos rectángulos:



- S39. Calcule a área destes triángulos:



2.2.3 Resolución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo é calcular todas as medidas dos seus lados e dos seus ángulos a partir doutros elementos coñecidos. Temos que lembrar que nun triángulo rectángulo coñecemos:

- a) Un ángulo, que mide 90° .
- b) A suma dos outros dous ángulos ten que ser 180° .
- c) Os seus lados cumpren o teorema de Pitágoras.

Dos apartados a) e b) concluimos que, se coñecemos un ángulo agudo, coñecemos todos.

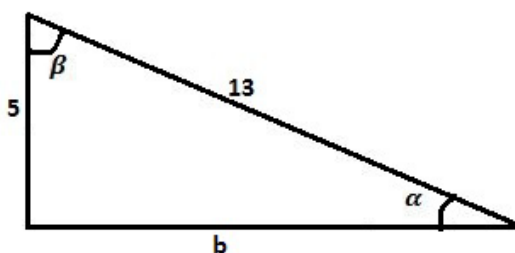
Do apartado c) obtemos que, se coñecemos dous lados, coñecemos todos.

Considerando estas dúas conclusións, xunto coas razóns trigonométricas, que relacionan lados e ángulos, podemos atoparnos con estes dous tipos de problemas á hora de resolver triángulos rectángulos:

- Resolver un triángulo rectángulo coñecidos dous dos seus lados.
- Resolver un triángulo rectángulo coñecido un lado e un ángulo.

Actividades resoltas

Resolva o seguinte triángulo



Calculemos b polo teorema de Pitágoras

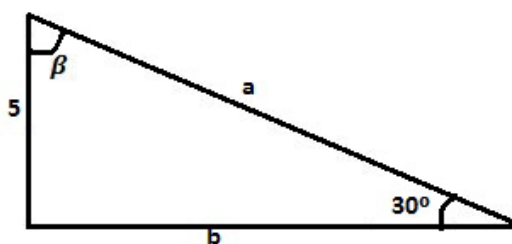
$$13^2 = 5^2 + b^2 \rightarrow b = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Calculemos α e β .

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{5}{13} \rightarrow \alpha = (\operatorname{sen})^{-1} \left(\frac{5}{13} \right) = 22,62^\circ$$

$$\text{Posto que } 22,62 + \beta = 90 \rightarrow \beta = 67,38^\circ$$

Resolva o seguinte triángulo



Calculemos β

Posto que $\beta + 30 = 90 \rightarrow \beta = 60^\circ$

Calculemos a e b .

$$\text{sen}30 = \frac{5}{a} \rightarrow a = \frac{5}{\text{sen}30} = 10$$

Polo teorema de Pitágoras sabemos que

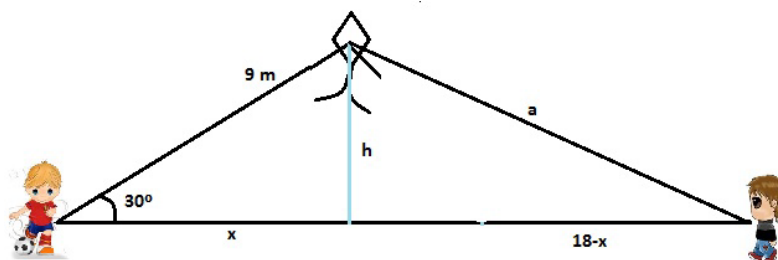
$$10^2 = 5^2 + b^2 \rightarrow b = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66$$

Técnica da dobre observación

Utilízase esta técnica para resolver certos problemas xeométricos onde nos é imposible a medición dunha lonxitude. Para iso o que intentamos é encontrar dous triángulos rectángulos que compartan un lado e, coa axuda de aparatos que miden ángulos, acabar resolvendo o problema.

Actividade resolta

Un neno xoga cun papaventos, solta os 9 m de corda cunha inclinación de 30° debido ao vento, como mostra a figura. A que distancia está o papaventos dun segundo neno que se atopa a unha distancia do primeiro de 18 m? A que altura do chan está o papaventos?



Calculemos h .

$$\text{sen}30 = \frac{h}{9} \rightarrow h = 9 \cdot \text{sen}30 = 4,5 \text{ m}$$

Calculemos a distancia do papaventos ao segundo neno, a. Para iso calculemos primeiro x .

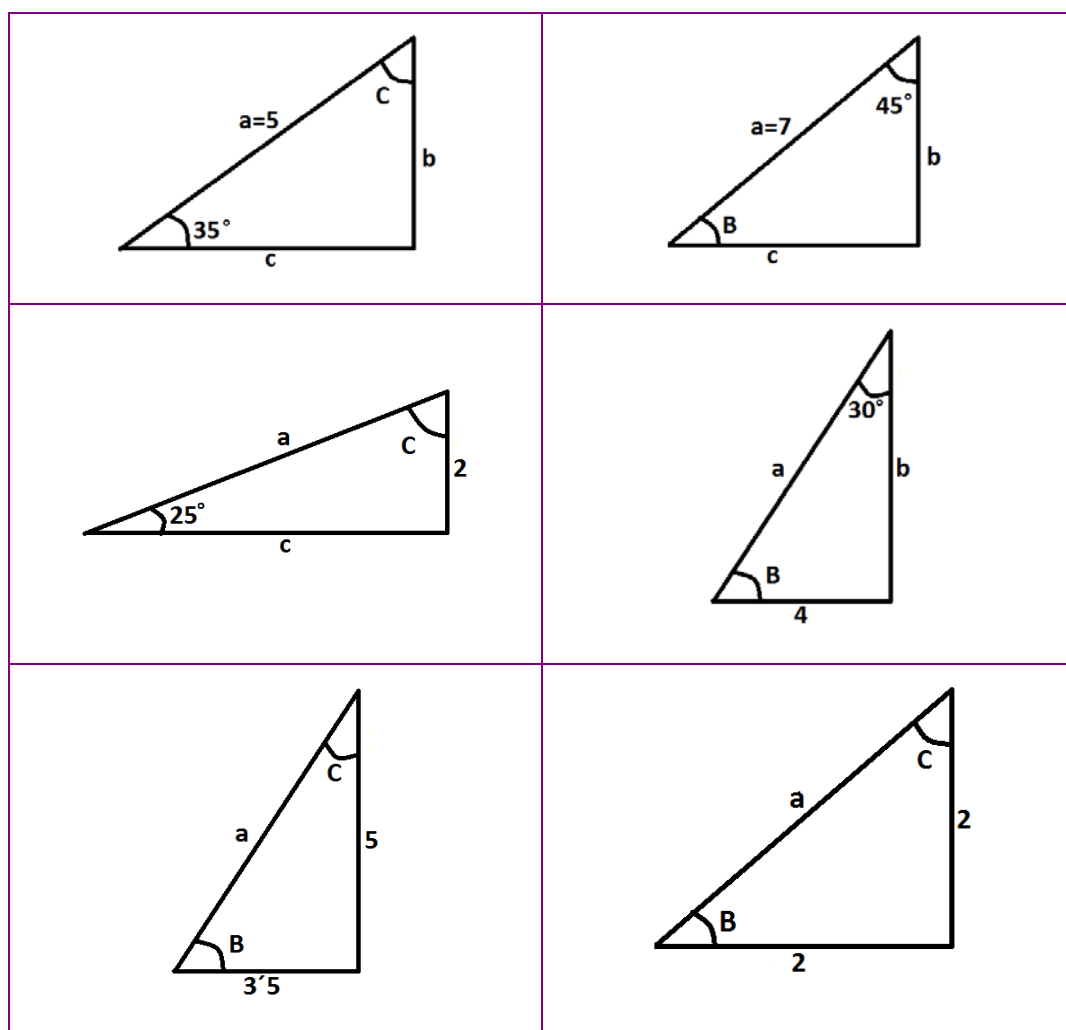
$$9^2 = 4,5^2 + x^2 \rightarrow x = \sqrt{81 - 20,25} = 7,79 \text{ m}$$

A distancia do neno á base no chan da cometa é de $18 - x = 18 - 7,79 = 10,21 \text{ m}$, polo tanto:

$$a^2 = 4,5^2 + 10,21^2 \rightarrow a = \sqrt{20,25 + 104,24} = 11,16 \text{ m}$$

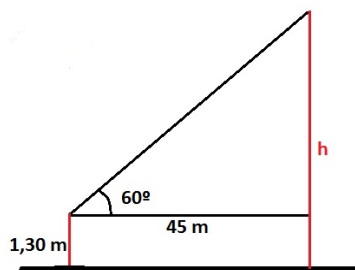
Actividades propostas

S40. Resolva os seguintes triángulos rectángulos:

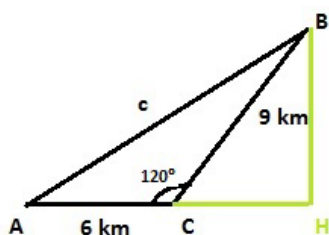


S41. Nun río hai dous embarcadoiros, un en fronte do outro, queremos cruzar en liña recta nadando. Debido á forza do río, acabamos percorrendo 25 m, con 45° de desviación. Calcule a anchura do río e canta distancia temos que cruzar nadando ata chegarmos ao embarcadoiro.

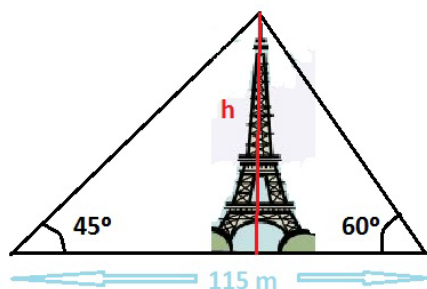
- S42. O ángulo de elevación dunha torre é de 60° a unha distancia de 45 m da torre. Se o observador se atopa a 1,30 m sobre o chan (altura dos ollos), calcule a altura da torre.



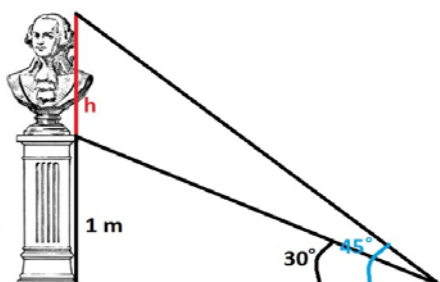
- S43. Tres vilas A, B e C están unidas por estradas. A distancia de A a C é de 6 km e a de B a C de 9 km. O ángulo que forman as estradas é de 120° . Calcule a distancia de A a B. Observe a seguinte figura.



- S44. Dúas persoas ven dende as portas das súas casas unha réplica da torre de Eiffel baixo ángulos de 45° e 60° . A distancia entre as súas casas é de 115 m e a torre está situada entre as súas casas. Calcule a altura da torre. Observe o debuxo. (Presenta dúas ecuacións utilizando as tanxentes dos ángulos).

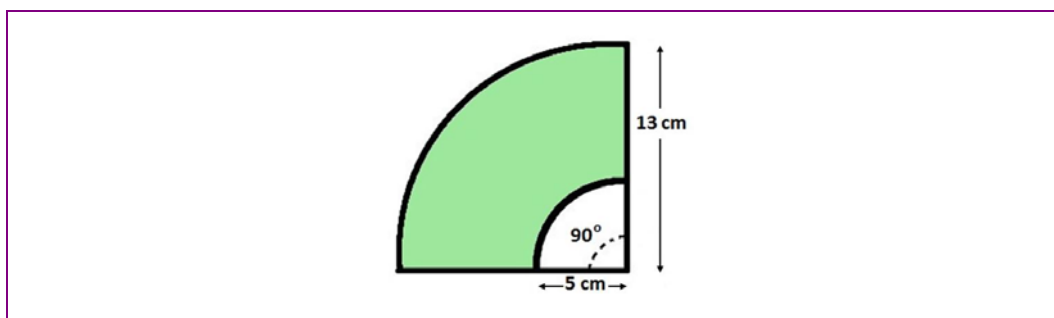


- S45. Unha escultura está colocada sobre un pedestal de 1 m de altura. Dende unha determinada distancia vese a escultura baixo un ángulo de 45° e o pedestal baixo un ángulo de 30° . Cal é a altura da escultura? Observe o seguinte debuxo.

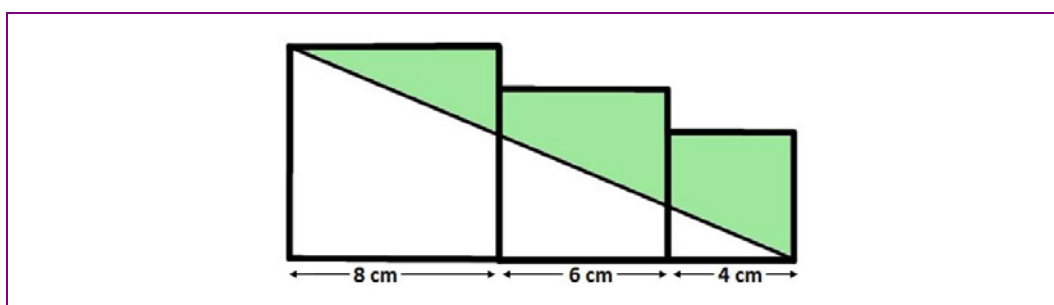


3. Actividades finais

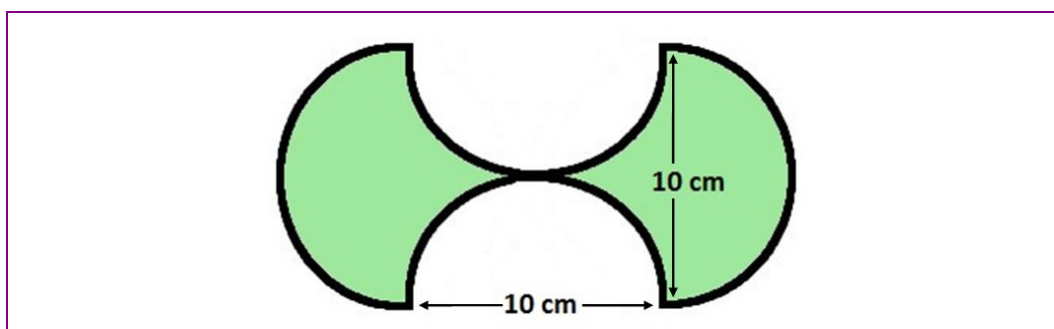
S46. Calcule a área da parte sombreada.



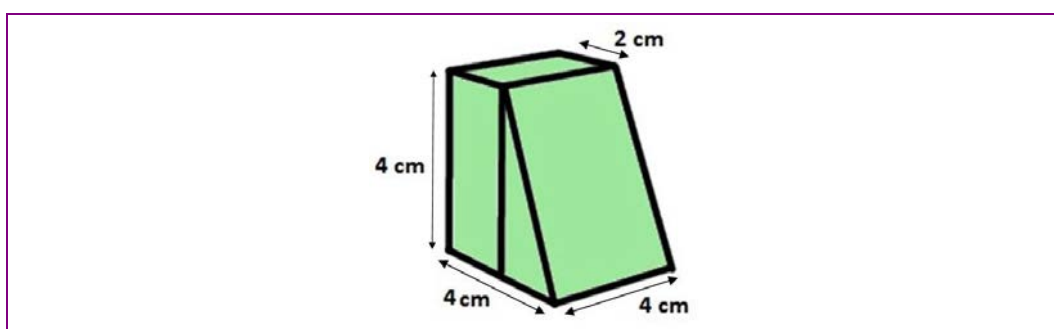
S47. Calcule a área da parte sombreada.



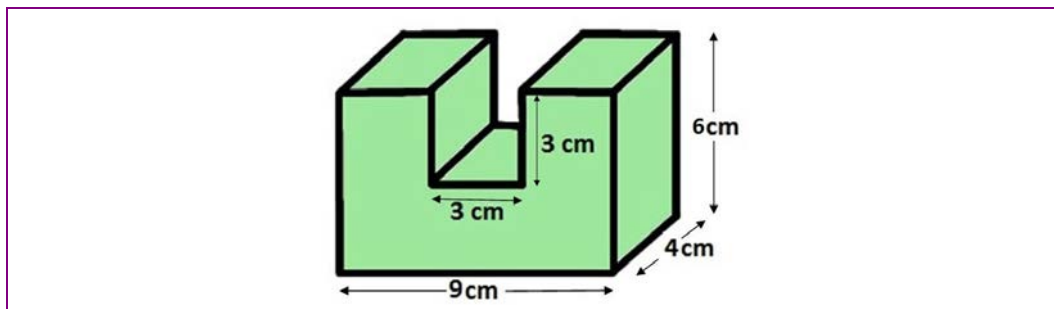
S48. Calcule a área da parte sombreada.



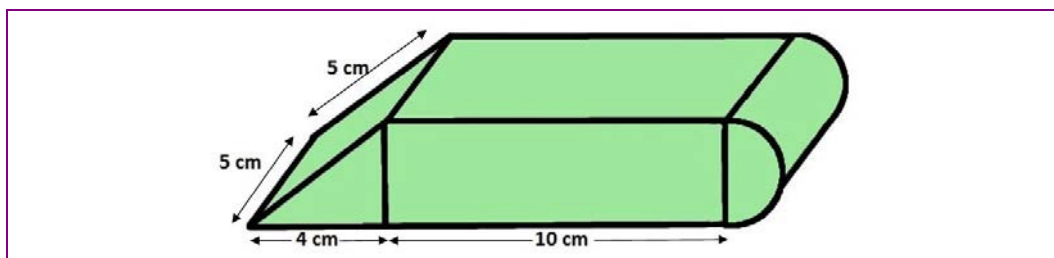
S49. Calcule a área e o volume deste corpo xeométrico.



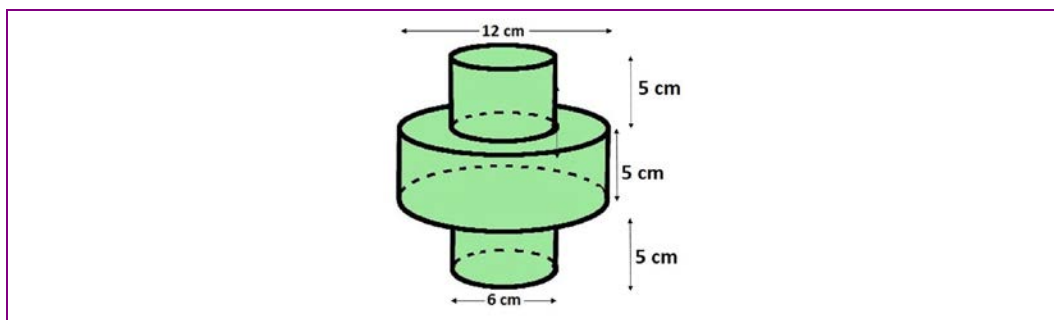
S50. Calcule a área e o volume deste corpo xeométrico.



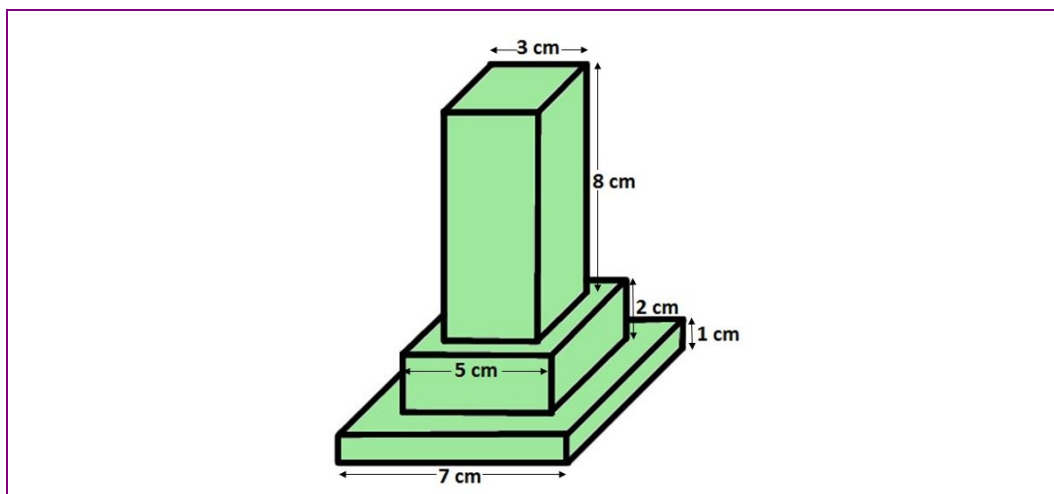
S51. Calcule a área e o volume deste corpo xeométrico.



S52. Calcule a área e o volume deste corpo xeométrico.



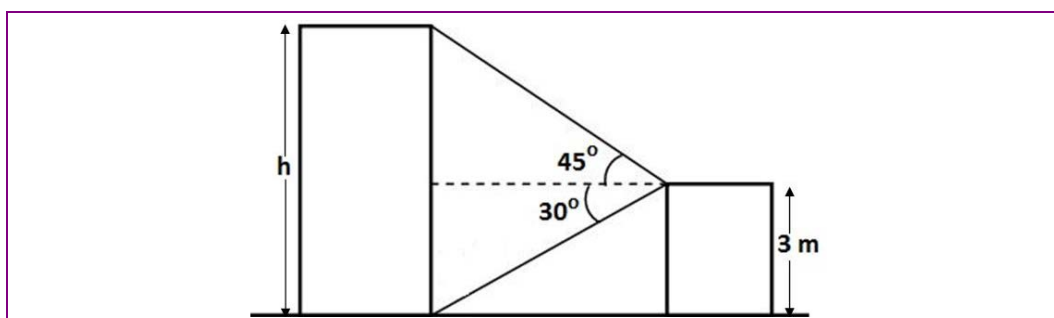
S53. Calcule a área e o volume deste corpo xeométrico tendo en conta que as bases dos prismas son cadradas.



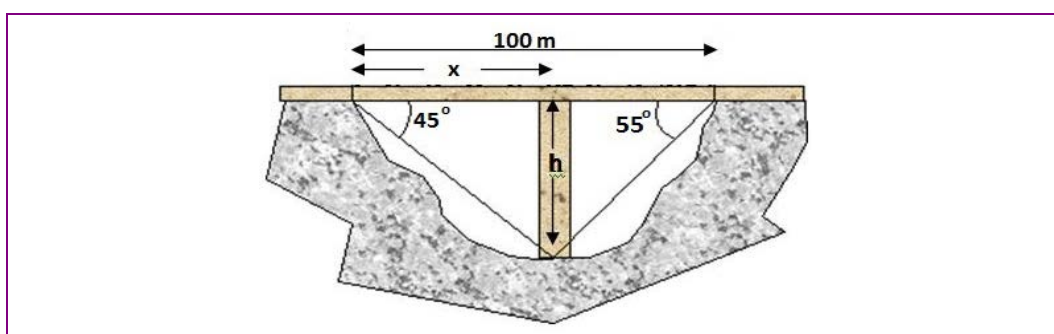
- S54. Se triplicamos os lados dun trapecio, en canto aumentará a súa área?
- S55. En canto temos que dividir o raio dunha esfera para que o seu volume sexa 125 veces menor?
- S56. Exprese os radiáns destes ángulos expresados en graos e viceversa:

72°	$\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$	20°	$\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$
$\frac{\pi}{5} \text{ rad}$	108°	$\frac{\pi}{10} \text{ rad}$	18°
120°	$\frac{\pi}{9} \text{ rad}$	36°	$\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$
$\frac{5\pi}{2} \text{ rad}$	540°	$5\pi \text{ rad}$	40°

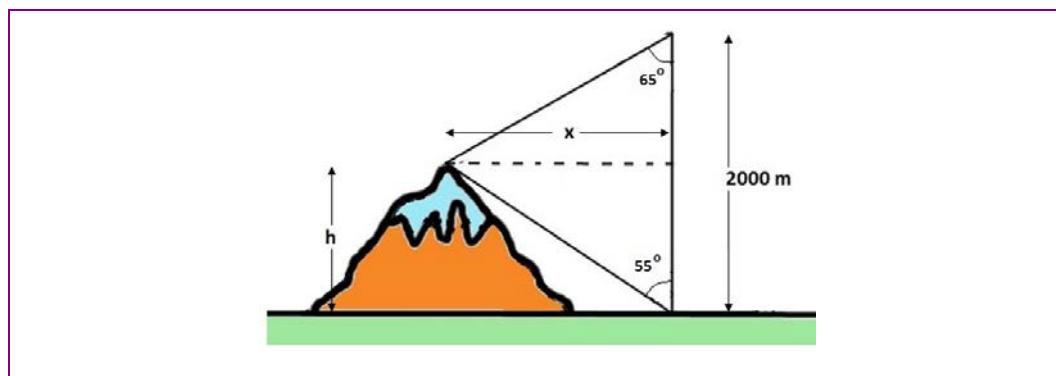
- S57. Unha árbore de 25 m de alto proxecta unha sombra de 30 m no chan. Se nos situamos no chan xusto onde remata a sombra, cal sería o ángulo co que vemos o punto máis alto da árbore?
- S58. Dende un globo que está a 120 m de altura vemos unha vila cun ángulo de 20° , calcule a distancia que hai en liña recta dende o globo ata a vila.
- S59. Calcule h .



- S60. Calcule a altura dunha árbore sabendo que dende o punto onde está situado un observador ve o punto máis alto cun ángulo de 30° e, se se achega á árbore 15m, baixo un ángulo de 55° .
- S61. Observe o seguinte debuxo e calcule a altura (h) da ponte.



S62. Observe o seguinte debuxo e calcule a altura da montaña.



4. Solucionario

4.1 Solucións das actividades propostas

Estamos utilizando para a resolución dos problemas un arredondamento a dúas cifras decimais e $\pi = 3,14$.

S1. 234 €

S2. $A = 894,4 \text{ cm}^2$

S3. $A = 64,95 \text{ cm}^2$

S4. $A_{\text{sombreada}} = 1,14 \text{ cm}^2$

S5. $P = 28,11 \text{ cm}$ e $A = 40,5 \text{ cm}^2$

S6. $P = 28,87 \text{ cm}$ e $A = 34,25 \text{ cm}^2$

S7. $P = 19,09 \text{ cm}$ e $A = 15 \text{ cm}^2$

S8. $A = 692,76 \text{ cm}^2$

S9. $A = 282,48 \text{ cm}^2$

S10. $A = 169,56 \text{ cm}^2$

S11. $A = 213,52 \text{ cm}^2$

S12. $A = 1099 \text{ cm}^2$

S13. $A = 502,4 \text{ cm}^2$

S14. $V = 1487,46 \text{ cm}^3$

S15. $V = 312 \text{ cm}^3$

S16. $V = 178,98 \text{ cm}^3$

S17. $V = 268,95 \text{ cm}^3$

S18. $V = 2485,83 \text{ cm}^3$

S19. $V = 653,12 \text{ cm}^3$

S20. $r = 1,8$

S21. $V = 128,38 \text{ cm}^3$

S22. $V = 4559,28 \text{ cm}^3$

S23. $V = 25,92 \text{ cm}^2$ e $V = 7,59 \text{ cm}^3$

S24. $r = 3,55$

S25. A de 30 cm

S26.

$\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$	$4\pi \text{ rad}$	$\pi \text{ rad}$	$\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$
------------------------------	--------------------	-------------------	-------------------------------

S27.

540°	90°	135°	630°
-------------	------------	-------------	-------------

S28.

$\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}, \text{cos}\alpha = \frac{4}{5} \text{ e } \text{tx}\alpha = \frac{3}{4}$	$\text{sen}\alpha = \frac{5}{13}, \text{cos}\alpha = \frac{12}{13} \text{ e } \text{tx}\alpha = \frac{5}{12}$
---	---

S29. *Ambos os dous miden 3 cm*

S30. *A 23,09 m*

S31. *A altura é de 35,75 m*

S32. *O papaventos atópase a 8,66 m*

S33. *O brazo mide 1,72 m*

S34. *A altura da torre é de 25 m*

S35. *O raio da circunferencia é de 10 cm*

S36. *O ángulo é de $38,81^\circ$*

S37. *Un ángulo de $63,43^\circ$*

S38.

$a = 5 \text{ cm e } b = \sqrt{50} \text{ cm}$	$a = 13,05 \text{ cm e } b = 7,5 \text{ cm}$
$a = 4 \text{ cm e } b = \sqrt{12} \text{ cm}$	$a = 3 \text{ cm e } b = 3 \text{ cm}$

S39.

$A = 28,2 \text{ cm}^2$	$A = 142 \text{ cm}^2$
-------------------------	------------------------

S40. *Os lados están calculados utilizando as funcións trigonométricas e redondeando á segunda cifra decimal, é por iso que non se cumpre exactamente o teorema de Pitágoras.*

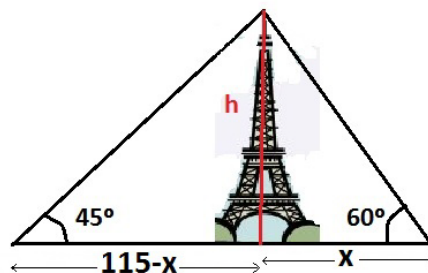
$a = 5, b = 2,85 \text{ e } c = 4,1$ $A = 90^\circ, B = 35^\circ \text{ e } C = 55^\circ$	$a = 7, b = 4,97 \text{ e } c = 4,97$ $A = 90^\circ, B = 45^\circ \text{ e } C = 45^\circ$
$a = 4,76, b = 2 \text{ e } c = 4,26$ $A = 90^\circ, B = 25^\circ \text{ e } C = 65^\circ$	$a = 8, b = 6,9 \text{ e } c = 4$ $A = 90^\circ, B = 60^\circ \text{ e } C = 30^\circ$
$a = 6,1, b = 5 \text{ e } c = 3,5$ $A = 90^\circ, B = 55,03^\circ \text{ e } C = 34,97^\circ$	$a = 2,83, b = 2 \text{ e } c = 2$ $A = 90^\circ, B = 45^\circ \text{ e } C = 45^\circ$

S41. O río ten unha anchura de 17,75 m e temos que andar outros 17,75 m ata o embarcadero.

S42. A torre ten unha altura de 79,15 m

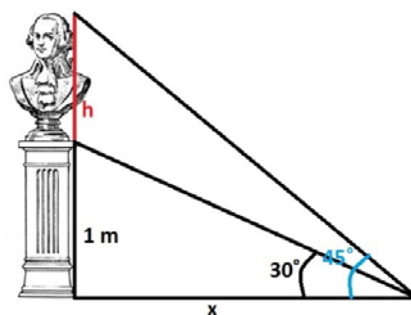
S43. A distancia é de 13,10 km

S44. Observe a seguinte figura



Utilizando as definicións de tanxente nos dous ángulos e resolvendo o sistema obtemos que a altura da torre é de 72,88 m

S45. Observe a seguinte figura



Chamando x a distancia dende o observador ao pé do pedestal, e utilizando as definición de tanxente de 30° , a altura da escultura é de 0,72 m.

4.2 Solucións das actividades finais

Estamos utilizando para a resolución dos problemas un arredondamento a dúas cifras decimais e $\pi = 3,14$.

S46. $A = 113,04 \text{ cm}^2$.

S47. $A = 44 \text{ cm}^2$.

S48. $A = 100 \text{ cm}^2$.

S49. $A = 81,88 \text{ cm}^2$ e $V = 48 \text{ cm}^3$.

S50. $A = 234 \text{ cm}^2$ e $V = 180 \text{ cm}^3$.

S51. $A = 247,62 \text{ cm}^2$ e $V = 197,66 \text{ cm}^3$.

S52. $A = 602,88 \text{ cm}^2$ e $V = 847,8 \text{ cm}^3$.

S53. $A = 262 \text{ cm}^2$ e $V = 171 \text{ cm}^3$.

S54. A súa área aumentará 9 veces.

S55. O raio ten que ser 5 veces menor.

S56.

$\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$	270°	$\frac{\pi}{9} \text{ rad}$	135°
36°	$\frac{3\pi}{5} \text{ rad}$	18°	$\frac{\pi}{10} \text{ rad}$
$\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$	20°	$\frac{\pi}{5} \text{ rad}$	150°
450°	$3\pi \text{ rad}$	900°	$\frac{2\pi}{9} \text{ rad}$

S57. Desde un ángulo de $39,81^\circ$.

S58. A distancia é de $127,7 \text{ m}$.

S59. $h = 8,20 \text{ m}$.

S60. Utilizamos o método da dobre tanxente e arredondamos á segunda cifra decimal os cálculos das tanxentes, obtemos entón unha altura de $14,64 \text{ m}$.

S61. Ten unha altura de $58,85 \text{ m}$.

S62. Utilizamos o método da dobre tanxente e arredondamos á segunda cifra decimal os cálculos das tanxentes, obtemos entón unha altura de $1198,88 \text{ m}$.

5. Glosario

A	▪ Apotema	Perpendicular trazada dende o centro dun polígono regular a calquera dos seus lados. Altura das caras triangulares dunha pirámide regular.
	▪ Área	Concepto métrico que permite asignar unha medida á extensión dunha superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie.
P	▪ Pirámide	Corpo xeométrico que ten por base un polígono e as súas caras laterais son triángulos cun vértice en común (vértice).
	▪ Prisma	Corpo xeométrico que ten dúas caras que son polígonos iguais e paralelos entre si (bases), e o resto das caras (caras laterais) son paralelogramos.
R	▪ Radián	Amplitude dun ángulo, con vértice no centro dunha circunferencia, de exactamente un arco igual ao raio da circunferencia.
	▪ Razón trigonométrica	Razón entre os lados dun triángulo rectángulo.
S	▪ Semellanza	Entre dous polígonos, cando os lados son proporcionais e os ángulos iguais. Entre dúas figuras calquera, se teñen a mesma forma.
V	▪ Volume	Cantidade de espazo que queda pechado no interior dun corpo.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Matemáticas Enseñanzas aplicadas. Serie Soluciona. 4º ESO. Editorial Santillana.
- Matemáticas Enseñanzas académicas. Serie Resuelve. 4º ESO. Editorial Santillana.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4ª Eso. Editorial Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4ª Eso. Editorial Anaya.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. 4º de la ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.
- Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4º de la ESO. LOMCE. Textos Marea Verde.

Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- <http://www.ematematicas.net/>
- <https://matematicasiesoja.wordpress.com/>
- <http://www.apuntesmareaverde.org.es/>
- <http://www.vitutor.com/>
- <http://www.profesorenlinea.cl/geometria/>
- <http://educalab.es/recursos>

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	▪ Licenza: Xunta de Galicia ▪ Procedencia: Imaxes predefinidas Office	 RECURSO 2	▪ Licenza: Xunta de Galicia ▪ Procedencia: : Imaxes predefinidas Office
 RECURSO 3	▪ Licenza: Xunta de Galicia ▪ Procedencia: Imaxes predefinidas Office	 RECURSO 4	▪ Licenza: Xunta de Galicia ▪ Procedencia: Imaxes predefinidas Office