



Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 2

Unidade didáctica 2

Xeometría

Índice

1.	Introdución.....	3
1.1	Descrición da unidade didáctica.....	3
1.2	Coñecementos previos.....	3
1.3	Criterios de avaliación	3
2.	Secuencia de contidos e actividades	5
2.1	Triángulos rectángulos	5
2.1.1	Teorema de Pitágoras. Ternas pitagóricas	5
2.1.2	Aplicacións do teorema de Pitágoras.....	7
2.2	Semellanza. Razón de semellanza	9
2.2.1	Relacións de semellanza	10
2.2.2	Escala en planos, mapas e maquetas	13
2.3	Corpos xeométricos	15
2.3.1	Áreas e perímetros de figuras planas	15
2.3.2	Clasificación dos corpos xeométricos	17
2.3.3	Poliedros regulares	18
2.3.4	Prismas	20
2.3.5	Pirámides	21
2.3.6	Corpos de revolución	23
2.3.7	Volume de corpos xeométricos	26
3.	Actividades finais.....	32
4.	Solucionarios.....	35
4.1	Solucións das actividades propostas	35
4.2	Solucións das actividades finais.....	38
5.	Glosario.....	41
6.	Bibliografía e recursos	42
7.	Anexo. Licenza de recursos	43

1. Introducción

1.1 Descrición da unidade didáctica

Esta unidade achéganos á xeometría a través do coñecemento do teorema de Pitágoras, a súa xustificación xeométrica e aritmética e as súas aplicacións a problemas en contextos da vida real.

Estudaremos tamén o concepto matemático de semellanza, así como os criterios para recoñecela, a razón de semellanza en mapas, planos, áreas e volumes.

Esta unidade de xeometría complétase co estudo dos corpos xeométricos máis sinxelos, traballaremos con eles coñecendo as súas formas e as súas propiedades. Aprenderemos a calcular as súas lonxitudes, as áreas e os volumes, e veremos certas aplicacións prácticas.

1.2 Coñecementos previos

Para afrontar con aproveitamento o estudo deste tema cumprirá manexar os conceptos seguintes:

- Proporcionalidade: unidade 1 do módulo 2 (ámbito científico-tecnolóxico).
- Dominio das operacións básicas con números naturais e enteiros, fraccións e decimais, así como o uso da calculadora para estas operación, que se introduciron e explicaron nas unidades 1 dos módulos 1 e 2. Dominar estes aspectos é básico para a resolución dos problemas da parte de xeometría da presente unidade.

1.3 Criterios de avaliación

- Recoñecer o significado aritmético do teorema de Pitágoras (cadrados de números e ternas pitagóricas) e o significado xeométrico (áreas de cadrados construídos sobre os lados), e empregalo para resolver problemas xeométricos.
- Analizar e identificar figuras semellantes, calculando a escala ou razón de semellanza e a razón entre lonxitudes, áreas e volumes de corpos semellantes.
- Analizar corpos xeométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos e esferas) e identificar os seus elementos característicos (vértices, arestas, caras,

desenvolvementos planos, seccións ao cortar con planos, corpos obtidos mediante seccións, simetrías etc.).

- Resolver problemas que leven consigo o cálculo de lonxitudes, superficies e volumes do mundo físico, utilizando propiedades, regularidades e relacións dos poliedros.

2. Secuencia de contidos e actividades

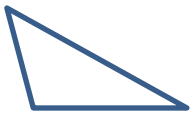
2.1 Triángulos rectángulos

2.1.1 Teorema de Pitágoras. Ternas pitagóricas

Introdución

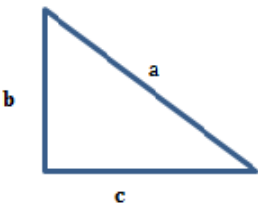
O teorema de Pitágoras establece unha relación entre certos tipos de triángulos e os seus lados. Este tipo de triángulos chámase rectángulo, por medir un dos seus ángulos 90° , o que significa que é un ángulo recto.

Antes de enunciar este teorema imos lembrar os tipos de triángulos que existen segundo sexan os seus lados e os seus ángulos.

Clasificación segundo os seus lados		
Equilátero	Tres lados iguais.	
Isóscele	Dous lados iguais.	
Escaleno	Tres lados desiguais.	

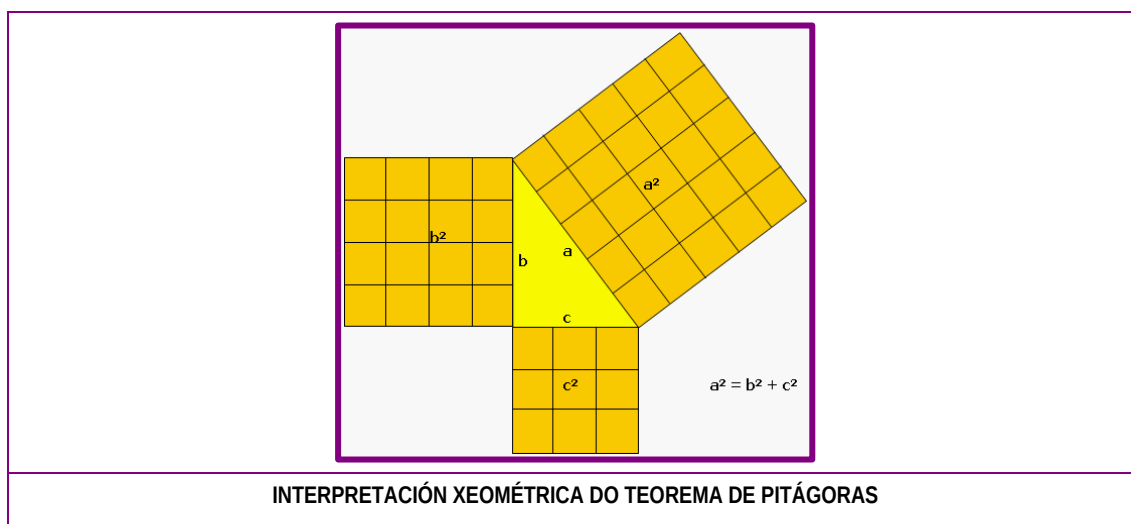
Clasificación segundo os seus ángulos		
Acutángulo	Ten todos os seus ángulos menores de 90° .	
Rectángulo	Ten un ángulo recto, mide 90° .	
Obtusángulo	Ten un ángulo maior de 90° .	

O teorema de Pitágoras utilízase para recoñecer triángulos rectángulos:

	▪ Rectángulo: $a^2 = b^2 + c^2$ ▪ Acutángulo: $a^2 < b^2 + c^2$ ▪ Obtusángulo: $a^2 > b^2 + c^2$ Onde a é o lado maior
---	--

Nun triángulo rectángulo o lado de maior lonxitude chámase **hipotenusa**, e os outros dous, de menor lonxitude e perpendiculares entre si, **catetos**. En xeral, chamaremos a á hipotenusa e b e c aos catetos.

O **teorema de Pitágoras** afirma o seguinte: $a^2 = b^2 + c^2$. Isto quere dicir que a área dun cadrado construído sobre a hipotenusa é igual ás áreas dos cadrados construídos sobre os catetos. Esta relación é certa só se o triángulo é rectángulo.



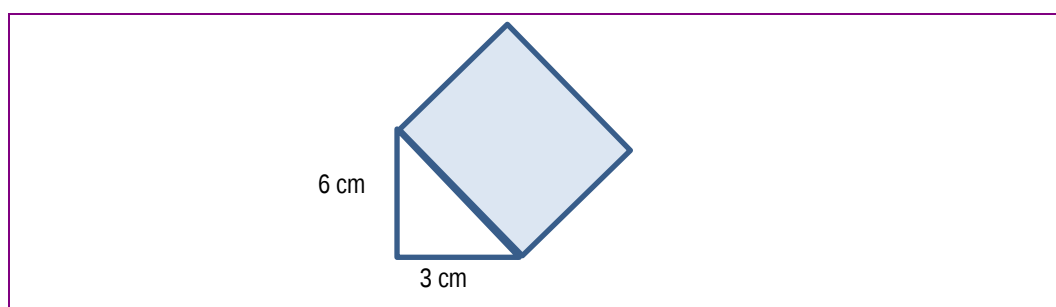
Actividade resolta

Determine se o triángulo é rectángulo

	Se é rectángulo, entón cúmprese: $a^2 = b^2 + c^2$ $5^2 = 4^2 + 3^2$ $25 = 25$
--	---

Actividade proposta

- S1.** Tres superficies cadradas están colocadas de maneira que entre elas se forma un triángulo rectángulo como se observa na figura. Canto mide a área da superficie máis grande?



Ternas pitagóricas

Se tres números naturais a , b , c cumpren $a^2 = b^2 + c^2$, é dicir, se poden ser as medidas dos lados dun triángulo rectángulo, entón dise que forman unha **terna pitagórica**.

Algúns exemplos de ternas pitagóricas son:

5, 4, 3	17, 15, 8	37, 35, 12
13, 12, 5	25, 24, 7	41, 40, 9

Ocorre que, se a , b , c é unha terna pitagórica, tamén o é $k.a$, $k.b$ e $k.c$. Por exemplo, 20, 16, 12, obtidos ao multiplicar por 4 cada un dos compoñentes da terna 5, 4, 3.

Actividade proposta

S2. Comprobe que as seis ternas do cadro anterior son pitagóricas

$5^2 = 4^2 + 3^2$		

2.1.2 Aplicacións do teorema de Pitágoras

Do teorema de Pitágoras dedúcense as igualades e cálculos seguintes:

- **Cálculo da hipotenusa coñecendo os dous catetos:**

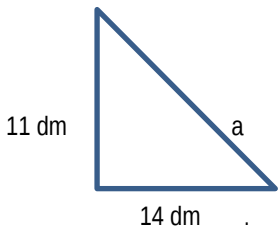
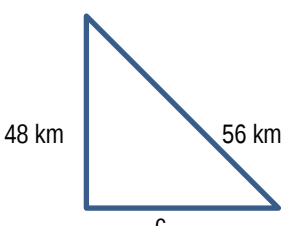
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

- **Cálculo dun cateto coñecendo o outro e a hipotenusa:**

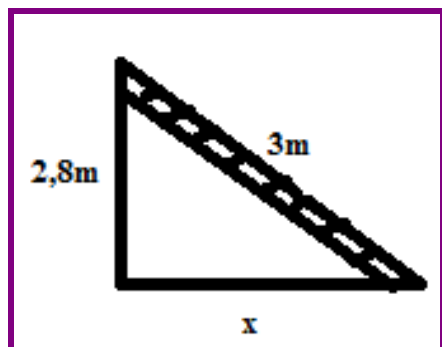
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Actividades resoltas

Ache a hipotenusa e o cateto dos triángulos propostos:

Cálculo da hipotenusa	Cálculo do cateto
	
$a = \sqrt{14^2 + 11^2} = \sqrt{126 + 121} = \sqrt{317} = 17,8 \text{ dm}$	$c = \sqrt{56^2 - 48^2} = \sqrt{3136 - 2304} = \sqrt{832} = 28,84 \text{ dm}$

Unha escada que mide 3 metros apóia-se nunha parede e nun chan horizontal acadando 2,8 metros sobre a parede vertical. A que distancia está o pé da escada da base da parede?



Debuxamos a escada apoiada na parede.

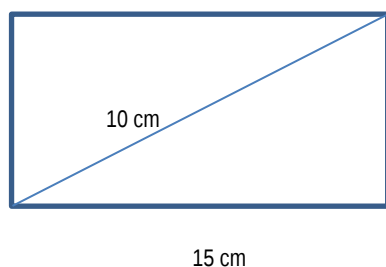
No debuxo, a escada representa a hipotenusa do triángulo rectángulo que forma coa parede e o chan. A altura que acada a escada na parede é un cateto e a distancia entre o punto de apoio da escada e a parede é o outro cateto (que temos que calcular). Así faremos:

$$x = \sqrt{3^2 - (2,8)^2}$$

$$x = \sqrt{9 - 7,84} = \sqrt{1,16}$$

$x = 1,07 \text{ m}$ é a distancia da escada á parede.

Calculamos a diagonal dun rectángulo de lados $a = 10 \text{ cm}$ e $b = 15 \text{ cm}$.



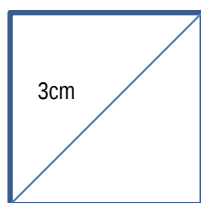
A diagonal do rectángulo é a hipotenusa do triángulo rectángulo formado por cada un dos lados do rectángulo e a propia diagonal. Así calcularemos:

$$h = \sqrt{10^2 + 15^2}$$

$$h = \sqrt{100 + 225} = \sqrt{325}$$

$x = 18,02 \text{ cm}$ mide a diagonal.

Nun cadrado a diagonal mide 3 cm, canto mide o seu lado?



Os lados do cadrado son os catetos do triángulo rectángulo formado por eles mesmos e a diagonal do cadrado. A diagonal é a hipotenusa. Así calcularemos:

$$3^2 = x^2 + x^2$$

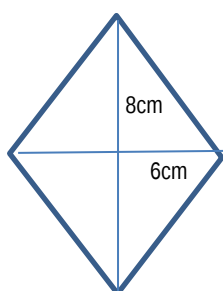
$$9 = 2x^2$$

$$\frac{9}{2} = x^2$$

$$4,5 = x^2$$

$$\sqrt{4,5} = x \Rightarrow x = 2,12 \text{ cm mide o lado do cadrado}$$

Calcule o lado dun rombo cuxas diagonais miden 6 cm e 8 cm.



As diagonais do rombo configuran catro triángulos rectángulos cuxos catetos miden a metade de cada diagonal e a hipotenusa sería o lado do rombo. Así calcularemos:

$$(3 \text{ cm.})^2 + (4 \text{ cm.})^2 = x^2$$

$$9 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 = x^2$$

$$x^2 = 25 \text{ cm}^2$$

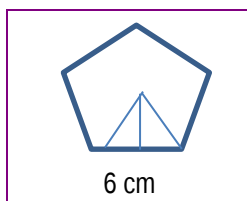
$$x = \sqrt{25 \text{ cm}^2}$$

$$x = 5 \text{ cm.}$$

O lado do rombo mide 5 cm

Actividades propostas

- S3. Se unha escada ten 2,20 cm de lonxitude e se apoia nunha parede de 1,80 cm de altura, a que distancia da parede se sitúa a base da escaleira?
- S4. Cal é o valor do apotema dun hexágono regular de lado 6 cm?



- S5. O lado menor dun campo de cultivo rectangular mide 150 m e a súa diagonal 250 m. Canto mide o lado maior?
- S6. Un edificio mide 150 m de altura e produce unha sombra no chan de 200 m. Que distancia hai desde o punto máis alto da torre ata o extremo da sombra?

2.2 Semellanza. Razón de semellanza

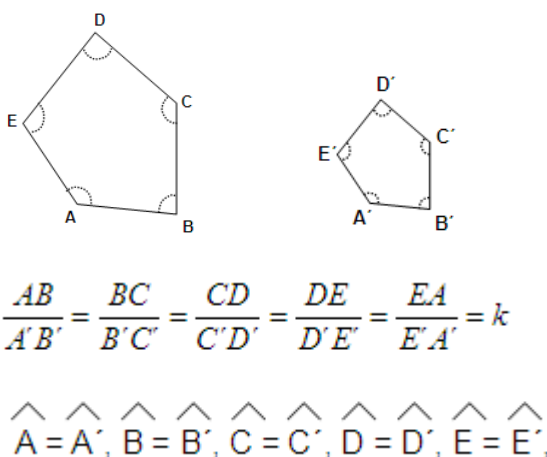
- Dúas figuras son **semellantes** cando teñen a mesma forma pero diferente tamaño, por exemplo, un cadro e a súa reprodución ou un debuxo ou figura e a súa copia reducida na fotocopiadora. Así o podemos observar nas seguintes figuras:

Cando dúas figuras son semellantes, a razón entre os lados homólogos é unha constante que se denomina razón de semellanza. Así, na figura anterior podemos dicir: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = r \text{ (razón de semellanza)}$ Dúas figuras son semellantes se se cumpre o seguinte: - Un ángulo medido na primeira = ao ángulo correspondente na segunda. - Unha proporción na primeira = á proporción correspondente na segunda. Cando dous polígonos son semellantes, dáse entre os seus lados unha relación de proporcionalidade: o cociente entre lados homólogos ten o mesmo valor e recibe o nome de <i>razón de semellanza</i>. Dise tamén que os lados son <i>proporcionais</i>.	

2.2.1 Relacións de semellanza

RELACIÓN ENTRE POLÍGONOS SEMELLANTES

Para que dous polígonos sexan semellantes teñen que ter os lados proporcionais e os ángulos iguais.



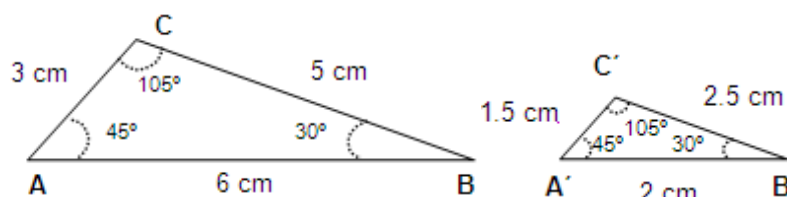
Actividade resolta

	E a razón de semellanza é: $\frac{4}{2} = \frac{5}{2.5} = \frac{3}{1.5} = 2$ En xeral: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = k$
--	--

Semellanza entre triángulos

É particularmente interesante o estudo da proporcionalidade en triángulos, xa que permite a resolución de problemas cotiáns de xeito doado.

Dous triángulos semellantes teñen proporcionais os lados homólogos e iguais os ángulos homólogos.

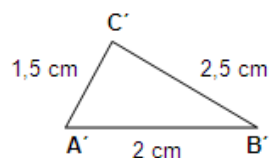
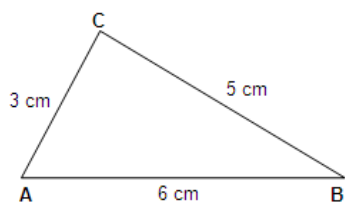


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$$

$\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$, $\widehat{C} = \widehat{C'}$ son iguais dous a dous

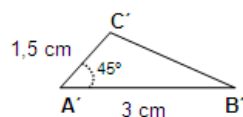
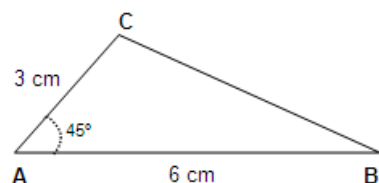
Para que dous triángulos sexan semellantes cumprírase unha das seguintes condicións:

- Que os lados homólogos sexan proporcionais.



$$\frac{3\text{ cm}}{1,5\text{ cm}} = \frac{6\text{ cm}}{3\text{ cm}} = \frac{5\text{ cm}}{2,5\text{ cm}} = 2$$

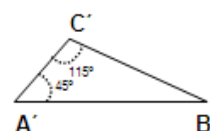
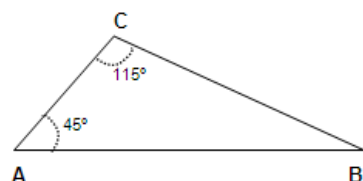
- Que dous lados sexan proporcionais e que os ángulos comprendidos entre eles sexan iguais.



$$\frac{3\text{ cm}}{1,5\text{ cm}} = \frac{6\text{ cm}}{3\text{ cm}} = 2$$

$$\widehat{A} = \widehat{A'} = 45^\circ$$

- Que dous ángulos sexan iguais.



Actividade resolta

Podemos calcular a altura dunha árbore medindo a lonxitude da súa sombra e comparándoa coa lonxitude da sombra dun obxecto coñecido.

Altura da árbore. O que queremos calcular: x Altura dun pau. Dato do que dispomos: 1 m Medida da sombra do pau. Dato do que dispomos: 1,5 m Medida da sombra da árbore. Dato do que dispomos: 6 m	Aplicando as relacións de proporcionalidade entre os lados de triángulos semellantes, neste caso os triángulos $AB'C'$ e ABC, calculamos: $\frac{x}{1} = \frac{6}{1,5}$ $x = \frac{6 \cdot 1}{1,5}, \quad x = 4\text{ m}$ Así calculamos que a altura da árbore é de 4 metros.
--	--

Actividades propostas

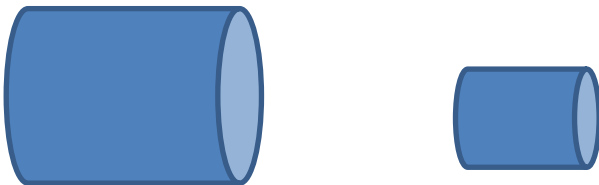
- S7. Calcule a altura dun edificio que proxecta unha sombra de 6,5 m á mesma hora que un poste de 4,5 m dá unha sombra de 0,9 m.
- S8. Os catetos dun triángulo rectángulo miden 12 m e 5 m. Canto medirán os catetos dun triángulo semellante ao primeiro cuxa hipotenusa mide 26 m?
- S9. Un tanque de auga ten 2,5 m de ancho. Se nos situamos a 1,2 m do bordo desde unha altura de 1,65 m, a visual une o bordo do tanque coa liña de fondo. Que profundidade ten o tanque de auga?

Relación entre áreas de figuras semellantes

- Se a razón de semellanza de dúas figuras é k , entón a razón das súas áreas é k^2 .

Actividade resolta

Para pintar un depósito cilíndrico, gastáronse 24,5 quilos de pintura. Outro depósito é semellante ao anterior con razón de semellanza 3,2. Canta pintura será necesaria para pintalo?

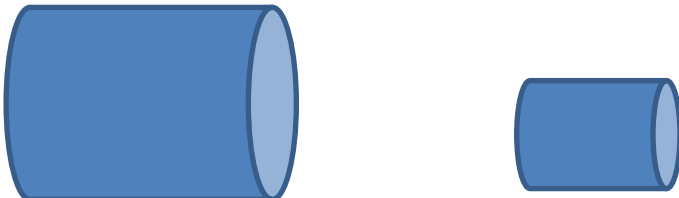
	Aplicando as relacións de semellanza entre áreas, temos: A área do segundo cilindro é $(3,2)^2 = 10,24 \text{ veces a do primeiro.}$ Polo tanto son necesarios $24,5 \cdot 10,24 =$ $= 250,88 \text{ kg de pintura.}$
---	--

Relación entre os volumes de dúas figuras semellantes

- Se a razón de semellanza de dous corpos é k , entón a razón dos seus volumes é k^3 .

Actividade resolta

Se un depósito cilíndrico é semellante a outro, con razón de semellanza 1,6, e o valor do aceite que cabe no pequeno é de 1.875 euros, que valor ten o aceite que cabe no segundo?

	Aplicando as relacións de semellanza entre volumes temos: $1875 \cdot (1,6)^3 = 1875 \cdot 4,09$ $= 7680 \text{ euros.}$
---	---

Actividades propostas

- S10.** Dous rectángulos semellantes teñen unha razón de semellanza de 0,8. As dimensións do menor son 2 cm de ancho e 6 cm de alto. Cales son as dimensións do maior?
- S11.** Nunha tenda da Coruña véndense reproducións da torre de Hércules, hainas de 18 cm e de 12 cm de altura.



- a) Son figuras semellantes? Cal é a razón de semellanza entre a torre grande e a pequena?
- b) A parte máis alta da torre mide na reprodución maior 2,25 cm de alto. Canto mide a da pequena?
- c) Se a parte máis alta da torre orixinal mide 7,125 metros, que altura ten a torre?
- d) Se as dúas reproducións estaban feitas do mesmo material e a pequena pesa 200 gramos, canto pesa a grande?
- e) Se para pintar a pequena gastamos 5 euros, canto nos custará pintar a grande?

2.2.2 Escala en planos, mapas e maquetas

Cando consultamos un plano dunha casa, unha maqueta ou un mapa dun lugar, sabemos que son semellantes á realidade. Neles, ademais da distribución de lugares, importan os tamaños e as distancias, por iso levan unha escala.

- A **escala** é o cociente entre cada lonxitude da reprodución (sexa mapa, plano ou maqueta) e a correspondente lonxitude na realidade. É dicir, é a **razón de semellanza** entre a reprodución e a realidade.
- A **escala** utiliza o cm como unidade de referencia e exprésase en comparación á unidade. Por exemplo, 1 : 80.000 quere dicir que 1 cm no plano ou mapa equivale a 80.000 cm na realidade ou, o que é o mesmo, 1 cm no mapa equivale a 800 m na realidade.

Actividades resoltas

Unha fotografía da catedral de Santiago de Compostela está a escala 1 : 1.200 . As dúas torres da fachada teñen na foto unha altura de 1,75 cm. Cal é a súa altura na realidade?



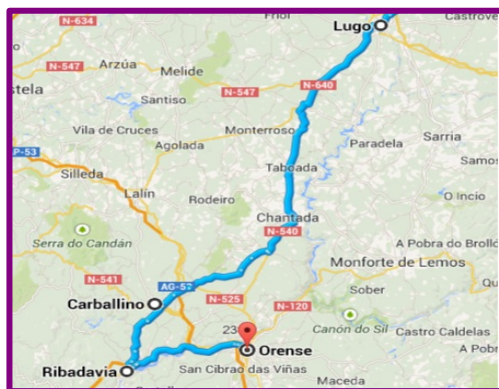
Xa que a fotografía e a catedral na realidade son figuras semellantes, aplicamos a igualdade de razóns de semellanza:

$$\frac{1}{1200} = \frac{1,75}{x}$$

$$x = 1200 \cdot 1,75 = 2100 \text{ cm}$$

2.100 cm = 21 metros que mide cada torre.

A distancia entre Lugo e Ourense é de 111,6 Km, no mapa a distancia entre as dúas cidades é de 4 cm. A que escala está debuxado o mapa?



$$111,6 \text{ km} = 11160000 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{11160000} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{11160000 \cdot 1}{4} = 2790000$$

Está debuxado a escala 1 : 2.790.000.

Actividades propostas

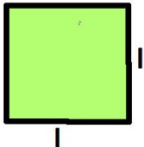
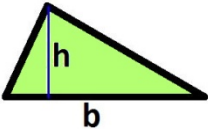
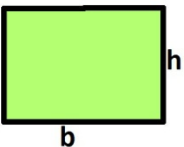
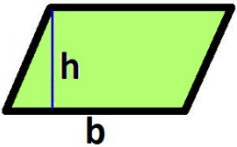
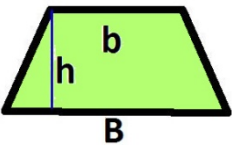
- S12.** Temos un plano da nosa casa a escala e nel medimos que o longo da cociña é de 4 cm; medimos as dimensións reais do longo da cociña e ten 4 m. A que escala está o plano? Cantos metros mide o corredor na realidade se no plano mide 9 cm?
- S13.** Un mapa de España está construído a escala 1 : 2.500.000. A cantos quilómetros están dúas cidades que no mapa están separadas 10 cm?
- S14.** Completa a seguinte táboa tendo en conta que a escala aplicada é de 1 : 1.000

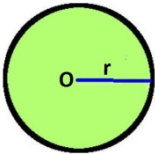
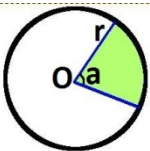
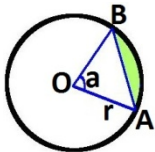
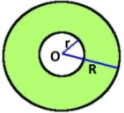
DEBUXO	MEDIDA REAL
26 cm	
	15 km
0,05 m	

2.3 Corpos xeométricos

Imos coñecer a clasificación dos corpos xeométricos, pero antes lembremos o que xa estudaramos no módulo I sobre o cálculo de áreas e perímetros de figuras planas.

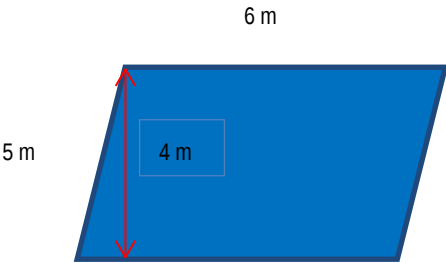
2.3.1 Áreas e perímetros de figuras planas

Figura xeométrica	Fórmulas
Cadrado 	$A = l \cdot l$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Triángulo 	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Rectángulo 	$A = b \cdot h$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Romboide 	$A = b \cdot h$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Rombo 	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Trapecio 	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Polígono regular 	$A = \frac{P \cdot a}{2}$ $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$

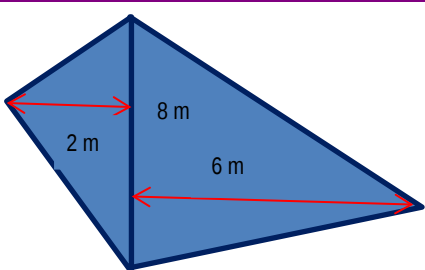
Polígonos irregulares 	Para o cálculo da área debemos descompoñelos en calquera das figuras anteriores, xeralmente triángulos. $P = \text{suma das lonxitudes dos lados}$
Círculo 	$A = \pi \cdot r^2$ $P = 2\pi r$
Sector circular 	$A = \pi r^2 \cdot \frac{a}{360}$ $P = 2r + 2\pi r \cdot \frac{a}{360}$
Segmento circular 	$A = A_{\text{sector circular}} - A_{\text{triángulo OAB}}$ $P = \overline{AB} + 2\pi r \cdot \frac{a}{360}$
Coroa circular 	$A = \pi(R^2 - r^2)$ $P = 2\pi(R + r)$

Actividades resoltas

Ache a área e o perímetro da figura:

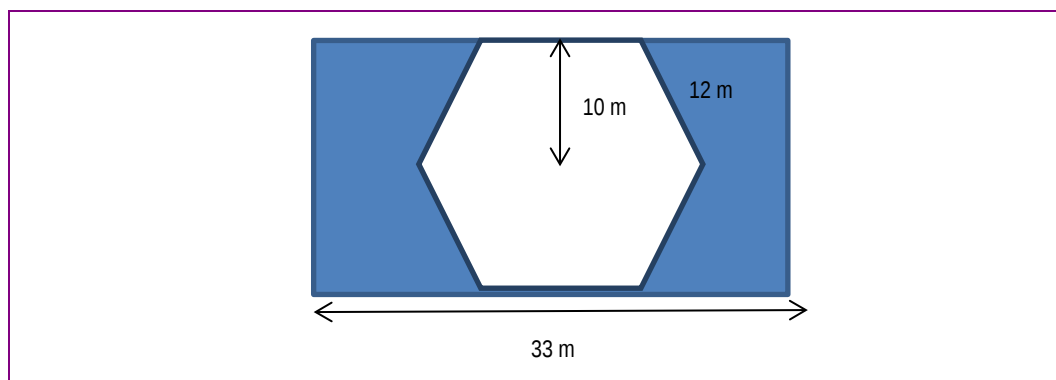
	Área = $b \cdot h$ $A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2$ Perímetro = suma dos lados $P = 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 22 \text{ cm}$
---	---

Calcule a área da seguinte figura:

	A figura está formada por dous triángulos e as súas áreas son as seguintes: $A_1 = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ m}^2$ $A_2 = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ m}^2$ $A_T = 8 + 24 = 32 \text{ m}^2$
---	---

Actividades propostas

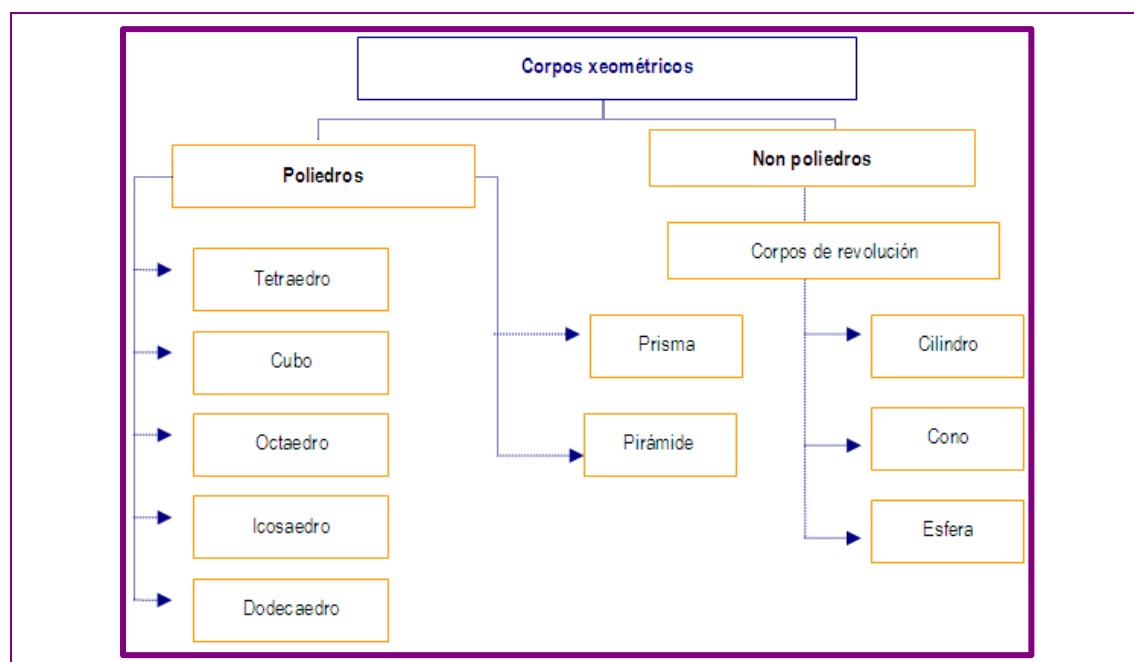
- S15.** As diagonais dun rombo miden 37 cm e 52 cm. Calcule a súa área.
- S16.** Calcule a área dun triángulo isóscele e rectángulo cuxo cateto mide 18 cm.
- S17.** Calcule a área da parte sombreada da seguinte figura.



2.3.2 Clasificación dos corpos xeométricos

Os corpos xeométricos divídense en:

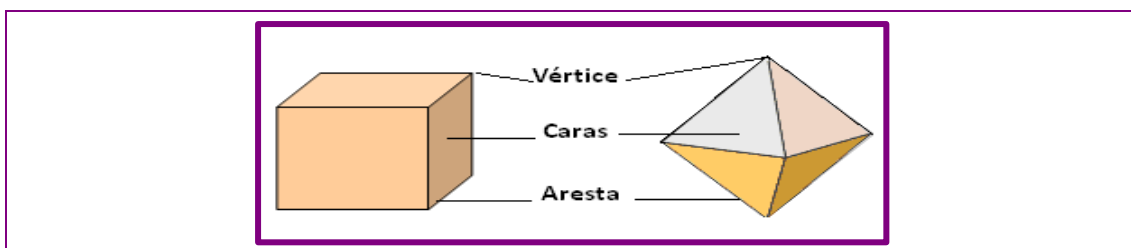
- **poliedros:** poliedros regulares, prismas e pirámides.
- **corpos de revolución:** cilindros, esferas e conos.



2.3.3 Poliedros regulares

Son figuras tridimensionais limitadas por varios planos en forma de polígonos. Nun poliedro os elementos principais son:

- **Caras:** son os polígonos que limitan o poliedro.
- **Arestas:** son os segmentos comúns a dúas caras.
- **Vértice:** é o punto do poliedro onde se xuntan tres ou máis arestas.



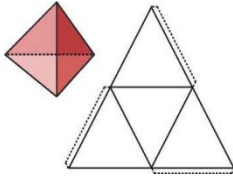
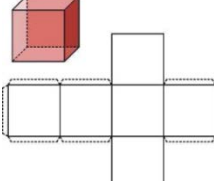
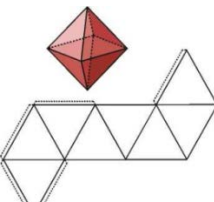
Un poliedro chámase regular cando cumpre estas dúas condicións:

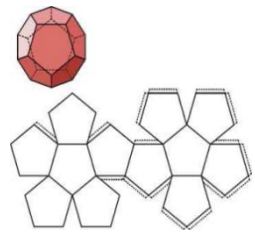
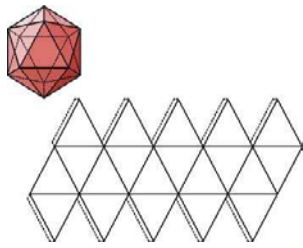
- As súas caras son polígonos regulares idénticos.
- En cada vértice do poliedro concorre o mesmo número de caras.

O número de caras, vértices e arestas está relacionado. A fórmula de Euler indica que se cumpre que:

$$\text{Caras} + \text{vértices} = \text{arestas} + 2$$

Tipos de poliedros regulares

Poliedro regular	Definición	Figura e desenvolvemento
TETRAEDRO	Formado por catro caras que son triángulos equiláteros.	
CUBO OU HEXAEDRO	Formado por seis caras que son cadrados.	
OCTAEDRO	Formado por oito caras que son triángulos equiláteros. Este poliedro xira libremente cando se suxeita por vértices opostos.	

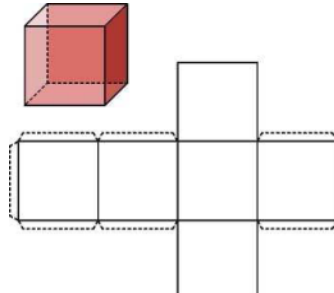
DODECAEDRO	Formado por doce caras que son pentágonos regulares.	
ICOSAEDRO	Formado por vinte caras que son triángulos equiláteros.	

■ Áreas de poliedros regulares

Tendo en conta o seu número de caras e a área do polígono regular do que estea formado, calcúlase a área do poliedro regular multiplicando eses dous datos.

Actividade resolta

Calcule a área dun cubo cuxas caras son cadrados de 2 m de lado.

	O cubo ou hexaedro é un poliedro regular formado por seis caras que son cadrados, procedemos entón a calcular a área dun dos cadrados e despois multiplicamos por 6, que son os cadrados que forman o cubo: Área do cadrado = $l \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2$ Área do cubo = $6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2$
---	--

Actividades propostas

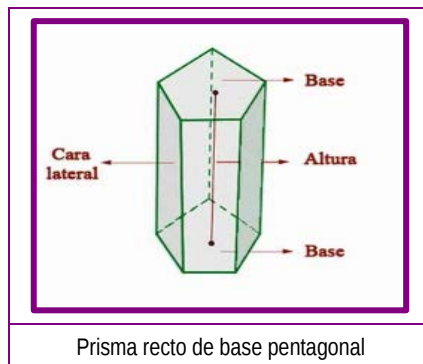
S18. Calcule a área dun dodecaedro formado por pentágonos regulares de 2 cm de lado e apotema 1,35 cm.

S19. Calcule a área dun tetraedro de 2 cm de aresta.

2.3.4 Prismas

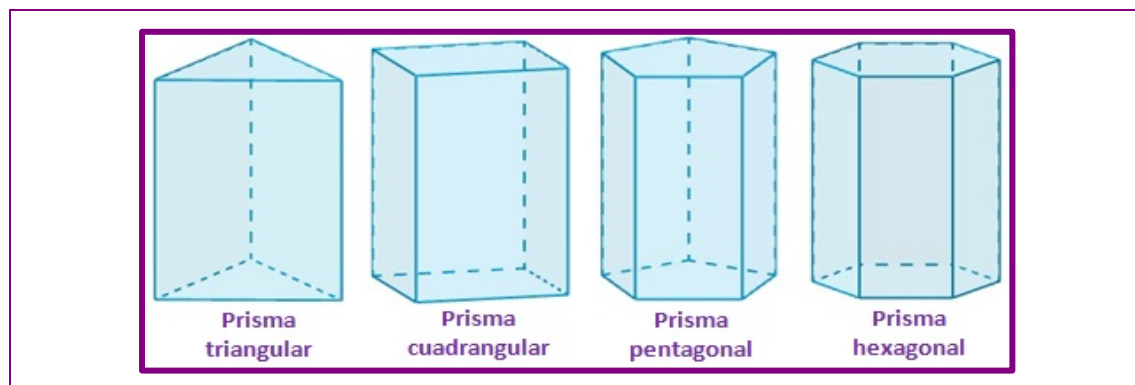
Un **prisma** é un poliedro limitado por dous polígonos iguais e paralelos, chamados **bases**, e varios paralelogramos, chamados **caras laterais**.

A **altura** dun prisma é a distancia entre as bases.

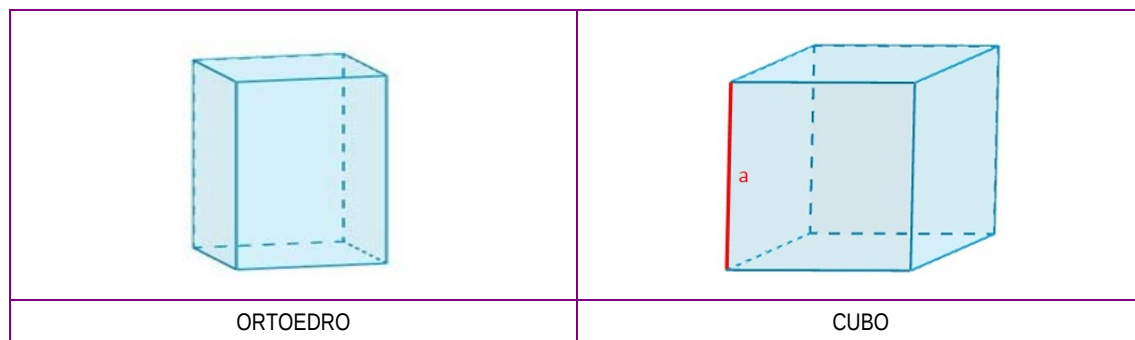


CLASIFICACIÓN DOS PRISMAS

- Segundo os polígonos da súa base:

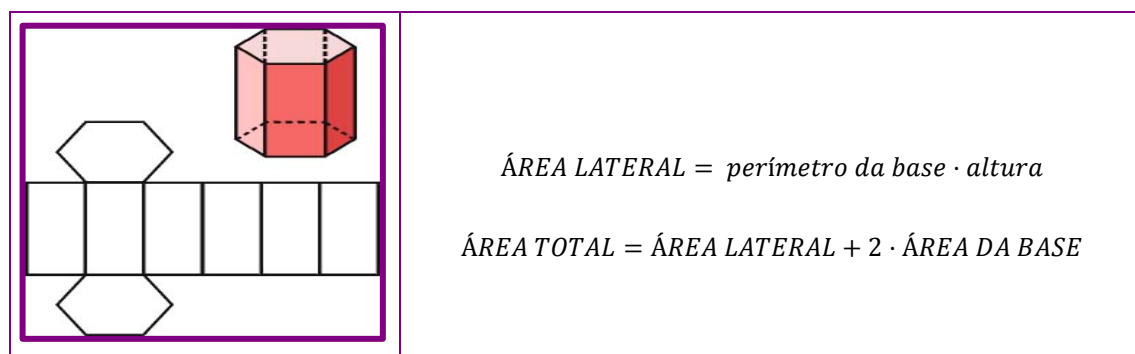


- Paralelepípedos: son prismas en que todas as súas caras son paralelogramos; cada par de caras opostas son iguais.



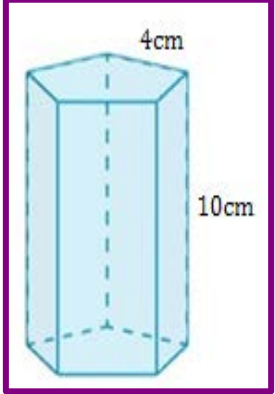
ÁREA DUN PRISMA

O desenvolvemento lateral dun prisma recto é un rectángulo. A lonxitude da súa base é o perímetro da base do prisma, e súa altura, a altura do prisma.



Actividade resolta

Calcule a área total dun prisma de base pentagonal que ten 10 cm de altura, 4 cm de lado da base e 2,75 cm de apotema.

	1º Calculamos a área lateral: $A_l = \text{Perímetro da base} \cdot \text{altura} = (4 \text{ cm} \cdot 5) \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$ 2º Calculamos a área da base: $A_{\text{Base}} = \frac{\text{Perímetro da base} \cdot \text{apotema}}{2} =$ $= \frac{20 \text{ cm} \cdot 2,75 \text{ cm}}{2} = 27,5 \text{ cm}^2$ 3º Calculamos a área total: $\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}} = 200 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 27,5 = 255 \text{ cm}^2$
---	--

Actividades propostas

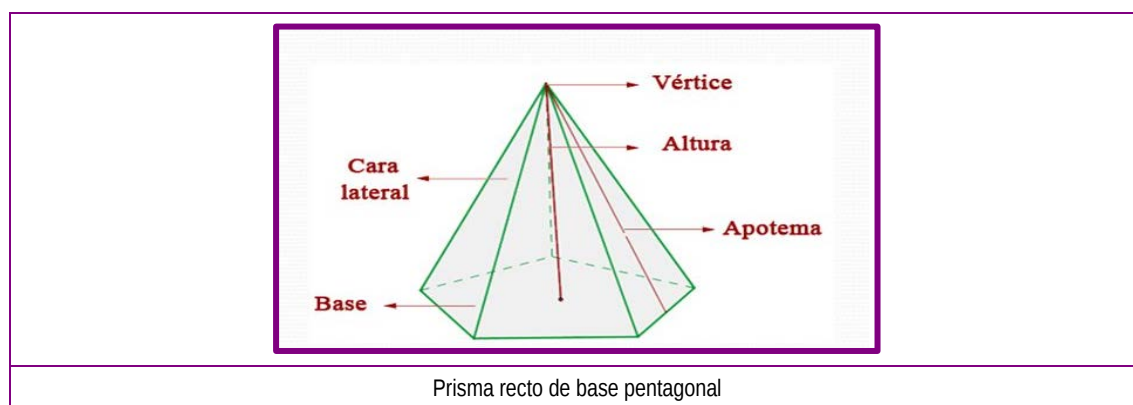
- S20. Un prisma cuadrangular ten unha altura de 5 cm e a aresta da súa base mide 3 cm. Calcule a súa área total.
- S21. Calcule a área dun prisma que ten 22 centímetros de altura e as súas bases son rectángulos de lados 10 e 12 cm.
- S22. Calcule a área dun cubo de 10 cm de aresta.

2.3.5 Pirámides

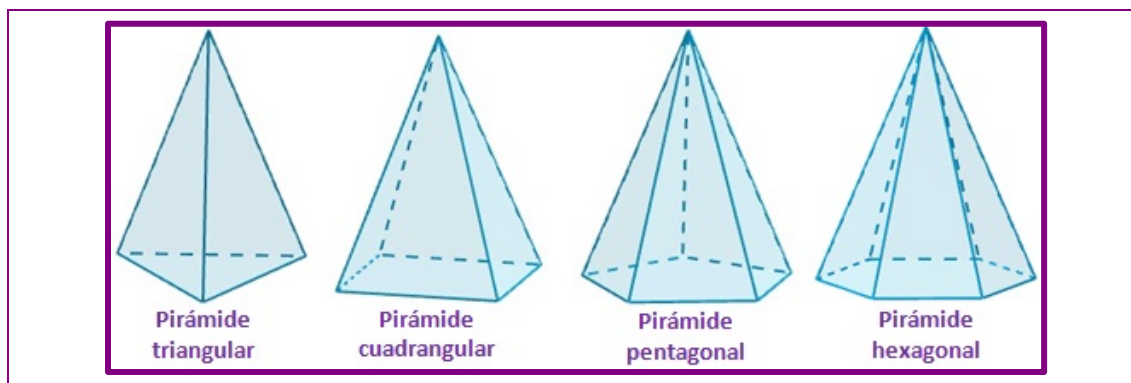
Unha **pirámide** é un poliedro que ten por base un polígono calquera e por caras laterais triángulos cun vértice común, que é o **vértice** da pirámide.

A **altura** da pirámide é a distancia do vértice ao plano da base.

Nunha pirámide regular todas as arestas laterais son iguais e as caras laterais son triángulos isósceles. As alturas dos triángulos chámanse **apotema** da pirámide.

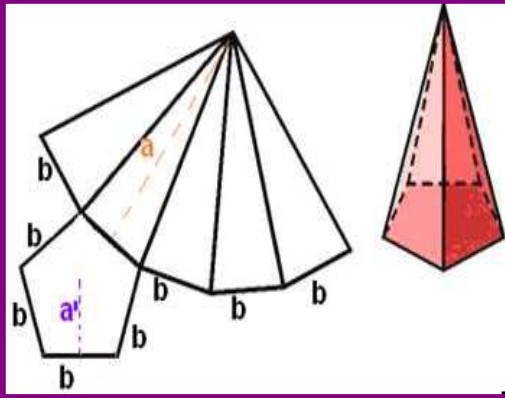


- As pirâmides classificam-se segundo os polígonos das suas bases:



ÁREA DUNHA PIRÂMIDE

A partir do desenvolvimento dunha pirâmide pódese calcular con claridade a súa área:



Área total = área lateral + área da base

Área lateral: A_L é a suma das áreas das súas caras laterais, n triángulos iguais:

$$A_L = n \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetro da base} \cdot a}{2}$$

Área da base: A_B

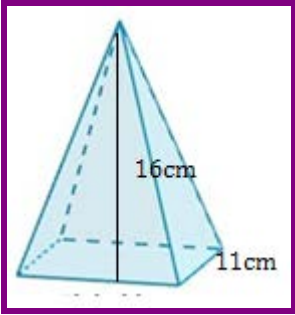
$$A_B = \frac{\text{Perímetro da base} \cdot a'}{2}$$

Area total = Area lateral + Area da base

$$A_T = A_L + A_B = \frac{\text{Perímetro da base} \cdot a}{2} + \frac{\text{Perímetro da base} \cdot a'}{2}$$

Actividade resolta

Calcule a área lateral e total dunha pirâmide que ten por base un cadrado de 11 cm de lado e o seu apotema lateral é de 16 cm.



1º Calculamos o perímetro e logo a area lateral:

$$p = 4 \cdot 11 = 44 \text{ cm} \Rightarrow A_L = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{44 \cdot 16}{2} = 352 \text{ cm}^2$$

2º Calculamos a área da base:

$$A_b = l^2 = 11^2 = 121 \text{ cm}^2$$

3º Calculamos a área total:

$$A_T = A_L + A_B = 352 + 121 = 473 \text{ cm}^2$$

Actividades propostas

- S23.** Calcule a área dunha pirâmide de base pentagonal de 14 cm de lado, 9,63 cm de apotema da base e 60 cm de apotema lateral.

S24. Unha pirámide ten por base un hexágono cuxos lados miden 10 m e o apotema 8,66 m. O apotema lateral da pirámide é de 44 m. Calcule:

- A área da base.
- A área lateral da pirámide.
- A área total da pirámide.

2.3.6 Corpos de revolución

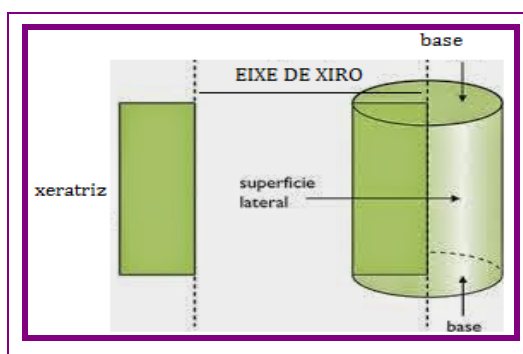
Cando xiramos unha figura plana arredor dun eixe, obtemos un corpo de revolución. Os tres corpos de revolución máis importantes, e que imos estudar, son o **cilindro**, o **cono** e a **esfera**.

Cilindro

Se facemos xirar un rectángulo arredor dun dos seus lados, xérase un cilindro recto.

As bases dun cilindro recto son círculos. A distancia entre as bases chámase altura.

A xeratriz do cilindro corresponde á lonxitude do lado oposto ao eixe, é dicir, coincide coa altura.



Área dun cilindro

Ao cortar un cilindro obtense o desenvolvemento no plano e apréciase que a parede lateral do cilindro é un rectángulo de base igual ao perímetro do círculo, $2 \cdot \pi \cdot r$, e cuxa altura, h , é a do cilindro.

	Área lateral $= 2\pi r \cdot h$ Área total $= \text{Área lateral} + \text{Área das dúas bases}$ $A_t = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$
--	---

Actividade resolta

Calcule a área lateral e a área total dun cilindro de 3 dm de raio da base e 5 dm de altura.

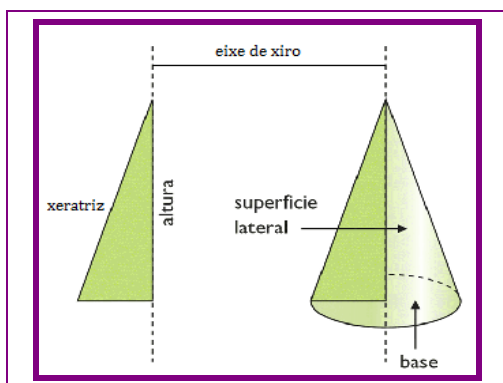
	$A_l = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 = 94,2 \text{ dm}^2$ $A_{tot} = 94,2 + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 150,72 \text{ dm}^2$
--	--

Actividades propostas

S25. Que cantidade de chapa se necesita para construír un depósito cilíndrico pechado de 0,6 m de raio da base e 1,8 m de altura?

S26. Calcule a área total dun cilindro de 6 cm de raio e 16 cm de altura.

CONO

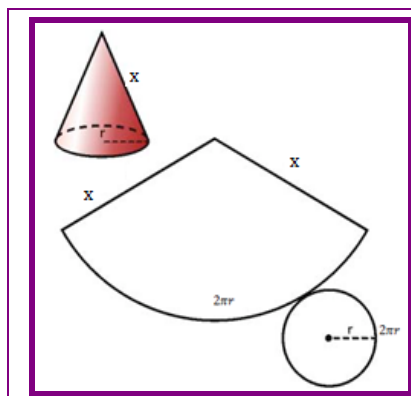


Facendo xirar un triángulo rectángulo arredor dun dos catetos, obtense un **cono recto**.

A **altura** é a distancia do vértice á base. A **xeratriz** do cono é a lonxitude da hipotenusa do triángulo.

Área dun cono

A partir do desenvolvemento dun cono pódese calcular con claridade a súa área:



A superficie lateral dun cono recto é un sector circular de raio x e a porción de círculo que ten este sector calculámola como segue:

$$\frac{\text{lonxitude da circunferencia}}{\text{superficie do círculo}} = \frac{\text{lonxitude do arco}}{\text{superficie do sector}}$$

$$\frac{2\pi x}{\pi x^2} = \frac{2\pi r}{A} \Rightarrow A = \frac{2\pi r \cdot \pi x^2}{2\pi x} = \pi r x$$

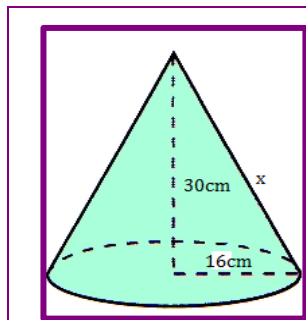
Polo tanto:

$$\text{Área lateral} = \pi r x$$

$$\text{Área total} = \pi r x + \pi r^2$$

Actividade resolta

Calcule a área lateral e a área total dun cono de 85 cm de raio da base e 84 cm de altura.



1º Para calcular a área total e lateral do cono necesitamos calcular a súa xeratriz, que neste caso é a hipotenusa do triángulo rectángulo formado pola altura do cono, o raio da base e a propia xeratriz. Polo tanto, calculáramos:

$$x^2 = 30^2 + 16^2 \Rightarrow x = \sqrt{900 + 256} = \sqrt{1156} = 34 \text{ cm}$$

2º Tendo xa o valor da xeratriz, calculamos a área lateral e total.

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= \pi r x + \pi r^2 = 3,14 \cdot 16 \cdot 34 + 3,14 \cdot 16^2 \\ &= 1708,16 + 803,84 \\ A_t &= 22512 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

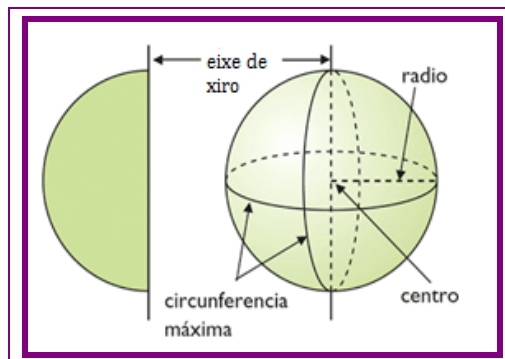
Actividades propostas

S27. Calcule a área total dun cono de 5 cm de raio da base e 15 cm de xeratriz.

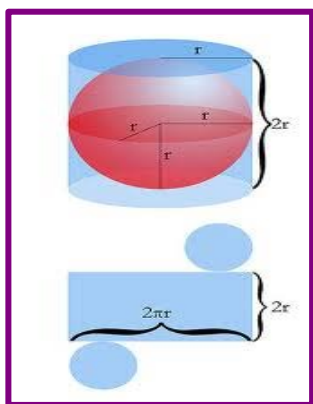
S28. Calcule a área total dun cono que ten 10,4 cm de altura e 6 cm de raio da base.

ESFERA

As esferas son corpos de revolución que se xeran ao facer xirar un semicírculo arredor do seu diámetro. A **esfera** queda determinada polo seu raio **R**.



Área dunha esfera



Para calcular a superficie dunha esfera, imaxinemos a esta envolta nun cilindro que se axusta a ela completamente. A área da esfera é igual que a área lateral dese cilindro.

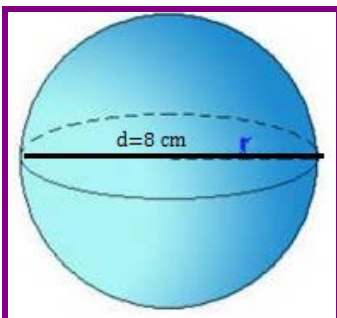
$$A_{\text{lateral do cilindro}} = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$$

A área da superficie esférica de raio R é:

$$A = 4\pi R^2$$

Actividade resolta

Calcule a superficie dunha esfera de 8 cm de diámetro.



Para calcular a superficie da esfera necesitamos o seu raio, que é a metade do diámetro:

$$R = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Área}_{\text{esfera}} = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = 200,96 \text{ cm}^2$$

Actividades propostas

S29. Un balón ten 30 cm de diámetro. Canto mide súa superficie?

S30. A superficie dunha esfera mide $2.122,64 \text{ m}^2$. Calcule o seu raio.

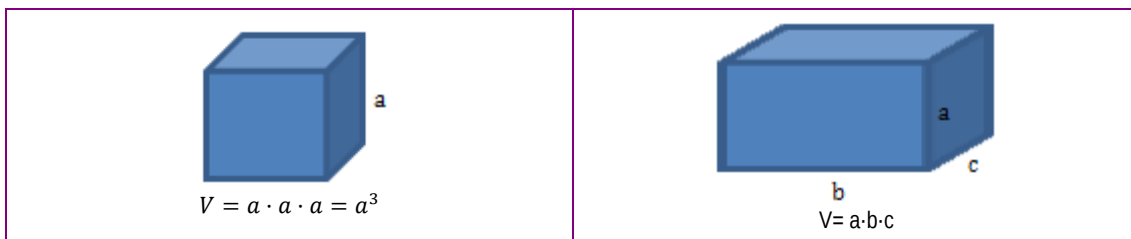
2.3.7 Volume de corpos xeométricos

O volume dun corpo é a cantidade de espazo que ocupa. Para sabermos o volume dun corpo sólido compre coñecermos as súas tres dimensións (longo, ancho e alto). Así, por exemplo, o volume dun ortoedro calcúlase multiplicando as súas tres dimensións ou arestas: a , b , c . Daquela, o volume é:

$$V_{\text{ortoedro}} = a \cdot b \cdot c$$

Un cubo é un ortoedro coas tres dimensións iguais; xa que logo, o volume dun cubo de aresta a é igual ao valor da súa aresta elevado a tres.

$$V_{\text{cubo}} = a^3$$



A palabra volume úsase para designar o que ocupa un corpo no espazo e a palabra capacidade, para indicar o que cabe dentro dun recipiente. As dúas son magnitudes idénticas e, polo tanto, para medilas utilízanse as mesmas unidades. Estas son as unidades cúbicas ou as dos múltiplos e os divisores do litro, tanto unhas coma outras úsanse para medir volumes e capacidades. Lembramos estas unidades e as súas equivalencias:

- Unidades cúbicas:

- Cada unidade de volume é 1.000 veces a unidade de orde inferior e a milésima parte (0,001) dunha de orde superior. A táboa de unidades é a seguinte:

·1000→	·1000→	·1000→	·1000→	·1000→	·1000→	·1000
<i>km³</i>	<i>Hm³</i>	<i>dam³</i>	<i>m³</i>	<i>dm³</i>	<i>cm³</i>	<i>mm³</i>
÷1000	←÷1000	←÷1000	←÷100	←÷1000	←÷1000	←÷1000

- Litro, múltiplos e submúltiplos:

quilolitro (kl) → 1000l

decilitro (dl) → 0,1l

hectolitro (hl) → 100l

centilitro (cl) → 0,01l

decalitro (dal) → 10l

mililitro (ml) → 0,001l

- **Un litro (l) equivale a 1 dm³**

Na seguinte táboa inclúense as unidades cúbicas e as súas equivalencias en unidades de litro.

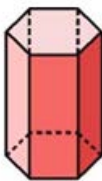
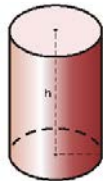
m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		kl	hl	dal	l	dl	cl	ml			

Tanto as unidades cúbicas como os múltiplos e divisores do litro utilízanse para medir volumes e capacidades, no entanto débense escoller as unidades dependendo do tamaño do que se mide. Exemplos:

- O volume dunha copa, dun vaso, dunha botella en l , cl ou cm^3 .
- O volume de pequenos recipientes en cm^3 .
- O gasto mensual de auga nunha casa en m^3 .
- A capacidade dun encoro en hm^3 ou km^3 .

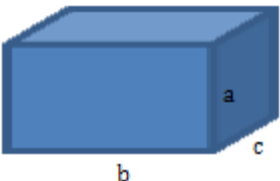
VOLUME DE PRISMAS E CILINDROS

Os prismas e cilindros son figuras prismáticas. Os seus volumes son:

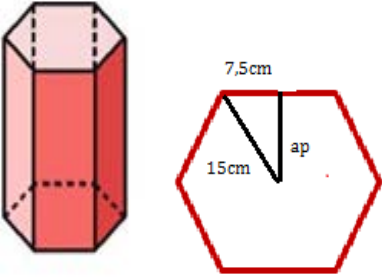
VOLUME DUNHA FIGURA PRISMÁTICA $V = Area_{base} \cdot Altura$	
 $V = A_{base} \cdot Altura$	 $V = A_{base} \cdot Altura = \pi r^2 \cdot a$

Actividades resoltas

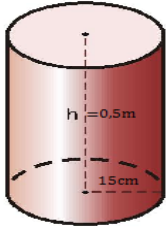
Calcule o volume dun ortoedro de dimensións 12, 4 e 8 cm. Calcule tamén o volume dun cubo de 11 dm de aresta.

 $V = a \cdot a \cdot a = a^3$ $V = 11 \cdot 11 \cdot 11 = 1331 \, dm^3$	 $V = a \cdot b \cdot c$ $V = 12 \cdot 4 \cdot 8 = 384 \, cm^3$
--	--

Ache o volume dun prisma hexagonal de 15 cm de lado da base e 0,5 m de altura.

	Nun hexágono regular, o raio e o lado son iguais. Polo tanto, o cateto menor do triángulo rectángulo sinalado é 7,5 cm. $\text{apotema} = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = 12,9 \text{ cm}$ $A_{\text{base}} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{15 \cdot 6 \cdot 12,9}{2} = 580,5 \text{ cm}^2$ $h = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$ $V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \cdot \text{Altura} = 580,5 \cdot 50 = 29025 \text{ cm}^3$ $29025 \text{ cm}^3 = 29025 \cdot 0,001 = 29,025 \text{ litros}$
---	---

Calcule o volume dun cilindro de 15 cm de raio e 0,5 m de altura.

	$\text{Altura} = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$ $V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot \text{Altura} = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 15^2 \cdot 50 =$ $= 35325 \text{ cm}^3 = 35,325 \text{ litros}$
---	---

Actividades propostas

S31. Transforme en m^3 as seguintes cantidades:

0,025 hm^3	45214 dm^3	0,015 km^3	23 dam^3	58000 L
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------	---------

S32. Transforme en litros:

40000 hm^3	6 dam^3	8562 m^3	14350 dl	1749 cm^3
---------------------	------------------	-------------------	----------	--------------------

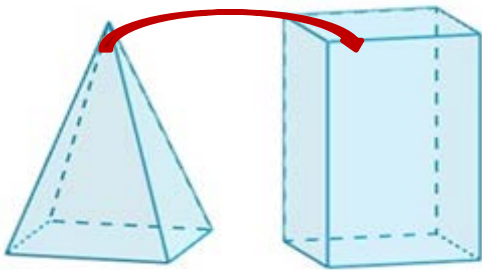
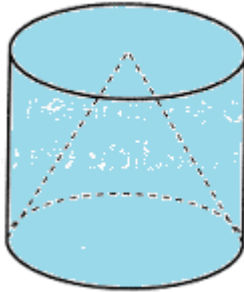
S33. Calcule o volume dun prisma de 15 m de altura, sabendo que a súa base é un cadrado de 56 m de perímetro.

S34. Un edificio ten forma de prisma de base hexagonal. O lado da base mide 16 m e a altura do edificio é de 30 m. Calcule o seu volume.

S35. Calcule o volume dun cilindro de 12 m de raio e 2.000 cm de altura.

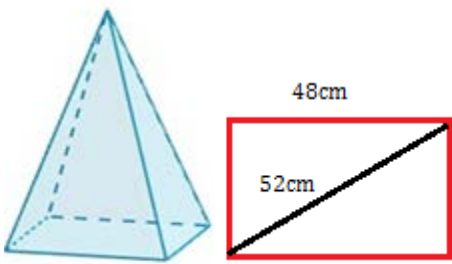
VOLUME DA PIRÂMIDE E DO CONO

Para calcular o volume dunha pirámide e dun cono teremos en conta o seguinte:

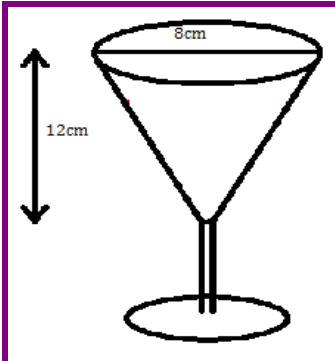
Se consideramos un prisma e unha pirámide coa mesma base e a mesma altura, podemos comparar os seus volumes. Se enchemos a pirámide de auga e a metemos dentro do prisma, compróbase que <u>se necesitan tres pirámides para completar o volume do prisma.</u> 	Como ocorre coa pirámide, o volume dun cono é a terceira parte do volume do cilindro de igual base e altura, xa que logo, necesitaríamos <u>tres conos cheos de auga para completar o volume do cilindro.</u> 
$V = \frac{1}{3} A_{base} \cdot Altura$	$V = \frac{1}{3} A_{base} \cdot Altura = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot a$

Actividades resoltas

Unha pirámide de 60 cm de altura ten unha base rectangular de 48 cm de longo e 52 de diagonal. Calcule con cantos litros de auga se enche totalmente.

	Para calcular a área da base necesitamos o outro lado (ancho) do rectángulo, que sería o cateto do triángulo rectángulo formado pola diagonal do rectángulo e o ancho e longo da base. Calculamos: $\text{Lado da base} = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20 \text{ cm}$ $A_{base} = b \cdot h = 48 \cdot 20 = 960 \text{ cm}^2$ $V_{piramide} = \frac{1}{3} A_{base} \cdot Altura = \frac{1}{3} \cdot 960 \cdot 60 = 19200 \text{ cm}^3$ $19200 \text{ cm}^3 = 19200 \cdot 0,001 = 19,2 \text{ litros}$
---	---

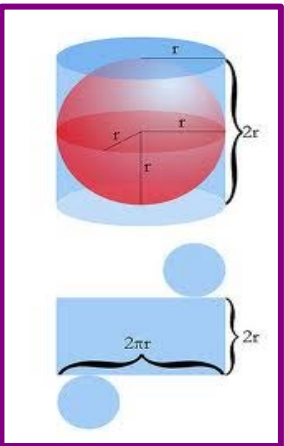
Temos unha botella de un litro de auga. Cantas copas coma a da figura podemos encher?

	A parte da copa que leva o líquido ten forma de cono invertido polo que temos que calcular o volume en litros da copa: $\text{Raio} = 8 : 2 = 4 \text{ cm}$ $A_{base} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$ $V_{piramide} = \frac{1}{3} A_{base} \cdot Altura = \frac{1}{3} \cdot 50,24 \cdot 12 = 200,96 \text{ cm}^3$ Cada copa leva 200,96 cm³. A botella ten 1 litro = 1 dm³ = 1000 cm³. Así, calculamos: $1000 \text{ cm}^3 : 200,96 \text{ cm}^3 = 4,97$ O que quere decir que poderíamos encher case que 5 copas para baleirar a botella.
---	--

Actividades propostas

- S36.** Unha pirámide regular ten por base un cadrado de 8 cm de lado e a súa altura é de 10 cm. Calcule o seu volume.
- S37.** Calcule o volume dun cono de 30 cm de altura e 1,2 dm de raio da base.
- S38.** Calcule o volume dunha pirámide regular de 80 cm de altura e de base hexagonal cuxo lado mide 30 cm.

VOLUME DA ESFERA



O volume da esfera é igual aos $\frac{2}{3}$ do volume do cilindro no que está inscrita.

Xa que o raio da base do cilindro é o mesmo que o da esfera, R, e a altura do cilindro é 2R, entón, o volume do cilindro será:

$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot Altura = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi r^3$$

Entón, o volume dunha esfera de raio R é:

$$V = \frac{2}{3} \cdot V_{cilindro} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Actividade resolta

O raio dun balón é 30 cm e sábese que o grosor da goma é de 4 mm. Cantos litros de goma son necesarios para fabricar 100 balóns como o que se describe?



Para calcular o volume da esfera de goma que cobre o balón, calcularemos primeiro o volume total do balón ao que lle restaremos o volume da esfera interior.

1º

$$V_{balón} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 30^3 = 113040 \text{ cm}^3$$

2º O raio da esfera interior é: $30 - 0,4 = 29,6$

$$V_{esfera interior} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (29,6)^3 = 108578,42 \text{ cm}^3$$

3º Calculamos o volume da goma:

$$V_{goma} = 113040 - 108578,42 = 4461,58 \text{ cm}^3 = 4,46158 \text{ l}$$

4º Para 100 balóns $4,5 \cdot 100 = 450 \text{ l de goma}$

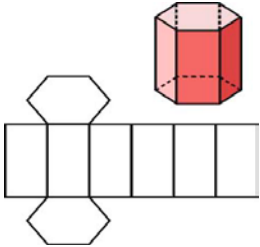
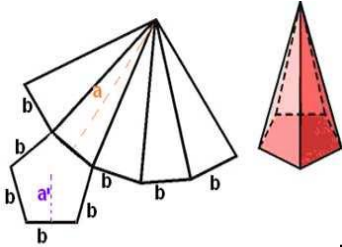
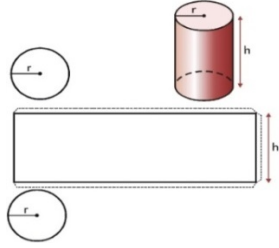
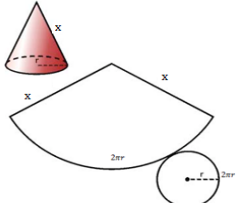
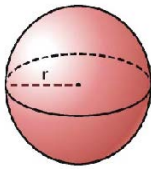
Actividades propostas

- S39.** Ache a área total e o volume dunha semiesfera de 3 dm de raio.

S40. Cal é o volume da cúpula dun planetario que ten forma de semiesfera de 26 m de diámetro.

S41. Calcule o volume de cada unha das porcións dunha laranxa de diámetro 12 cm, sabendo que a súa carapa ten 0,8 cm de grosor.

CADRO RESUMO DE ÁREAS E VOLUMES DE FIGURAS XEOMÉTRICAS

Figura xeométrica	Fórmulas
PRISMA 	$\text{ÁREA LATERAL} = \text{perímetro da base} \cdot \text{altura}$ $\text{ÁREA TOTAL} = \text{ÁREA LATERAL} + 2 \cdot \text{ÁREA DA BASE}$ VOLUME DUNHA FIGURA PRISMÁTICA $V = \text{Area}_{\text{base}} \cdot \text{Altura}$
PIRÁMIDE 	$\text{ÁREA LATERAL} = \frac{\text{perímetro da base} \cdot \text{apotema (a)}}{2}$ $\text{ÁREA TOTAL} = \text{ÁREA LATERAL} + \text{ÁREA DA BASE}$ $A_T = A_L + A_B = \frac{\text{Perímetro da base} \cdot a}{2} + \frac{\text{Perímetro da base} \cdot a'}{2}$ VOLUME DUNHA PIRÁMIDE $V = \frac{1}{3} \text{Area}_{\text{base}} \cdot \text{Altura(h)}$
CILINDRO 	$\text{ÁREA LATERAL} = 2\pi r \cdot \text{Altura(h)}$ $\text{ÁREA TOTAL} = \text{ÁREA LATERAL} + \text{ÁREA DAS DÚAS BASES}$ $A_t = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$ VOLUME DUN CILINDRO $V = \pi r^2 \cdot \text{Altura(h)}$
CONO 	$\text{ÁREA LATERAL} = \pi \cdot r \cdot x (\text{xeratriz})$ $\text{ÁREA TOTAL} = \pi \cdot r \cdot x + \pi r^2$ VOLUME DUN CONO $V = \frac{\pi r^2 \cdot \text{Altura(h)}}{3}$
ESFERA 	$\text{ÁREA DA ESFERA} = 4\pi R^2$ VOLUME DA ESFERA $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

3. Actividades finais

- S42.** Unha cidade está a 34 km ao oeste e a 16 km ao norte doutra. Cal é a distancia lineal real entre as dúas cidades?
- S43.** Calcule a área dun triángulo equilátero de 10 cm de lado.
- S44.** Un granxeiro construíu unha parcela triangular de lados $a = 12$, $b = 10$ e $c = 6$. Que tipo de triángulo forma esa parcela? Xustifique a resposta.
- S45.** A razón de semellanza entre dos triángulos é de 0,4. Se o maior ten 6 cm de base e 10 cm de altura, canto miden a base e a altura do menor?
- S46.** Dúas piscinas son semellantes. A pequena mide 5 m de longo e a grande 10 m.
- Cal é a razón de semellanza?
 - Se a pequena ten 1,40 m de profundidade, cal é a profundidade da grande?
 - Pintar o interior da pequena custou 1.000 euros. Canto custará pintar o interior da grande?
 - Encher a pequena de auga custa 200 euros. Canto custará encher a grande?
- S47.** Fíxose o plano dun cuarto de dimensións 9 m de longo e 6 m de ancho . No plano, o longo do cuarto é 12 cm. A que escala está debuxado o plano? Cal é o longo do cuarto na realidade?
- S48.** Nun mapa de África construído a escala 1 : 84.000.000 a maior distancia leste-oeste corresponde a dous puntos situados a 60 mm, e a maior distancia norte-sur corresponde a 120 mm. Cantos quilómetros representan estas distancias?
- S49.** Calcule a área e o perímetro das seguintes figuras:



S50. Calcule e a área da superficie sombreada.



S51. Complete a táboa e comprobe que se cumpra para os cinco poliedros regulares a fórmula de Euler: cara + vértice = aresta + 2

	Nome	Caras	Vértices	Arestas	C + V = A + 2
	Tetraedro	4	4	6	4+4=6+2
					
					
					
					

S52. As dimensións dun ortoedro son 6 cm, 11 cm e 10 cm. Calcule a súa área.

S53. As bases dun prisma recto son rombos de diagonais 8 cm e 6 cm. A altura do prisma é 10 cm. Calcula a área total.

S54. A altura dun prisma recto é de 20 cm. As súas bases son trapeacios que teñen 11 cm e 16 cm de base e 12 cm de altura. Calcula a área total do prisma.

S55. Unha pirámide ten a base cadrada. Sábese que a súa área total é de 1.248 cm^2 e a súa área lateral 992 cm^2 . Calcule o que miden os lados da base da pirámide.

S56. Calcule a área total e lateral dunha pirámide hexagonal de 13 cm de altura que ten como raio da base 6 cm.

- S57.** Un depósito cilíndrico ten $672,24 \text{ cm}^2$ de área lateral e 18 cm de altura. Calcule o raio da base e a área total do depósito.
- S58.** A xeratriz dun cono mide 5 m e a altura 4 m, calcule:
- a) O raio da base do cono.
 - b) A área total do cono.
- S59.** Unha cúpula semiesférica dun edificio ten 10 m de diámetro e unha altura de 5 m. Calcule a súa superficie.
- S60.** Calcule o volume dun prisma de base hexagonal de 10 cm de altura e de 3 cm de lado da base.
- S61.** O diámetro da base dunha lata de conservas cilíndrica mide 12 cm e a altura da lata é de 9 cm. Unha segunda lata ten 9 cm de raio na base e 4 cm de altura.
- a) Compare os volumes das dúas latas.
 - b) Cal é a que necesita a maior cantidade de material para súa construción?
- S62.** A maior das tres pirámides que hai en Gizeh (Exipto) é a de Keops. A súa base é un cadrado que mide 230 m de lado, e súa altura é de 147 m. Ache o seu volume.
- S63.** Calcule a área total e o volume dun cono de 10,4 cm de altura, 12 cm de xeratriz e 6 cm de raio da base.
- S64.** O diámetro dun balón mide 20 cm. Calcule o seu volume.
- S65.** Calcule cantos metros cúbicos de auga caben nun depósito de forma esférica de 14 m de diámetro.

4. Solucionarios

4.1 Solucións das actividades propostas

S1. 261cm^2

S2.

$5^2 = 4^2 + 3^2$ $25 = 25$	$17^2 = 15^2 + 8^2$ $289 = 289$	$37^2 = 35^2 + 12^2$ $1369 = 1369$
$13^2 = 12^2 + 5^2$ $169 = 169$	$25^2 = 24^2 + 7^2$ $625 = 625$	$41^2 = 40^2 + 9^2$ $1681 = 1681$

S3. $126,49\text{ cm.}$

S4. $5,2\text{ cm.}$

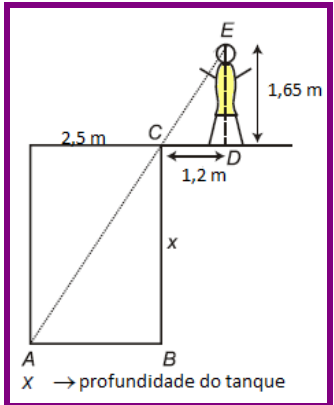
S5. 200 metros.

S6. *Desde o punto máis alto da torre ata o extremo da sombra hai 250 metros.*

S7. $32,5\text{ metros.}$

S8. $10\text{ metros e }24\text{ metros.}$

S9. *Facemos un debuxo que mostre a situación.*



Os triángulos $\triangle ABC$ e $\triangle CDE$ son semellantes pois os seus ángulos son iguais.

Logo: $\frac{2,5}{1,2} = \frac{x}{1,65} \Rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 1,65}{1,2} = 3,43\text{ m}$

A profundidade do tanque de auga é de 3,43 m.

S10. *As dimensións do rectángulo menor son 1,6 cm e 4,8 cm.*

S11. a) Si, son semellantes, xa que a única diferenza é o tamaño pois a forma é a mesma. A razón de semellanza entre a grande e a pequena é 1,5 cm.

b) 1,5 cm.

c) 57 m.

d) Lembre que o peso é proporcional ao volume. 675 g.

e) Lembre que o custo da pintura é proporcional á superficie. 11,25 euros.

S12. 1:100.

S13. 250 km.

S14.

DEBUXO	MEDIDA REAL
26 cm	26000 cm
1500 cm	15 km
5 cm	50 m

S15. 962 cm^2

S16. 162 cm^2

S17. 300 m^2

S18. 81 cm^2

S19. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

S20. 78 cm^2

S21. 1208 cm^2

S22. 600 cm^2

S23. $2437,05 \text{ cm}^2$

S24. a) $A_B = 259,8 \text{ m}^2$ b) $A_l = 1320 \text{ m}^2$ c) $A_t = 1579,8 \text{ m}^2$

S25. $13,564 \text{ cm}^2$

S26. $828,96 \text{ cm}^2$

S27. $314,2 \text{ cm}^2$

S28. $339,3 \text{ cm}^2$

S29. 2826 cm^2

S30. $r = 13 \text{ m}$

S31.

0,025 hm ³	45214 dm ³	0,015 km ³	23 dam ³	58000 L
-----------------------	-----------------------	-----------------------	---------------------	---------

S32.

40000 hm ³	6 dam ³	8562 m ³	14350 dl	1749 cm ³
-----------------------	--------------------	---------------------	----------	----------------------

S33. $V = 2940 \text{ m}^3$

S34. $V = 19958,4 \text{ m}^3$

S35. $V = 9043,2 \text{ m}^3$

S36. $V = 213,3 \text{ cm}^3$

S37. $V = 4521,63 \text{ cm}^3$

S38. $V = 62160 \text{ cm}^3$

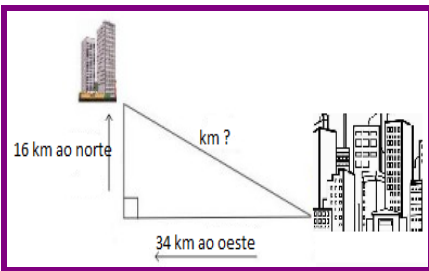
S39. $56,5 \text{ dm}^2$ e $56,5 \text{ dm}^3$

S40. $V = 4599,05 \text{ m}^3$

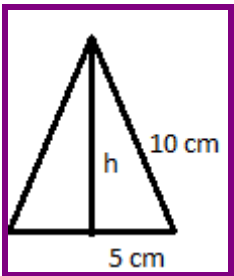
S41. $723,24 \text{ cm}^3$

4.2 Solucións das actividades finais

S42. *Facemos un debuxo que mostre a situación.*

	1º. O triángulo queda definido, sabemos que temos un cateto que mide 34 km, outro que mide 16, e a distancia que se nos pide é a hipotenusa deste triángulo rectángulo. 2º. Aplicamos o teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{34^2 + 16^2} = \sqrt{1412} = 37,57 \text{ km}$
---	---

S43. *Facemos un debuxo do triángulo.*

	1º. A altura do triángulo equilátero é o cateto do triángulo rectángulo formado por un dos lados do triángulo equilátero e a metade do outro. 2º. Aplicamos o teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$ 3º Calculamos a área do triángulo: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,30 \text{ cm}^2$
--	--

S44. *É un triángulo obtusángulo, xa que $a^2 > b^2 + c^2$.*

S45. *Base= 2,4 cm ; altura= 4 cm.*

S46. a) $r = 2$.

b) *Profundidade da grande = 2,80 m.*

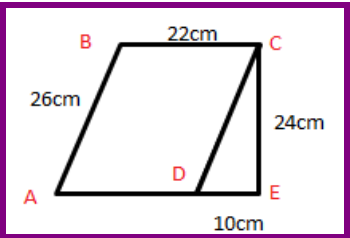
c) *Pintar o interior da grande custou 4.000 euros.*

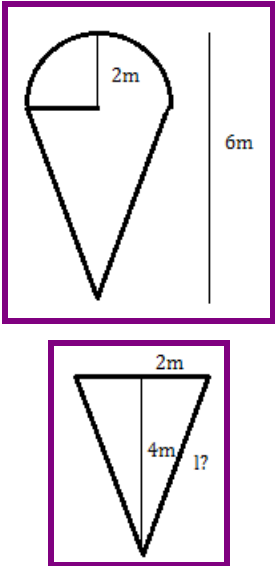
d) *Encher a piscina grande custou 1.600 euros.*

S47. *Escala 1 : 75.*

S48. *Distancia este-oeste = 5.040 km. Distancia norte-sur = 10.080 km.*

S49.

	A figura representa un romboide e un triángulo. Perímetro= $22+24+32+26=104 \text{ cm}$ $A_{tot} = A_{romboide} + A_{triángulo}$ $A_{tot} = 22 \cdot 24 + \frac{10 \cdot 24}{2} = 648 \text{ cm}^2$
---	--



A figura representa un semicírculo e un triángulo isóscele.

1º. Para calcular o perímetro, calculamos a lonxitude da semicircunferencia e sumámoslle os lados iguais do triángulo:

$$\text{Lonxitude da semicircunferencia} = \frac{2\pi r}{2} = 3,14 \cdot 2 = 6,28 \text{ m}$$

Calculamos o lado do triángulo tendo en conta que é a hipotenusa do triángulo rectángulo a que se mostra na figura:

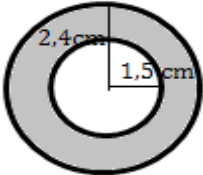
$$l = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4,47 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 6,28 + 2 \cdot 4,47 = 15,22 \text{ m}$$

2º. Para calcular a área súmanse a área do semicírculo e a do triángulo:

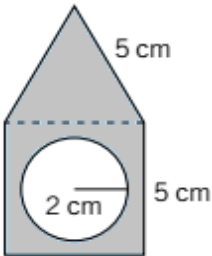
$$A_{tot} = \frac{\pi r^2}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = 6,28 + 4 = 10,28 \text{ m}^2$$

S50.



Para calcular a parte sombreada temos que restarlle á área do círculo maior a do menor:

$$A = \pi(r_1)^2 - \pi(r_2)^2 = 3,14 \cdot (2,4)^2 - 3,14 \cdot (1,5)^2 = 11,02 \text{ cm}^2$$



A parte sombreada representa un cadrado máis un triángulo equilátero menos un círculo.

1º Para calcular a área do triángulo calculamos a súa altura:

$$h = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = 4,33 \text{ cm}$$

$$A_{tot} = \left(l^2 + \frac{b \cdot h}{2} \right) - \pi r^2 = \left(5^2 + \frac{5 \cdot 4,33}{2} \right) - 3,14 \cdot 2^2 = 23,27 \text{ cm}^2$$

S51.

	NOME	CARAS	VÉRTICES	ARESTAS	C + V = A + 2
	Tetraedro	4	4	6	4 + 4 = 6 + 2
	Cubo ou hexaedro	6	8	12	6 + 8 = 12 + 2
	Octaedro	8	6	12	8 + 6 = 12 + 2
	Dodecaedro	12	20	30	12 + 20 = 30 + 2
	Icosaedro	20	12	30	20 + 12 = 30 + 2

S52. Ortoedro: prisma recto de base rectangular.

Sendo a, b, c as arestas.

$$\text{Área}_{\text{Total}} = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \rightarrow 2(6 \cdot 11 + 6 \cdot 10 + 11 \cdot 10) = 472 \text{ cm}^2$$

S53. 248 cm^2

S54. 1152 cm^2

S55. 16 cm

S56. $A_{\text{lat}} = 252 \text{ cm}^2$ $A_{\text{tot}} = 346 \text{ cm}^2$

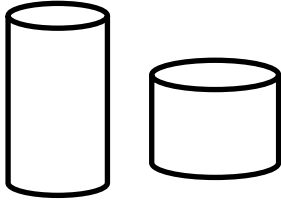
S57. $r_b = 6 \text{ cm}$ $A_{\text{tot}} = 904,32 \text{ cm}^2$

S58. $r_b = 3 \text{ m}$ $A_{\text{tot}} = 75,36 \text{ m}^2$

S59. $157,08 \text{ m}^2$

S60. 234 cm^3

S61.

	Para comparar o volume das latas de conservas, calculamos cada un deles: $V_1 = \pi(r_1)^2 \cdot h = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 9 = 1017,36 \text{ cm}^3$ $V_2 = \pi(r_2)^2 \cdot h = 3,14 \cdot 9^2 \cdot 4 = 1017,36 \text{ cm}^3$ As dúas ocupan o mesmo volume. Para saber que cantidade de material se necesita para a súa construción, calculamos as súas áreas totais: $A_{\text{tot1}} = \text{Per}_{b1} \cdot h + 2 \cdot \pi(r_1)^2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 + 2 \cdot 3,14 \cdot 6^2 = 282,6 \text{ cm}^2$ $A_{\text{tot2}} = \text{Per}_{b2} \cdot h + 2 \cdot \pi(r_2)^2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 + 2 \cdot 3,14 \cdot 9^2 = 533,8 \text{ cm}^2$ Polo tanto, necesítase máis cantidade de material para fabricar a segunda lata.
---	---

S62. 2592100 m^3

S63. $A_{\text{tot}} = 339,12 \text{ cm}^2$ $V = 391,8 \text{ cm}^3$

S64. $V = 4186,66 \text{ cm}^3$

S65. $V = 1436,03 \text{ m}^3$

5. Glosario

A	▪ Área	Extensión dunha superficie que se expresa en unidades de superficie.
	▪ Aresta	Segmento común a dúas caras dun poliedro.
C	▪ Cara	Cada un dos polígonos que limita un poliedro.
	▪ Catetos	Cada un dos lados de menor lonxitude dun triángulo rectángulo.
	▪ Cilindro	Corpo de revolución que se obtén ao xirar un rectángulo ao redor dun dos seus lados.
	▪ Cono	Corpo de revolución que se obtén ao xirar un triángulo rectángulo ao redor dun dos seus catetos.
	▪ Corpo de revolución	Corpo obtido ao rotar unha rexión do plano ao redor dunha recta situada no mesmo plano.
D	▪ Dodecaedro	Poliedro formado por doce caras que son pentágonos regulares.
E	▪ Escala	É a razón de semellanza entre unha reprodución e a realidade. Corresponde ao cociente entre a lonxitude dunha reprodución, sexa mapa, plano ou maqueta, e a lonxitude na realidade.
	▪ Esfera	Corpo de revolución que se obtén ao facer xirar un semicírculo ao redor do seu diámetro.
F	▪ Figuras planas	As figuras planas son aquelas que están limitadas por liñas rectas ou curvas; ademais, todos os seus puntos están contidos nun só plano.
H	▪ Hipotenusa	Lado de maior lonxitude dun triángulo rectángulo.
	▪ Hexaedro ou cubo	Poliedro formado por seis caras que son cadrados.
I	▪ Icosaedro	Poliedro formado por vinte caras que son triángulos equiláteros.
O	▪ Octaedro	Poliedro formado por oito caras que son triángulos equiláteros.
P	▪ Perímetro	Medición da distancia ou lonxitude ao redor dunha figura de dúas dimensións.
	▪ Poliedro	Corpo xeométrico cuxas caras son planas e engloban un volume finito.
	▪ Prisma	Poliedro limitado por dous polígonos iguais e paralelos, que chamamos bases, e varios paralelogramos, que chamamos caras.
	▪ Pirámide	Poliedro que ten por base un polígono calquera e por caras laterais triángulos cun vértice común que é o da pirámide.
R	▪ Razón de semellanza	Existe cando en dúas figuras semellantes, a razón entre os lados homólogos é unha constante.
S	▪ Semellanza	En matemáticas dicimos que dúas figuras son semellantes cando teñen a mesma forma, pero diferente tamaño. Dúas figuras son semellantes se se cumpre que: ▪ Un ángulo medido na primeira é igual ao ángulo correspondente na segunda. ▪ Unha proporción na primeira figura é igual á proporción correspondente na segunda.
T	▪ Teorema de Pitágoras	Teorema que afirma que a área dun cadrado construído sobre a hipotenusa dun triángulo rectángulo é igual ás áreas dos cadrados construídos sobre os catetos.
	▪ Terna pitagórica	Tres números naturais a , b , c que cumbran $a^2 = b^2 + c^2$, é dicir, que poden ser as medidas dos lados dun triángulo rectángulo.
	▪ Tetraedro	Poliedro de catro caras que son triángulos equiláteros.
V	▪ Vértice	Punto do poliedro onde se xuntan tres ou máis arestas.
	▪ Volume de corpos xeométricos	O volume é unha magnitude métrica de tipo escalar que se define como a extensión en tres dimensións dunha rexión do espazo. É unha magnitude derivada da lonxitude, pois obtémola multiplicando a lonxitude, o ancho e a altura.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnolóxico. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria
- Matemáticas ESO1. Ed Anaya. 2016
- Matemáticas ESO2. Ed Anaya. 2016
- Matemáticas. Serie Resuelve. 2º ESO. Editorial Santillana

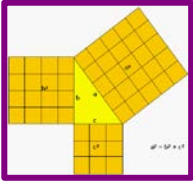
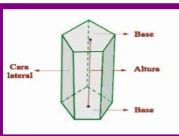
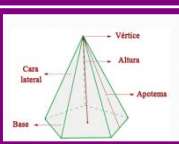
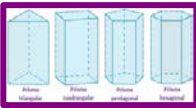
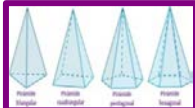
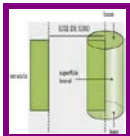
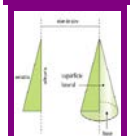
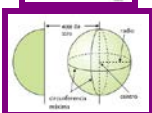
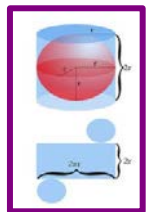
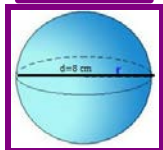
Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns atopará trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- <http://www.vitutor.com>
- <http://matematicasmodernas.com>
- <http://www.apuntesmareaverde.org.es>
- <http://www.lasmatematicas.es>
- <http://www.recursos.cnice.mec.es>

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	- Licenza: creative commons Procedencia: http://kon-pas.blogspot.com.es/2010/02/historia-del-teorema-de-pitagoras.html	 RECURSO 2	- Autoría: sen información - Licenza: GNU head Creative Commons de Atribución/Compartir-Igual 3.0 Unported, 2.5 Genérica, 2.0 Genérica y 1.0 Genérica. Procedencia: https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Soccer_ball.svg
 RECURSO 3	- Autoría: slideshow bob - Licenza: Creative Commons Attribution- Share Alike 2.0 Generic Procedencia: Flickr.com	 RECURSO 4	- Licenza: CCBY-SA3.0 Procedencia: es.wikipedia.org
 RECURSO 5	- Autoría: Vinadas1 - Licenza: sen información Procedencia: http://www.losviajeros.com/Blogs.php?e=38677	  RECURSO 6	- Autoría: sen información - Licenza: CCBYNCSA CCBYNCND Procedencia: https://sites.google.com/site/cuerpgeometria/piramide http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/volumen-prisma-pentagonal/
 RECURSO 7	- Autoría: sen información - Licenza: CCBYNCND Procedencia: http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/prisma/	 RECURSO 8	- Autoría: Irene - Licenza: CCBYNCND Procedencia: https://www.geogebra.org/m/dSHgDjhe
   RECURSO 9	- Licenza: CCBYNCSA Procedencia: https://sites.google.com/site/cuerpgeo	  RECURSO 10	- Autoría: Andertxuman - Licenza: CCBYNCSA Creative Commons atribution: Share Alike Licence Procedencia: http://maralboran.org/wikipedia/index.php/%C3%81reas_y_vol%C3%BAmenes https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfera_Arqu%C3%ADmedes.jpg