



# Ámbito científico tecnológico

## Educación a distancia semipresencial

### Módulo 2

### Unidad didáctica 3

## Funciones

# Índice

---

<b>1.</b>	<b>Introducción.....</b>	<b>3</b>
1.1	Descripción de la unidad didáctica .....	3
1.2	Conocimientos previos .....	3
1.3	Criterios de evaluación .....	3
<b>2.</b>	<b>Secuencia de contenidos y actividades .....</b>	<b>4</b>
2.1	Relación entre dos magnitudes .....	4
2.1.1	Relación de magnitudes mediante tablas .....	4
2.1.2	Relación de magnitudes mediante gráficas .....	5
2.1.3	Relación de magnitudes mediante fórmulas .....	6
2.1.4	Conexión entre las tres formas de relación de magnitudes .....	6
2.2	Concepto de función .....	7
2.2.1	Representar funciones .....	9
2.3	Estudio gráfico de funciones .....	11
2.3.1	Continuidad y discontinuidad .....	11
2.3.2	Crecimiento y decrecimiento .....	11
2.3.3	Máximos y mínimos.....	13
2.3.4	Cortes con los ejes.....	13
2.4	Funciones lineales.....	16
2.4.1	Función lineal .....	16
2.4.2	Pendiente de una recta .....	19
2.4.3	Función afín.....	21
2.4.4	Función constante .....	23
<b>3.</b>	<b>Actividades finales .....</b>	<b>24</b>
<b>4.</b>	<b>Solucionario.....</b>	<b>27</b>
4.1	Soluciones de las actividades propuestas.....	27
4.2	Soluciones de las actividades finales .....	33
<b>5.</b>	<b>Glosario.....</b>	<b>37</b>
<b>6.</b>	<b>Bibliografía y recursos .....</b>	<b>38</b>
<b>7.</b>	<b>Anexo. Licencia de recursos.....</b>	<b>39</b>

# 1. Introducción

---

## 1.1 Descripción de la unidad didáctica

En esta unidad veremos cómo interpretar y construir gráficas y también cómo representar funciones dadas por medio de expresiones algébricas sencillas. Aprenderemos a manejar las formas de presentación de una función en lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación. Pasaremos de unas formas a otras escogiendo la más adecuada en función del contexto.

Interpretaremos las propiedades más características de las funciones analizando crecimiento y decrecimiento, continuidad y discontinuidad, cortes con los ejes, máximos y mínimos relativos. El análisis de estas propiedades nos permitirá hacer comparativas entre diferentes gráficas.

Trabajaremos en el reconocimiento, representación y análisis de las funciones lineales y afines representando la recta a partir de la ecuación y obteniendo la ecuación a partir de la recta. Usaremos las funciones lineal y afín para la resolución de problemas.

## 1.2 Conocimientos previos

Para un mejor aprovechamiento del estudio de este tema el alumnado debe manejar los conceptos siguientes:

- Cálculos basados en la proporcionalidad, vistos en la unidad didáctica 1 del módulo 2 (ámbito científico-tecnológico).
- Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas y recordar la representación e identificación de puntos en el sistema de ejes de coordenadas; conocimientos vistos en la unidad didáctica 3 del módulo 1.
- Concepto de función, variable dependiente e independiente, así como las formas de representación; conceptos vistos en la unidad didáctica 3 del módulo 1 (ámbito científico tecnológico).

## 1.3 Criterios de evaluación

- Manejar las formas de presentar una función (lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación) pasando de unas formas a otras y escogiendo la mejor de ellas en función del contexto.
- Comprender el concepto de función y reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales.
- Reconocer, representar y analizar las funciones lineales y afines, así como utilizarlas para resolver problemas.

## 2. Secuencia de contenidos y actividades

---

### 2.1 Relación entre dos magnitudes

Como norma general, son muchos los fenómenos que dependen de dos o más magnitudes variables. Para poder comparar y deducir si existe una relación entre ellas, es útil expresar sus valores en alguna de las siguientes formas:

- Relación de magnitudes mediante tablas.
- Relación de magnitudes mediante gráficas.
- Relación de magnitudes mediante fórmulas.

#### 2.1.1 Relación de magnitudes mediante tablas

Hay funciones de las que conocemos una serie de puntos, que normalmente vienen dados por una tabla donde se relacionan de forma ordenada los valores adoptados por las magnitudes. Además, suele conocerse el argumento que liga las magnitudes. Veamos algunos ejemplos.

Los pediatras usan la tabla de valores medios, obtenidos después de numerosas y repetidas observaciones, para comprobar la adecuada evolución del peso de un niño desde que nace hasta los tres años:

Edad	0	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	2 años	3 años
Peso (kg)	3,4	5,9	7,65	8,9	9,85	12,65	14,75

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos:

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en euros	2	4	6	8	10

Un atleta corre con un pulsímetro que está programado para registrar las pulsaciones por minuto en cada kilómetro recorrido. En la tabla se registran los resultados:

km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Puls./min	125	120	122	127	135	140	143	148	142	138

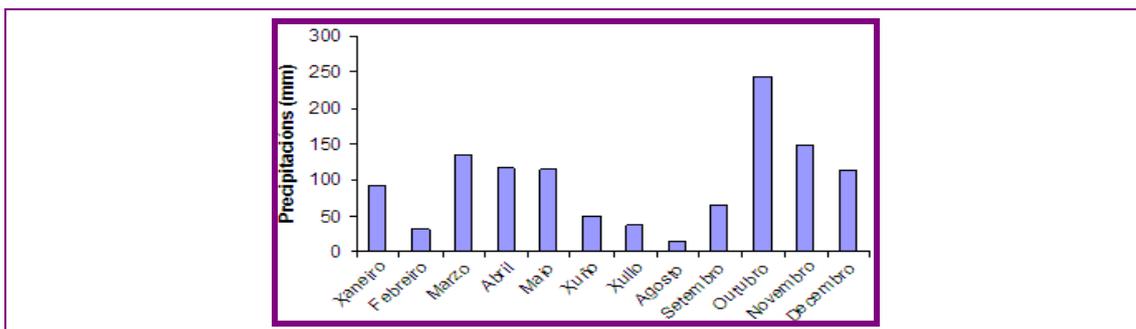
## 2.1.2 Relación de magnitudes mediante gráficas

Para establecer la dependencia o relación entre dos valores podemos usar tablas de valores o gráficas. La ventaja de las gráficas es ser más atractivas para su análisis y más apropiadas para un estudio directo y rápido de la situación que se quiere describir.

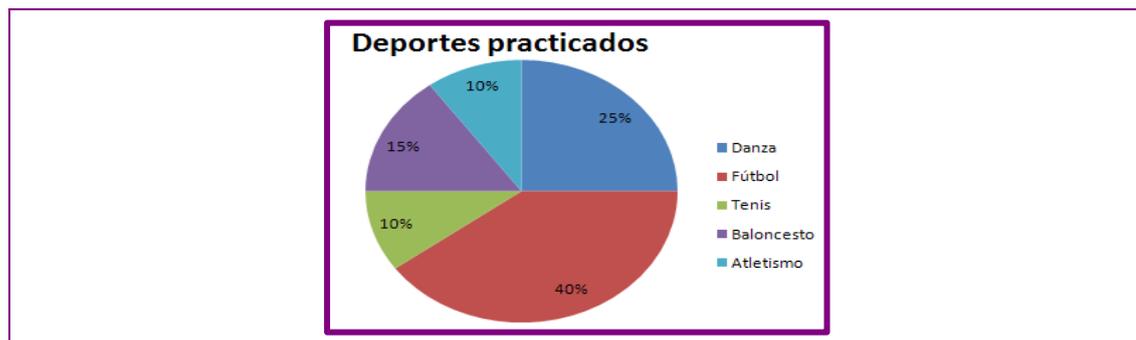
El modo de representar una determinada situación es fundamental para poder comprenderla. Así, si vemos un gráfico pintado de varios colores, será muy sencillo distinguir la proporción de datos diferentes.

Algunas de las principales formas de representar una situación son:

### Diagrama de barras

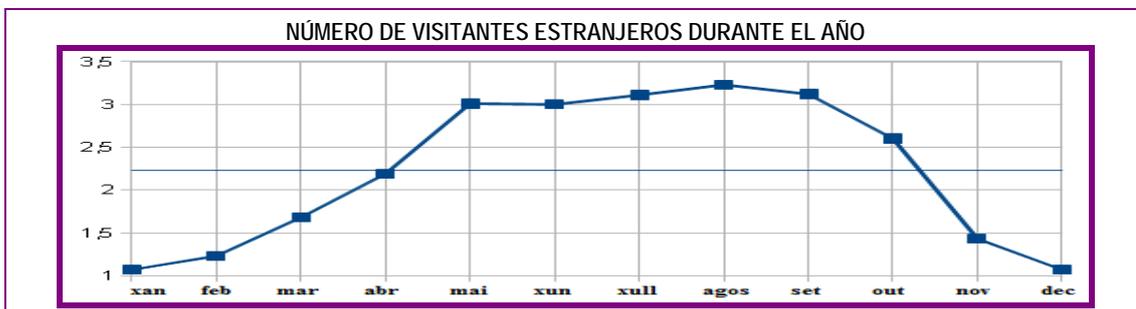


### Diagrama de sectores



Estos diagramas los estudiaremos con detalle en la siguiente unidad de estadística.

### Gráfico de líneas



### 2.1.3 Relación de magnitudes mediante fórmulas

Imaginemos que, al entrar en un supermercado, el precio del kilo de naranjas es 1,5 euros. Podemos establecer una relación entre la cantidad de kilogramos de naranjas comprados y el precio a pagar por el total de la compra.

Si expresamos con “x” el número de kilos de naranjas que compramos y con “y” el precio a pagar, la fórmula que relaciona estas dos magnitudes es:

$$y = 1,5x$$

Con esta simple expresión matemática sabemos en cada momento lo que tenemos que pagar según la cantidad de naranjas que compremos.

### 2.1.4 Conexión entre las tres formas de relación de magnitudes

Ejemplo de la expresión de las tres formas en la que se relaciona el precio unitario del kilo de naranjas y el coste global de la compra:

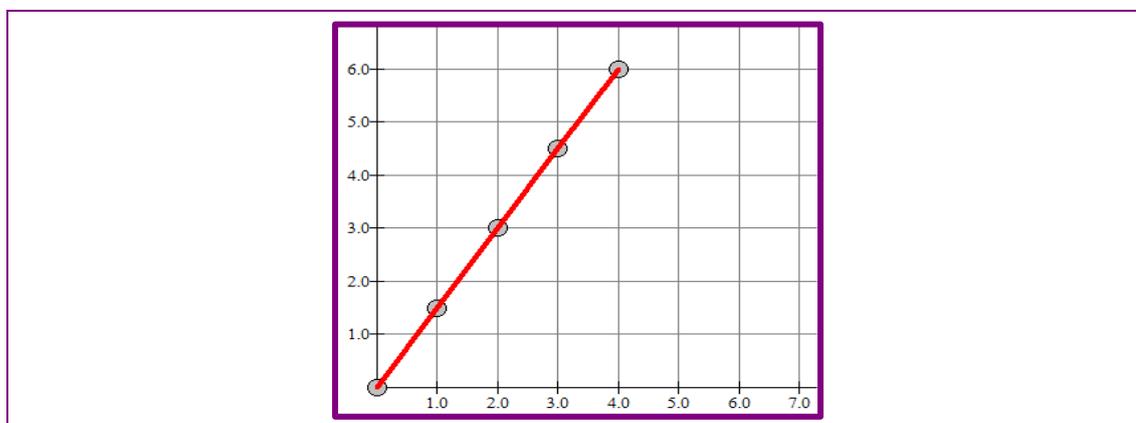
Fórmula

$$y = 1,5x$$

Tabla

x(kg)	0	1	2	3	4
y(€)	0	1,5	3	4,5	6

Gráfica



Visto el ejemplo, podemos concluir:

- La relación entre dos magnitudes puede venir dada por una **tabla de valores**. Cada par de valores de la tabla se representa como un punto en el plano.

- Las magnitudes también se pueden relacionar con **fórmulas**.
- La **representación gráfica** de estas magnitudes se puede realizar a partir de una tabla de valores o de la fórmula.

### Actividades propuestas

- S1. En la siguiente tabla se dan los valores correspondientes a distintas masas que cuelgan de un resorte y los alargamientos que producen en este:

Masa (g)	10	20	30	40	50
Alargamiento (cm)	2	4	6	9	14

- Represente en el plano los valores de la tabla.
- Usando la gráfica, estime el alargamiento del resorte si se cuelga una masa de 45 gramos.

## 2.2 Concepto de función

- Una **función** es una relación entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera magnitud se le asocia un **único valor** de la segunda. Por lo tanto, en la gráfica de una función no puede haber dos puntos con una misma abscisa.
- La primera magnitud, que se fija previamente, se denomina **variable independiente** y la segunda, que se calcula a partir de la anterior, **variable dependiente**.
- Una **gráfica cartesiana** está formada por un conjunto de puntos representados en los ejes de coordenadas. Estos puntos con frecuencia se unen formando una línea.
- Una **función** es una relación entre dos variables, **la variable independiente  $x$**  y **la variable dependiente  $y$**  que llamamos **imagen**.

La variable dependiente se designa por  $y$  o también por  **$f(x)$** .

- Si en una gráfica a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ , se dice que **la gráfica es una función**.

## Actividad resuelta

Se dan a continuación dos relaciones entre variables: una gráfica y una tabla de valores. Explique por qué ninguna de ellas es función.

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	0	4	2	3	3	1	2	1	4	8
x	y												
0	4												
2	3												
3	1												
2	1												
4	8												
<p>No es función, ya que, por ejemplo, a la abscisa 1 en la gráfica se le asocian dos valores 0 y <math>-1</math>.</p>	<p>No es función, ya que al valor 2 de la variable <math>x</math> la tabla le asigna 3 y 1.</p>												

## Actividades propuestas

S2. Explique por qué es o no es función cada una de estas gráficas.


S3. Indique cuáles son las variables independiente y dependiente en cada una de estas funciones:

	Variable independiente	Variable dependiente
La velocidad de un automóvil en un instante de tiempo.		
La longitud de una circunferencia para cada valor del radio.		
El coste de un saco de patatas en función de la cantidad que contiene.		
El volumen de agua de un embalse en función de la altura que alcanza esta.		

## 2.2.1 Representar funciones

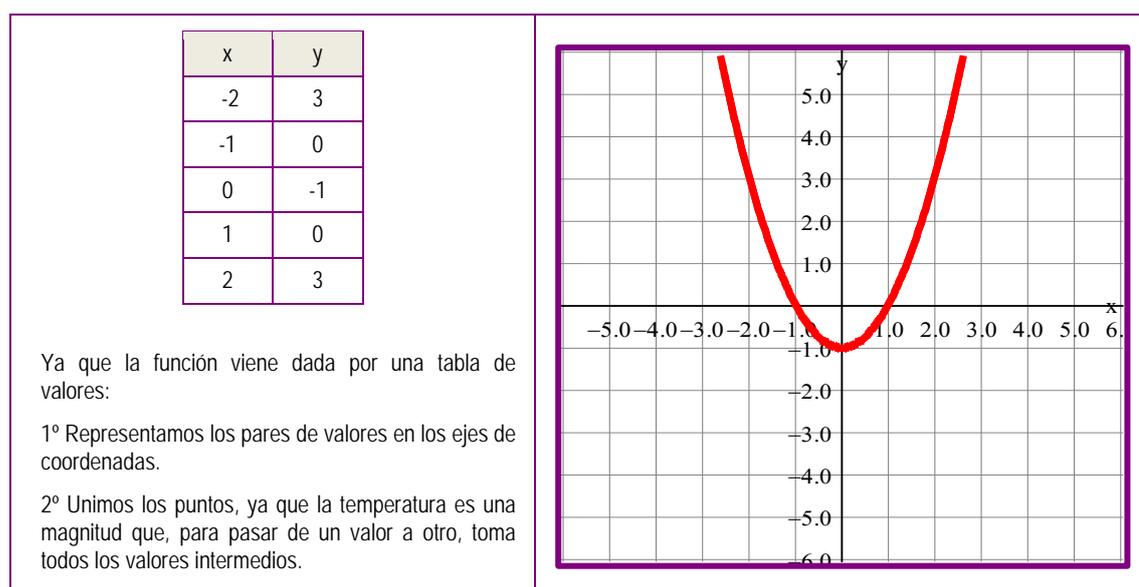
Sabemos que una función es una relación que hay entre dos variables: la variable independiente  $x$  y la variable dependiente  $y$  (recordemos que la variable dependiente también se puede designar como  $f(x)$ ).

Para representar una función se pueden dar dos casos:

- Que la función venga dada por una tabla de valores. En este caso, lo que haremos será representar en los ejes de coordenadas los pares de valores que nos indica la tabla. A continuación se unen los puntos obtenidos.
- Que la función venga dada a través de una fórmula. En este caso daremos valores a la variable  $x$  en la fórmula obteniendo para cada valor los valores de  $y$  o  $f(x)$ . Es decir, obtenemos una tabla de valores y después representamos esos pares de valores en los ejes de coordenadas. Por último, se unen los puntos obtenidos.

### Actividades resueltas

En la siguiente tabla de valores están representados los valores que se han registrado en un termómetro a lo largo de la mañana. Represente la función.



## Represente la función $f(x) = x^2 + 1$

Cuando la función viene dada por una fórmula:

1º Damos valores a la variable  $x$  en la fórmula y formamos una tabla de valores.

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 1 = 1$$

$$x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$$

$$x = 2 \rightarrow y = 4 + 1 = 5$$

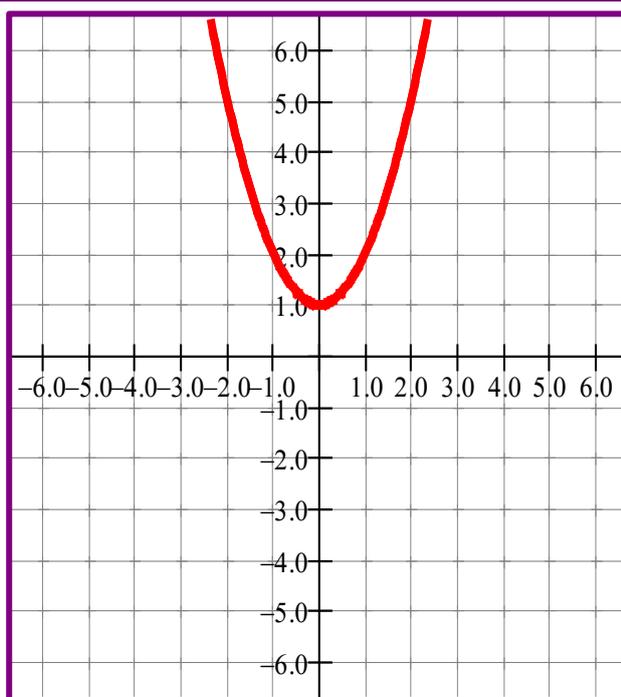
$$x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$$

$$x = -2 \rightarrow y = 4 + 1 = 5$$

2º Representamos los pares de valores en la tabla y en los ejes de coordenadas.

3º Estudiamos si tiene sentido unir los puntos.

x	y
0	1
1	2
2	5
-1	2
-2	5



## Actividades propuestas

S4. Represente las funciones definidas por las siguientes ecuaciones:

a)  $f(x) = 3x + 2$

b)  $f(x) = 2x^2 - 3$

S5. Durante diez meses seguidos, un saltador de pértiga anotó su mejor marca obtenida en sus entrenamientos. La siguiente tabla recoge los resultados.

Edad (meses)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Altura (cm)	3,60	3,98	4,20	4,55	4,85	5,05	5,43	5,55	5,85	5,96

S6. De la familia de los rectángulos cuyo perímetro es 20 cm, medimos su base y su área obteniendo los siguientes resultados:

Base, en cm, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Área, en cm <sup>2</sup> , y	9	16	21	24	25	24	21	16	9

Represente la función, comenzando con los valores adecuados en el eje Y para que se observen bien las diferencias de las áreas.

S7. Represente  $y = \frac{x+2}{2}$  dando a  $x$  los valores 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12

## 2.3 Estudio gráfico de funciones

Para conocer mejor una **función** se puede realizar el **estudio de su gráfica**.

### 2.3.1 Continuidad y discontinuidad

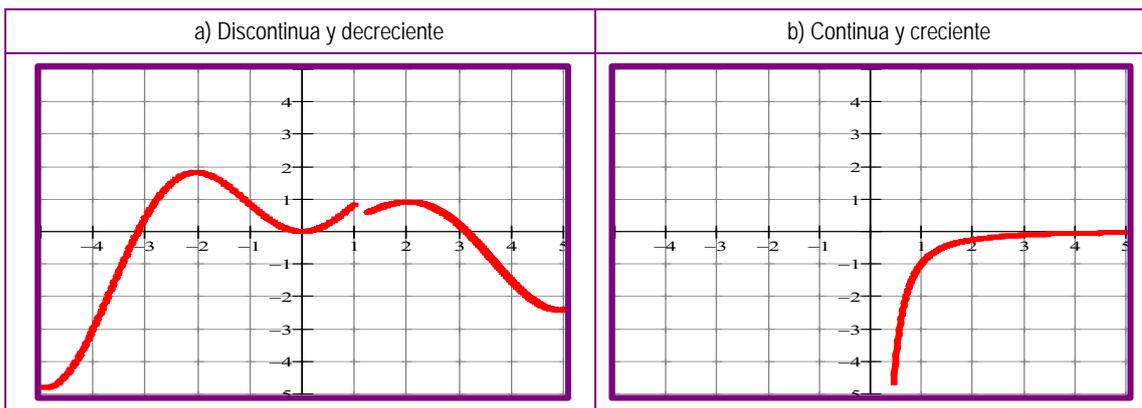
- Una función se denomina **continua** entre dos valores del eje de abscisas cuando su gráfica se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel. Los puntos donde la función no es continua se llaman **puntos de discontinuidad**.

### 2.3.2 Crecimiento y decrecimiento

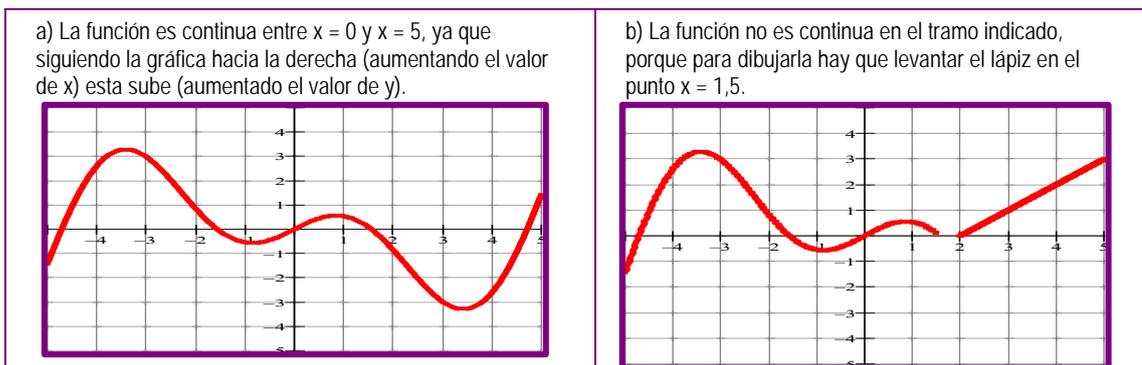
- Una función es **creciente** en un tramo cuando al aumentar  $x$ , es decir, al recorrerla de izquierda a derecha, aumenta  $y$ .
- Es decreciente si, al aumentar  $x$ , disminuye  $y$ .
- Si se mantiene el mismo valor en todo el tramo, se dice que es **constante** en ese tramo.

#### Actividades resueltas

Indique si las siguientes funciones son continuas o no, y si son crecientes o decrecientes.

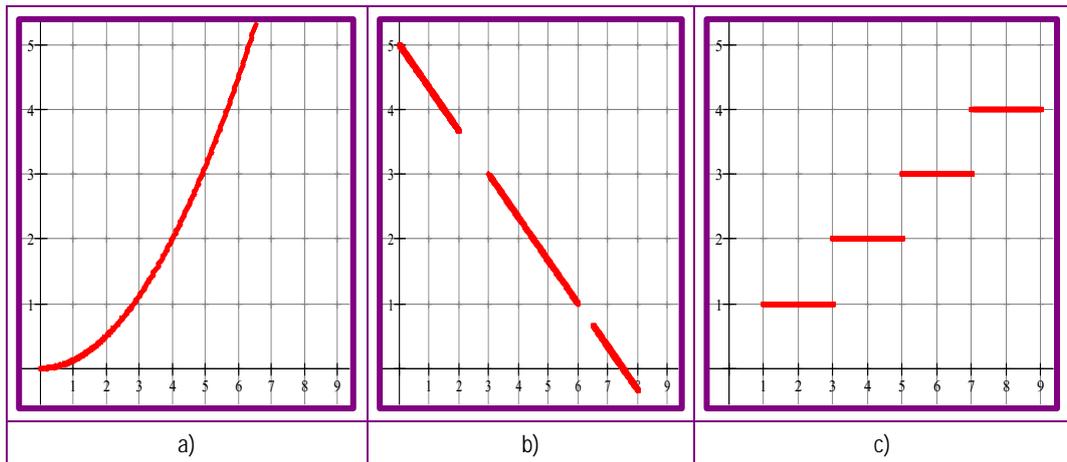


Observe las gráficas de estas funciones y señale si son continuas entre  $x = 0$  y  $x = 5$ .



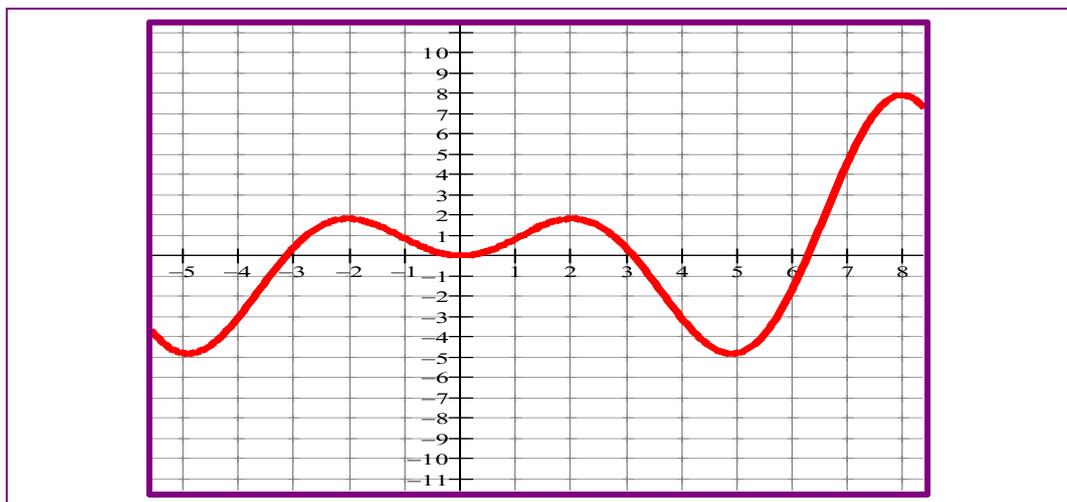
## Actividades propuestas

S8. Indique si las siguientes funciones son continuas o no y si son crecientes o decrecientes.

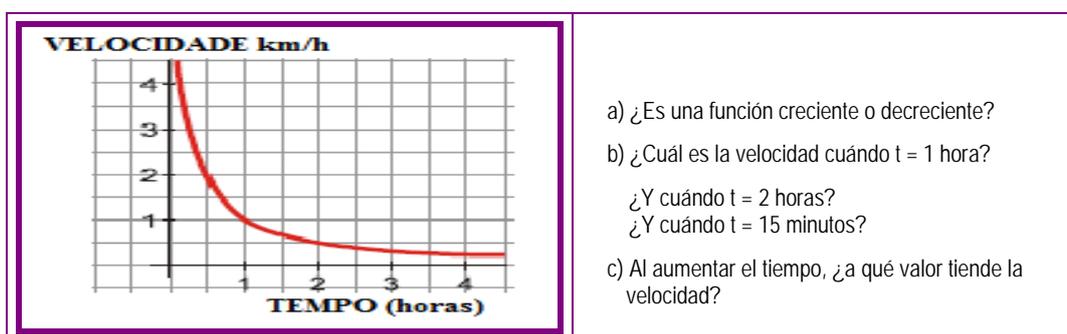


S9. Señale si la gráfica siguiente corresponde a una función creciente entre los valores indicados en el eje de abscisas.

a)  $x = -5$  y  $x = -2$     b)  $x = -2$  y  $x = 0$     c)  $x = 3$  y  $x = 5$     d)  $x = 5$  y  $x = 8$



S10. En la siguiente gráfica se representa la velocidad de un móvil en función del tiempo que tarda en recorrer 1 km:



### 2.3.3 Máximos y mínimos

- Se llama **máximo** de una función el punto en el que la ordenada toma el mayor valor (el punto más alto de la función).
- Se llama **mínimo** de una función el punto en el que la ordenada toma el menor valor (el punto más bajo de la función).
  - **Máximos relativos** de una función son los puntos en los que su ordenada es mayor que la de los puntos de su alrededor, tanto a su izquierda como a su derecha.
  - **Mínimos relativos** de una función son los puntos en los que su ordenada es menor que la de los puntos de su alrededor, tanto a su izquierda como a su derecha.

Una función puede tener varios máximos o mínimos relativos	El <u>máximo absoluto</u> es el mayor de los máximos relativos. El <u>mínimo absoluto</u> es el menor de los mínimos relativos.
--	--

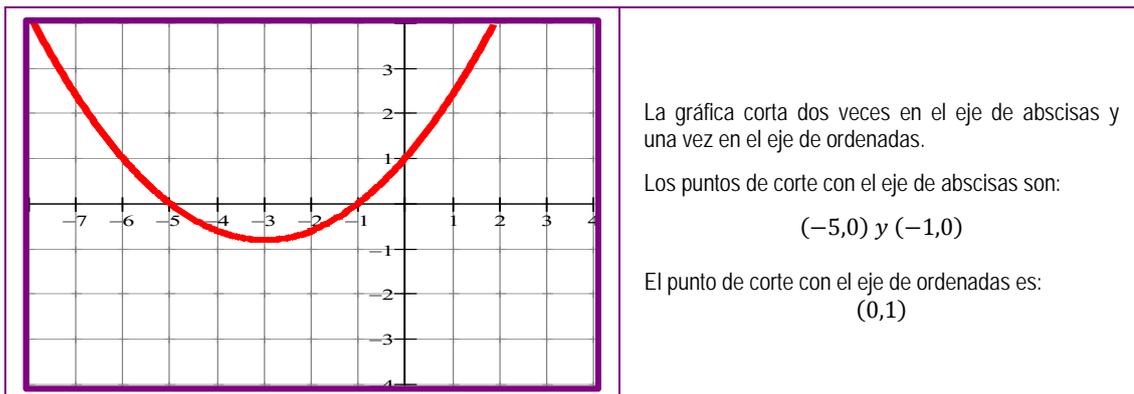
### 2.3.4 Cortes con los ejes

Los cortes con los ejes de una función son los puntos donde esta corta el eje de abscisas (eje X) y donde corta el eje de ordenadas (eje Y).

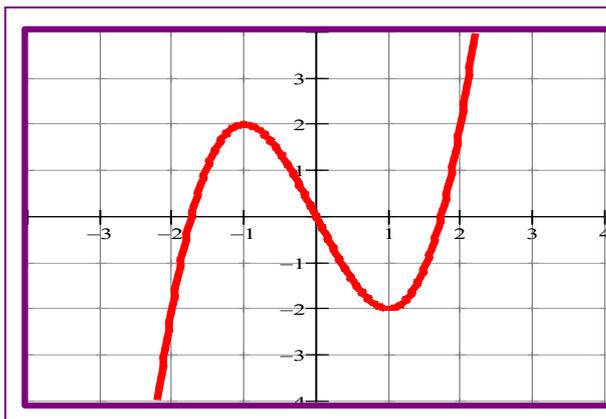
- Los puntos de corte con el eje X (de abscisas) se calculan resolviendo la ecuación que queda al igualar a 0 la función, es decir, calcular los valores de  $x$  cuándo  $y = 0$  o, lo que es lo mismo,  $f(x) = 0$ . Son de la forma  $(x, 0)$  y pueden existir o no.
- Los puntos de corte con el eje Y (de ordenadas) se calculan dándole el valor  $x = 0$  a la función y calculado el resultado de  $y$  o  $f(x)$  para ese valor. Son de la forma  $(0, y)$  y solo puede existir, como mucho, un punto de corte con el eje Y.

#### Actividades resueltas

Observe la gráfica y escriba cuáles son los puntos de corte con los ejes.



Indique en la siguiente función los puntos donde presenta máximos y mínimos.



La función presenta un máximo en el punto  $(-1, 2)$  y un mínimo en el punto  $(1, -2)$

Calcule los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones.

$f(x) = 4x + 1$

Corte con el eje de abscisas OX cuando  $y = f(x) = 0$

$$4x + 1 = 0 \rightarrow 4x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

La función corta el eje OX en el punto  $(-\frac{1}{4}, 0)$

Corte con el eje de ordenadas OY cuando  $x = 0$

$$f(0) = 4 \cdot (0) + 1 = 1$$

La función corta el eje OY en el punto  $(0, 1)$

$f(x) = x^2 - 8x + 15$

Corte con el eje de abscisas OX, cuando  $y = f(x) = 0$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} +5 \\ +3 \end{cases}$$

La función corta el eje OX en los puntos  $(5, 0)$  y  $(3, 0)$

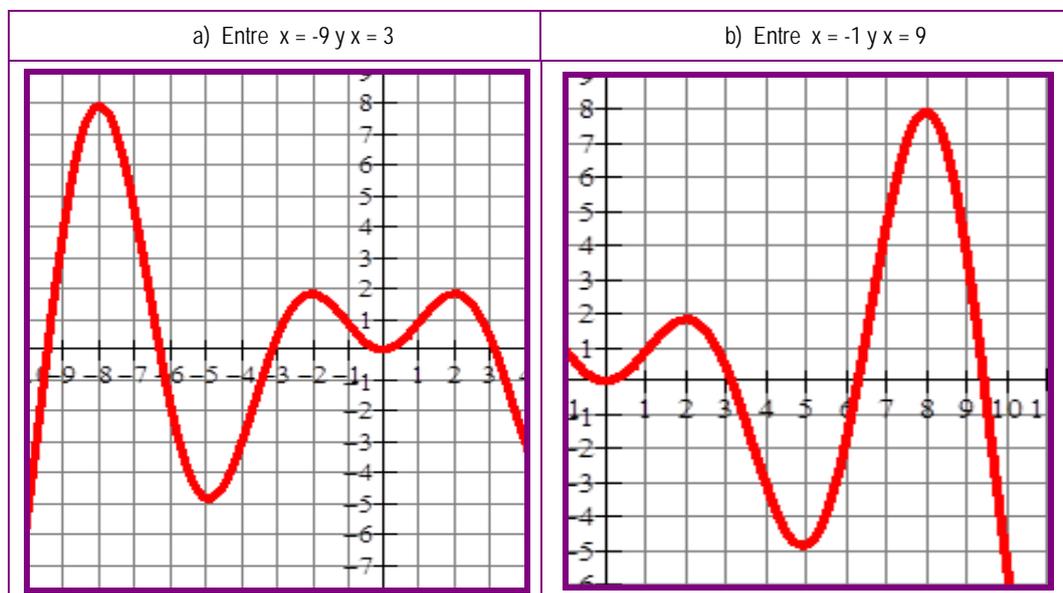
Corte con el eje de ordenadas OY, cuando  $x = 0$

$$f(0) = (0)^2 - 8 \cdot (0) + 15 = 15$$

La función corta el eje OY en el punto  $(0, 15)$

### Actividades propuestas

S11. A partir de la gráfica de la siguiente función, identifique los puntos donde presenta máximos y mínimos relativos y absolutos.



S12. Indique los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

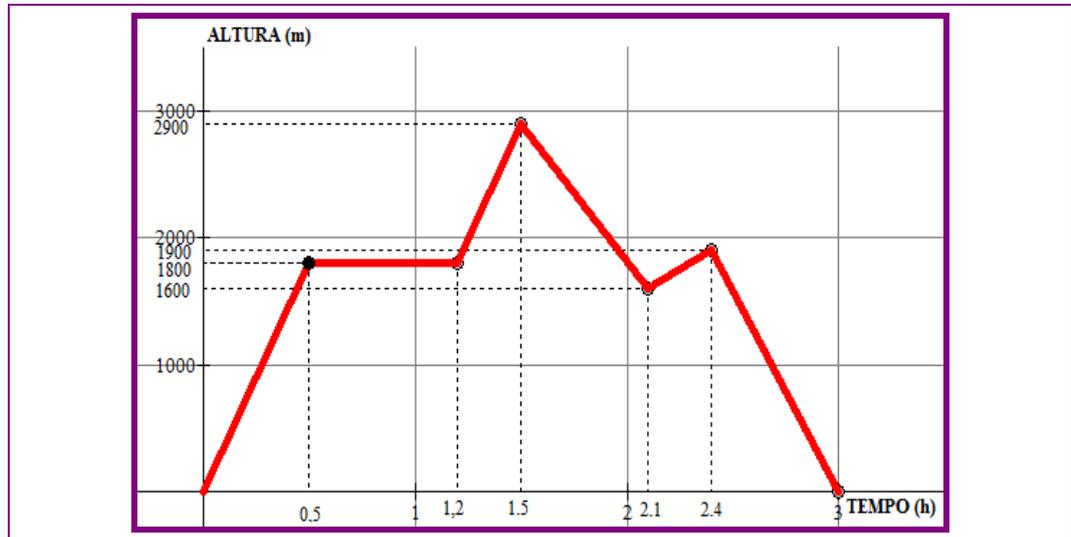
a)  $f(x) = -3x + 9$ .

c)  $f(x) = -6x - 4$ .

b)  $f(x) = x^2 - x - 2$ .

d)  $f(x) = x^2 - 4x + 4$ .

S13. En la gráfica siguiente se observa la altura que alcanza un avión durante 3 horas de vuelo.



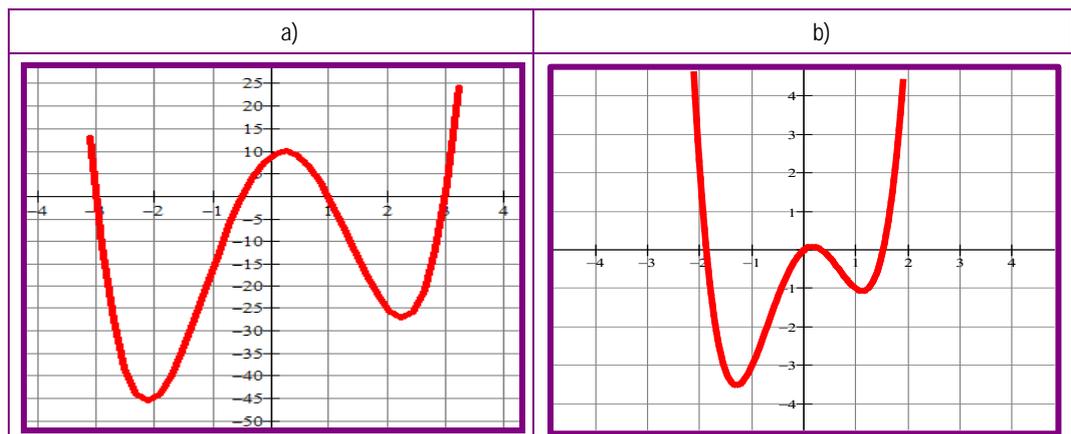
a) ¿Cuánto tiempo vuela a la misma altura? ¿Cuál es esa altura?

b) ¿Cuánto tiempo empleó en ascender para alcanzar la altura de estabilidad?

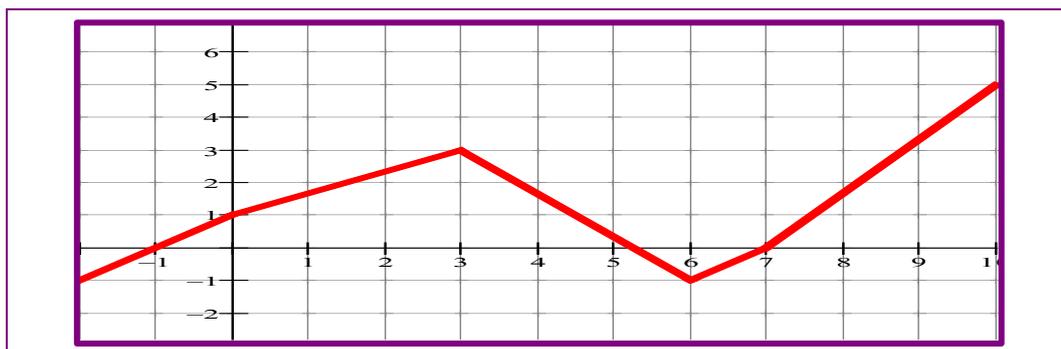
c) ¿A qué altura máxima llega y en qué momento?

d) Describa el recorrido del avión en función de la altura alcanzada en cada momento, desde que despegó hasta que aterrizó.

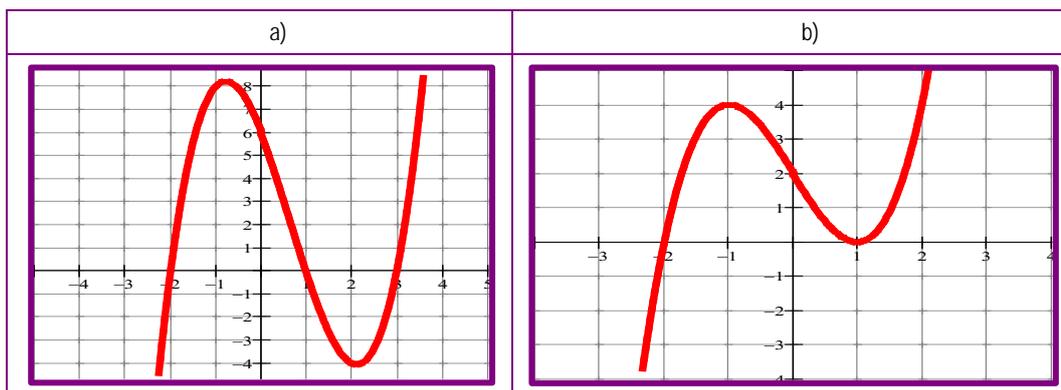
S14. A partir de las gráficas de las siguientes funciones, identifique los puntos donde presenta máximos y mínimos relativos y absolutos.



S15. Dada la siguiente función, identifique las coordenadas de su máximo y su mínimo e indique cuando es creciente y cuando es decreciente.



S16. Indique los puntos donde las siguientes funciones presentan máximos y mínimos relativos y absolutos.



## 2.4 Funciones lineales

Una **función** es la expresión de la relación entre dos magnitudes llamadas **variables**. Se representan por las letras  $x$  (variable independiente) e  $y$  (variable dependiente).

La función lineal **asocia** a cada valor de  $x$  un único valor de  $y$ :  $y = f(x)$ .

### 2.4.1 Función lineal

La **función lineal** (o de proporcionalidad) relaciona dos magnitudes proporcionales. Tiene la ecuación:

$$y = m \cdot x$$

- Se representa mediante una recta que pasa por el punto  $(0, 0)$ .
- La constante de proporcionalidad,  $m$ , se llama **pendiente** de la recta y tiene que ver con su inclinación.

## Actividades resueltas

Represente las funciones lineales o función de proporcionalidad directa dadas por las ecuaciones:

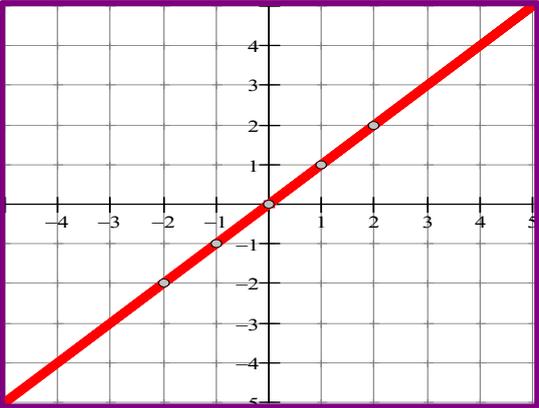
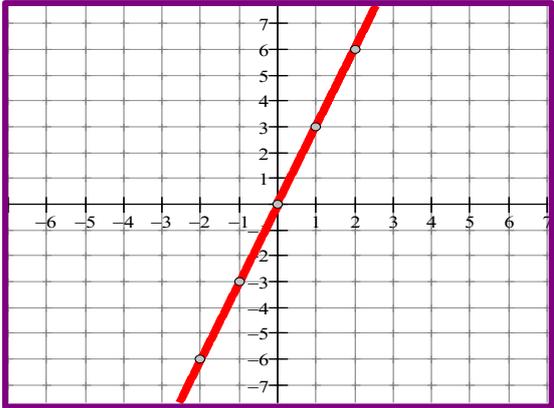
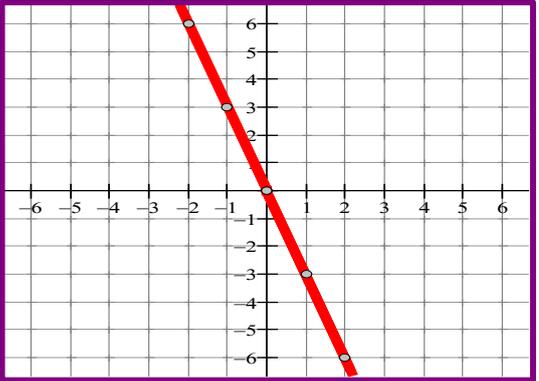
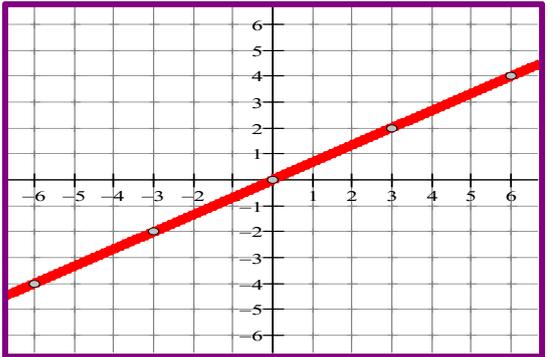
a)  $y = x$

b)  $y = 3x$

c)  $y = -3x$

d)  $y = \frac{2}{3}x$

¿Cuál es el valor de sus pendientes?

<p style="text-align: center;"><math>y = x</math></p> <p>1º Construimos la tabla de valores correspondiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> </tbody> </table> <p>2º Representamos los valores en los ejes de coordenadas y unimos los puntos.</p>  <p>3º La pendiente es <math>m = 1</math>.</p>	x	0	1	2	-1	-2	y	0	1	2	-1	-2	<p style="text-align: center;"><math>y = 3x</math></p> <p>1º Construimos la tabla de valores correspondiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>-3</td> <td>-6</td> </tr> </tbody> </table> <p>2º Representamos los valores en los ejes de coordenadas y unimos los puntos.</p>  <p>3º La pendiente es <math>m = 3</math>.</p>	x	0	1	2	-1	-2	y	0	3	6	-3	-6
x	0	1	2	-1	-2																				
y	0	1	2	-1	-2																				
x	0	1	2	-1	-2																				
y	0	3	6	-3	-6																				
<p style="text-align: center;"><math>y = -3x</math></p> <p>1º Construimos la tabla de valores correspondiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>-3</td> <td>-6</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p>2º Representamos los valores en los ejes de coordenadas y unimos los puntos.</p>  <p>3º La pendiente es <math>m = -3</math>.</p>	x	0	1	2	-1	-2	y	0	-3	-6	3	6	<p style="text-align: center;"><math>y = \frac{2}{3}x</math></p> <p>1º Construimos la tabla de valores correspondiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>-3</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>-2</td> <td>-4</td> </tr> </tbody> </table> <p>2º Representamos los valores en los ejes de coordenadas y unimos los puntos.</p>  <p>3º La pendiente es <math>m = \frac{2}{3}</math>.</p>	x	0	3	6	-3	-6	y	0	2	4	-2	-4
x	0	1	2	-1	-2																				
y	0	-3	-6	3	6																				
x	0	3	6	-3	-6																				
y	0	2	4	-2	-4																				

## Actividades propuestas

S17. Represente las siguientes funciones de proporcionalidad dadas por su ecuación. Complete en cada caso la tabla correspondiente e indique el valor de la pendiente.

a)  $y = -\frac{1}{2}x$

b)  $y = \frac{1}{5}x$

x	0	2	4	6	-2	-4
y						

x	0	5	10	-5	-10
y					

S18. Represente en los ejes de coordenadas la función de proporcionalidad que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es  $m = -4$ .

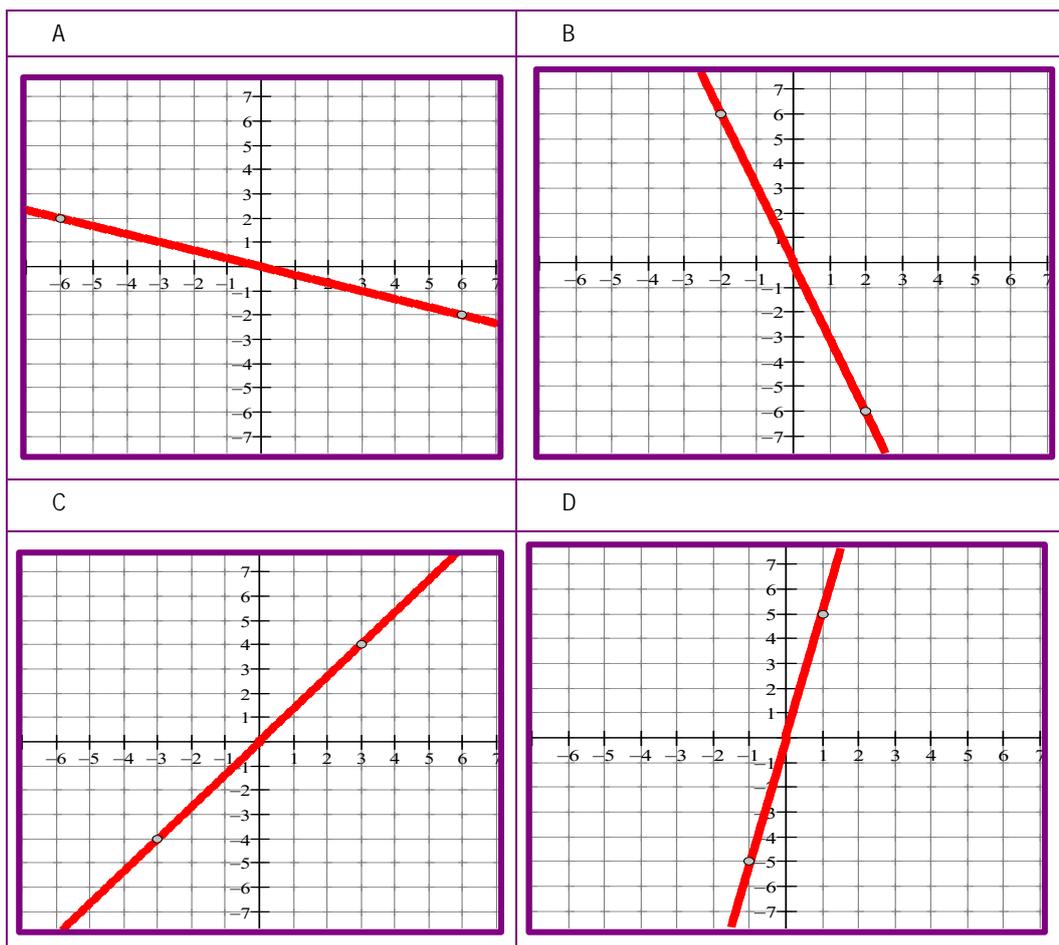
S19. Asocie a cada una de las gráficas la ecuación que le corresponde:

a)  $y = 5x$

b)  $y = \frac{4}{3}x$

c)  $y = -\frac{1}{3}x$

d)  $y = -3x$



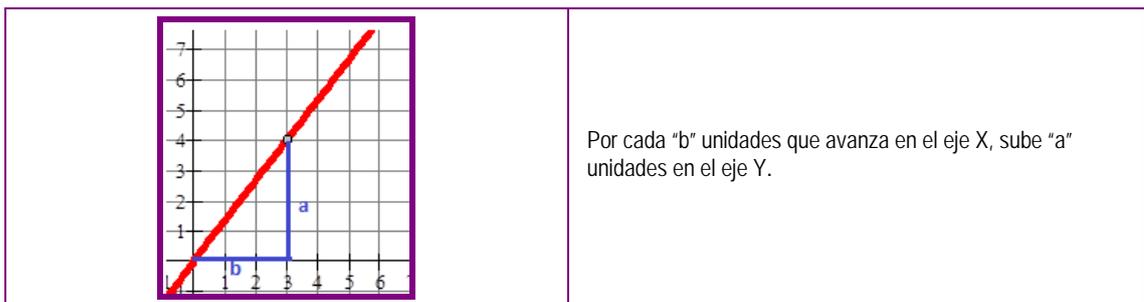
## 2.4.2 Pendiente de una recta

La **pendiente**  $m$  de una recta  $y = mx$  es la medida de su crecimiento:

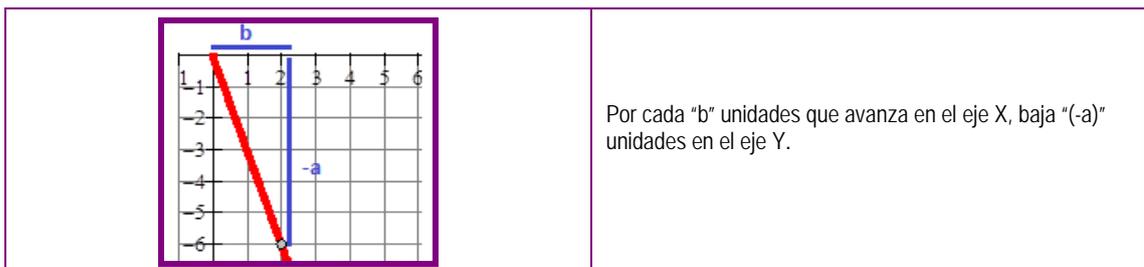
- Si  $m$  es positiva, la recta es creciente y se sitúa en los cuadrantes I y III.
- Si  $m$  es negativa, la recta es decreciente y se sitúa en los cuadrantes II y IV.
- Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

La pendiente de una recta indica su inclinación teniendo en cuenta su situación con respecto al eje X y al eje Y. Veamos como:

La recta  $y = \frac{a}{b}x$ , "a" indica la situación en el eje Y y "b" en el eje X.

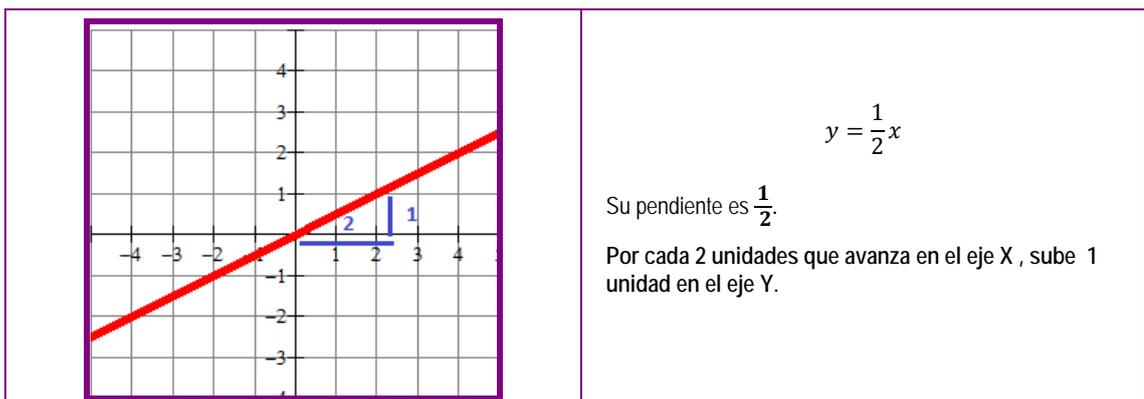


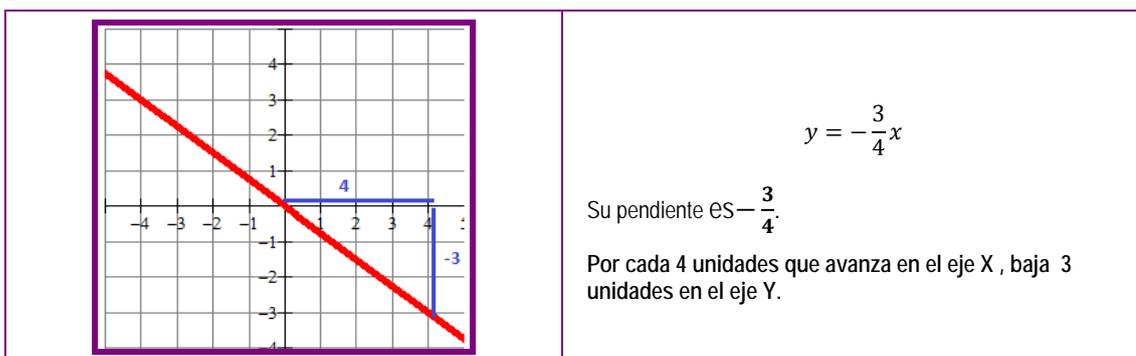
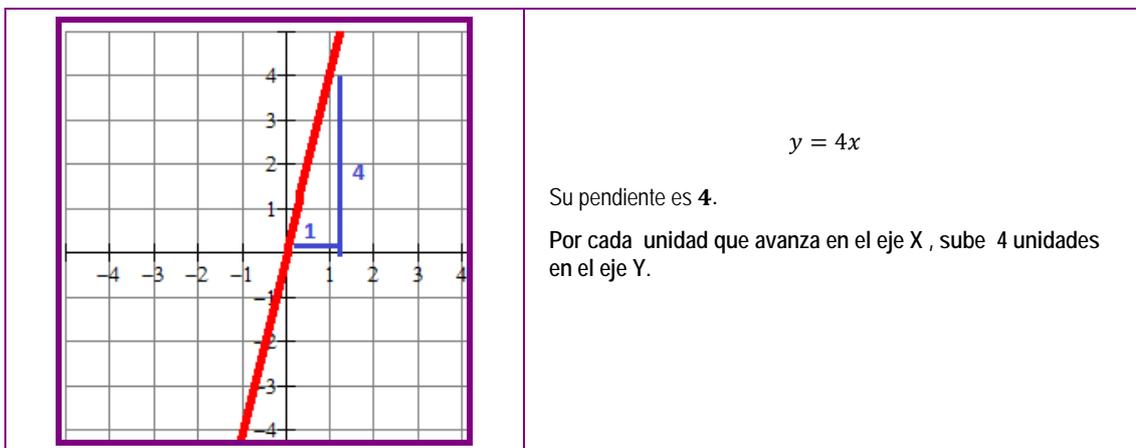
Por lo tanto, en la recta  $y = -\frac{a}{b}x$ , "(-a)" indica la situación en el eje Y y "b" en el eje X.



### Actividades resueltas

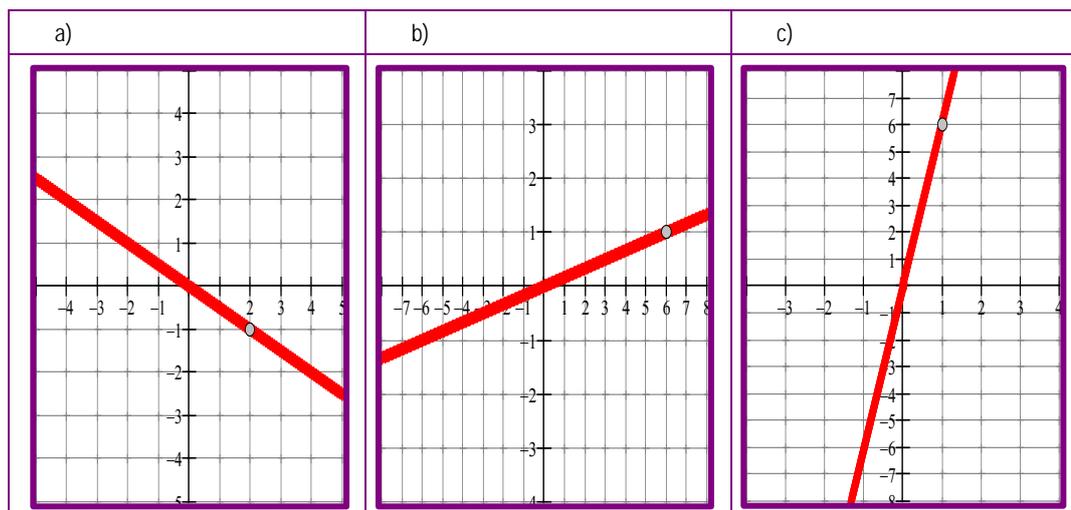
Indique cuál es la pendiente de las siguientes rectas y explique su significado.





### Actividades propuestas

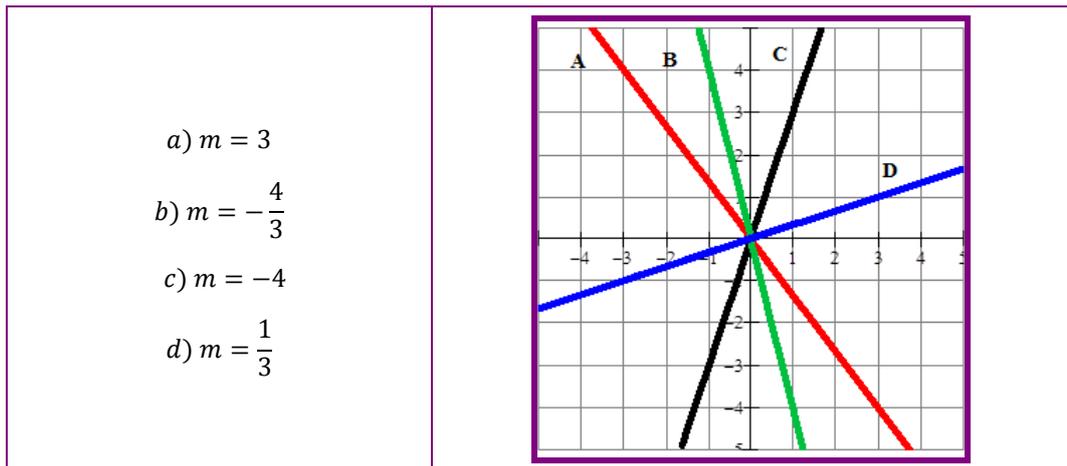
S20. Escriba la ecuación de cada una de las siguientes rectas:



S21. Represente las siguientes funciones de proporcionalidad basándose en sus pendientes:

a)  $y = x$       b)  $y = -5x$       c)  $y = \frac{2}{5}x$       d)  $y = -\frac{1}{3}x$       y)  $y = 3x$

S22. Indique cuál de las siguientes es la pendiente de las rectas representadas:



### 2.4.3 Función afín

- La función afín tiene la forma:  $y = mx + n$ .
- Esta ecuación se representa mediante una recta de **pendiente  $m$**  que corta el eje Y en el punto  $(0, n)$ .
- $n$  se llama ordenada en el origen.**
- La gráfica de esta función es una recta, pero no pasa por el punto  $(0,0)$  como ocurre con la función lineal o de proporcionalidad, ya que para  $x = 0$  se comprueba que:

$$y = 0 \cdot x + n, \text{ de donde } y = n, \text{ lo que significa que la recta pasa por el punto } (0, n).$$

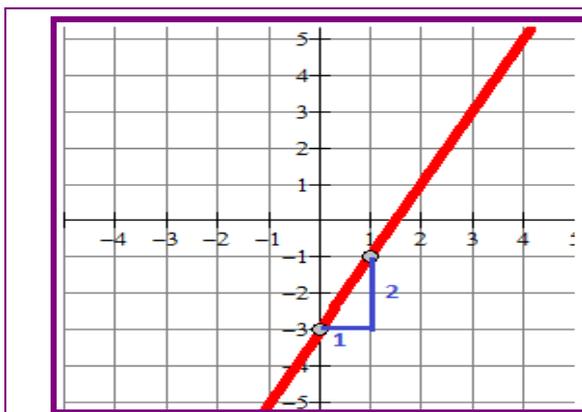
#### Actividades resueltas

Represente las siguientes funciones:

a)  $y = 2x - 3$

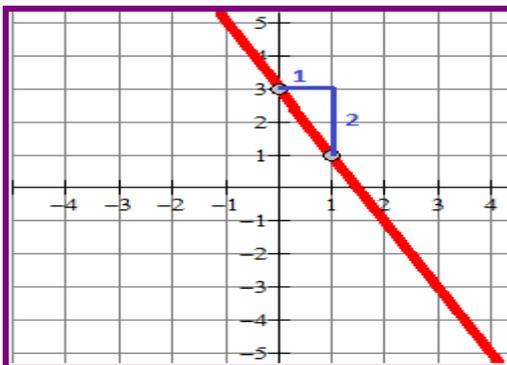
b)  $y = -2x + 3$

c)  $y = \frac{1}{3}x + 2$



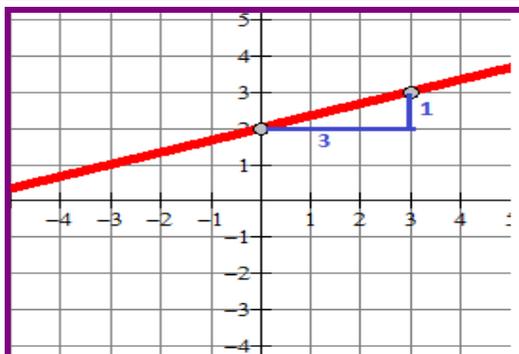
$y = 2x - 3$

Nos fijamos en que  $m = 2$  y  $n = -3$ . Entonces, dibujaremos una recta que pase por  $(0, -3)$  y cuya pendiente sea 2 (avanza 1, sube 2).



$$y = -2x + 3$$

De forma análoga a la anterior, dibujaremos una recta que pase por  $(0,3)$  y de pendiente  $-2$  (avanza 1, baja  $-2$ ).

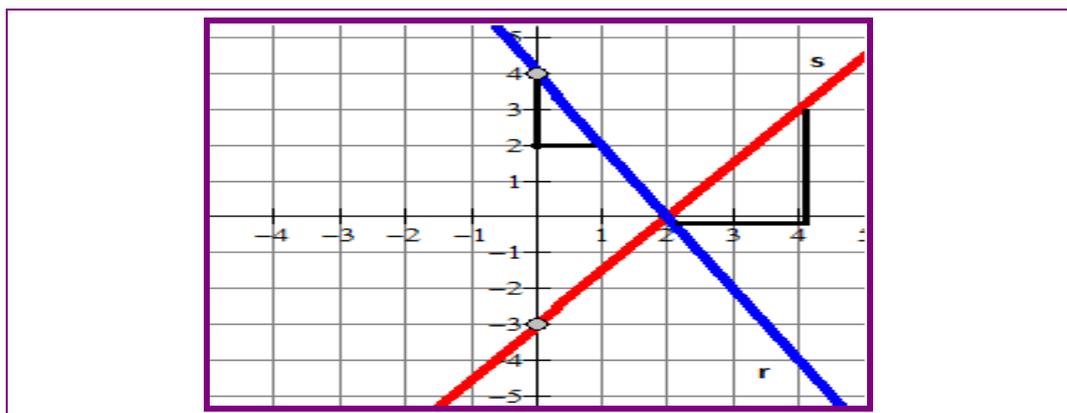


$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

Dibujamos una recta que pasa por el punto  $(0,2)$  y su pendiente es  $\frac{1}{3}$  (avanza 3 y sube 1).

### Actividades propuestas

S23. Deduzca las ecuaciones de las rectas representadas:



S24. Escriba las ecuaciones de las rectas siguientes:

- Recta que tiene ordenada en el origen  $4$  y pendiente  $0,4$ .
- Recta que tiene ordenada en el origen  $-2$  y pendiente  $-1$ .
- Recta que tiene ordenada en el origen  $1/5$  y pendiente  $2$ .

S25. Represente las siguientes funciones:

- $y = -2x + 5$
- $y = \frac{1}{6}x - 2$
- $y = -x - 1$
- $y = 3x + 3$

### 2.4.4 Función constante

La función  $y = k$ , en la que el valor de  $y$  no depende de  $x$ , se llama **función constante**. Se representa por una recta paralela al eje X (de abscisas) a una distancia  $k$  de este.

En una función constante la pendiente  $m$  es igual a 0.

#### Actividades resueltas

Represente las siguientes funciones:

a)  $y = 2$

b)  $y = -3$

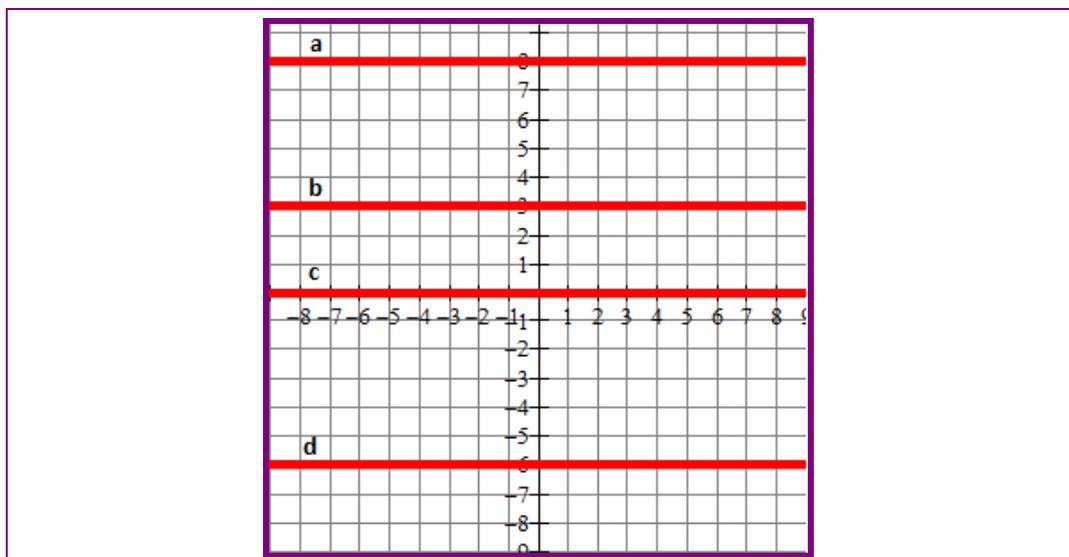
c)  $y = 4$

d)  $y = 0$



#### Actividades propuestas

S26. Indique cuál es la ecuación de cada una de las rectas representadas:



S27. Represente la recta que pasa por los puntos  $A(-4, -3)$   $B(3, -3)$ . ¿Cuál es su ecuación?

### 3. Actividades finales

S28. El área,  $y$ , de un rectángulo de lados  $x$  y  $x + 1$  viene dada por la fórmula  $y = x \cdot (x + 1)$ .

- a) Elabore una tabla de valores. Tenga en cuenta que “ $x$ ” solo puede tomar valores positivos, ya que no tiene sentido una longitud negativa.
- b) Dibuje la gráfica correspondiente.

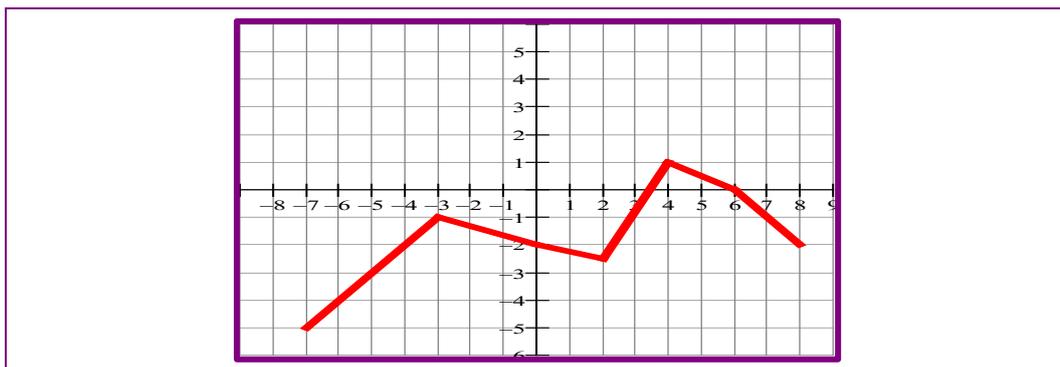
S29. Indique razonadamente si las siguientes relaciones definen o no una función.

A cada número le corresponde el área de un cuadrado que tiene por lado dicho número.	
A cada día del mes le corresponden las temperaturas máxima y mínima que se alcanzaron ese día.	
Asignamos al número de pasajeros de distintos autobuses el peso total de los pasajeros.	
A cada valor de la base de un triángulo le corresponde el valor de su altura.	

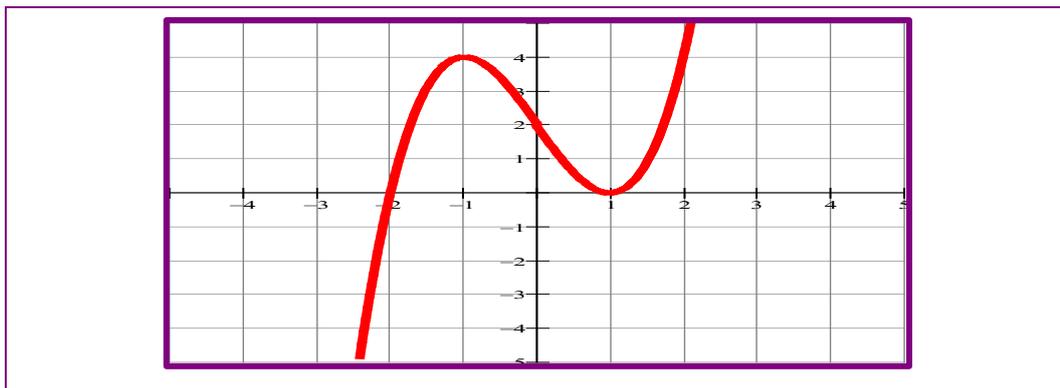
S30. Represente  $y = x^2 - 6x + 3$  dando a  $x$  los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

S31. Represente  $y = x + 4$  dando a  $x$  los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

S32. Indique entre qué valores de  $x$  es creciente la siguiente función y entre cuáles es decreciente.



S33. En la siguiente función, señale las coordenadas de los puntos máximos y mínimos, así como las coordenadas de los puntos de corte con los ejes.



- S34. Una expedición espeleológica ha recorrido una gruta que va por debajo del nivel del mar algunos tramos. La gráfica muestra la altitud en función de la distancia recorrida en la gruta.



- a) ¿Es una función continua?
- b) Indica en qué tramos es creciente y en cuáles decreciente.
- c) ¿Cuál es la altitud máxima que alcanza la gruta? ¿A qué distancia de la entrada se encuentra?
- d) ¿Cuál es la mayor profundidad de la gruta? ¿Dónde se alcanza?
- y) ¿En qué puntos la gruta se encuentra al nivel del mar?
- S35. Calcule los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a) $y = -\frac{2}{5}x + 4$	b) $y = x - 2$
c) $y = x^2 - 4$	d) $y = x(x - 1)$

- S36. Represente las siguientes funciones de proporcionalidad dadas por su ecuación y complete en cada caso la tabla de valores:

a) $y = \frac{1}{2}x$							b) $y = -\frac{2}{5}x$						
x	0	2	4	6	-2	-4	x	0	5	10	15	-5	-10
y							y						

- S37. Represente las siguientes funciones sin ayuda de la tabla de valores:

a) $y = -\frac{4}{3}x + 1$	b) $y = -3x - 2$	c) $y = -\frac{5}{2}x$
----------------------------	------------------	------------------------

S38. Represente estas funciones:

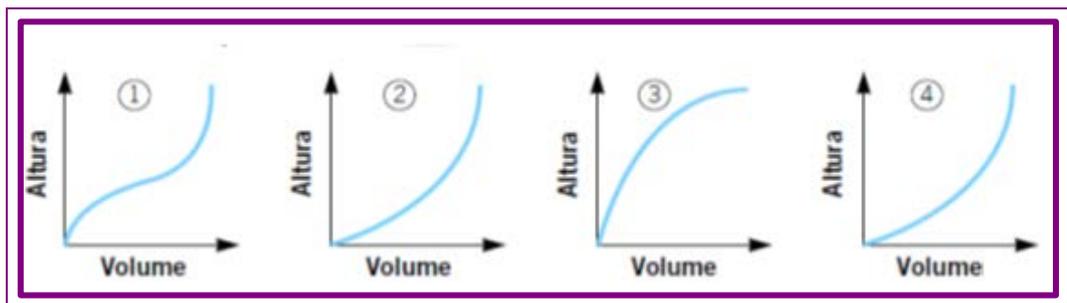
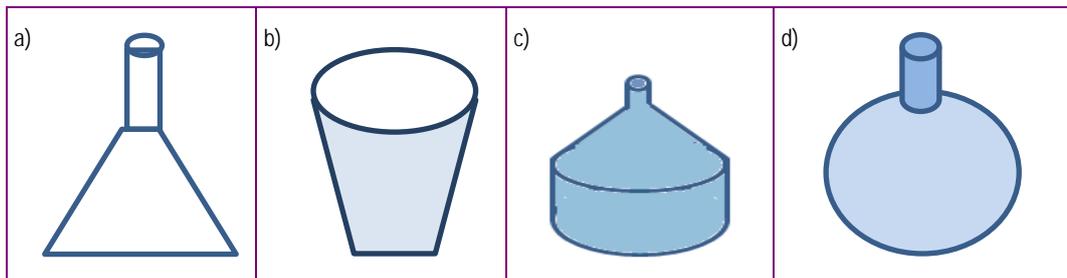
a) $y = -\frac{5}{3}x$	b) $y = 2x - 5$	c) $y = 5$
------------------------	-----------------	------------

S39. Una compañía de telefonía móvil cobra 0,5 euros por el establecimiento de llamada y 0,15 euros por minuto de conversación.

a) Escriba la ecuación de la función que relaciona el coste en euros ( $y$ ) en función de la duración de la llamada en minutos ( $x$ ).

b) Represente la gráfica de la función  $y = 0,5 + 0,15x$ .

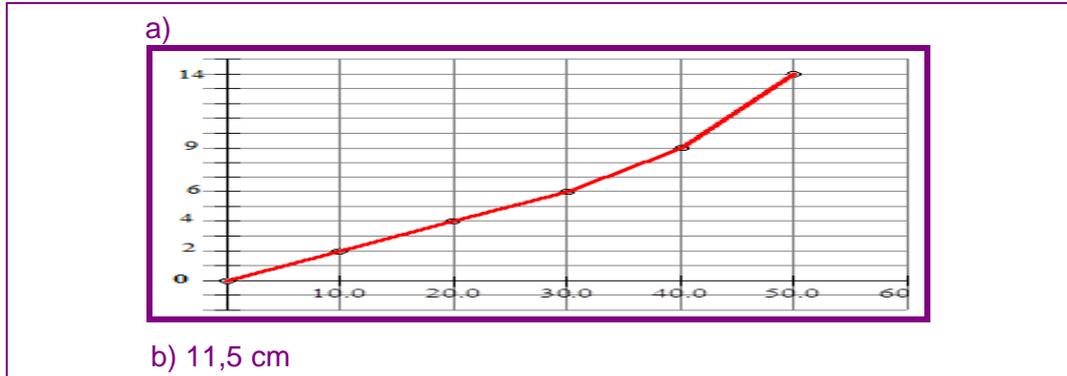
S40. Al llenar cada recipiente, ¿qué gráfica obtenemos?



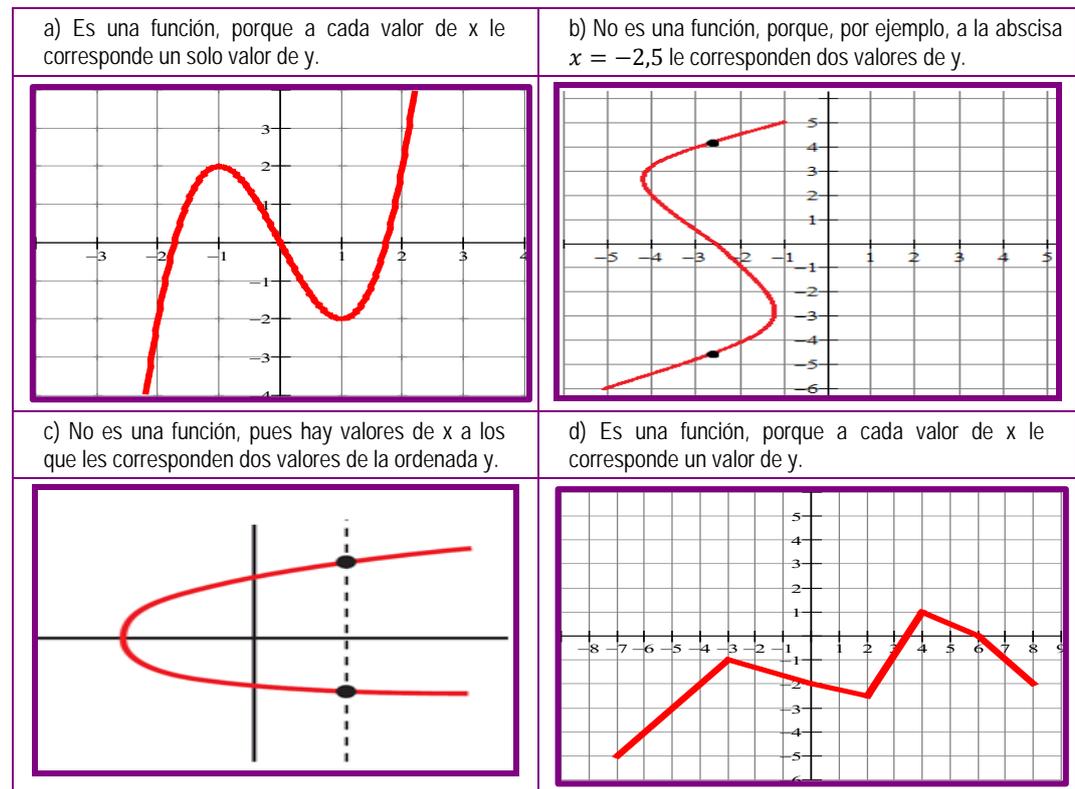
# 4. Solucionario

## 4.1 Soluciones de las actividades propuestas

S1.



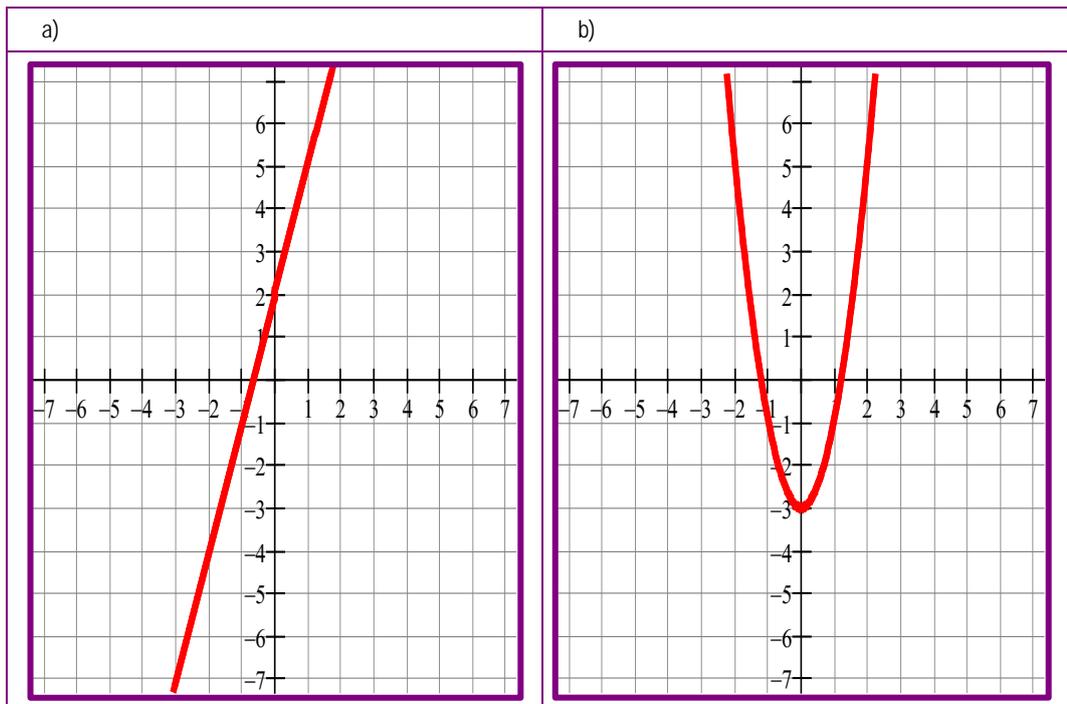
S2.



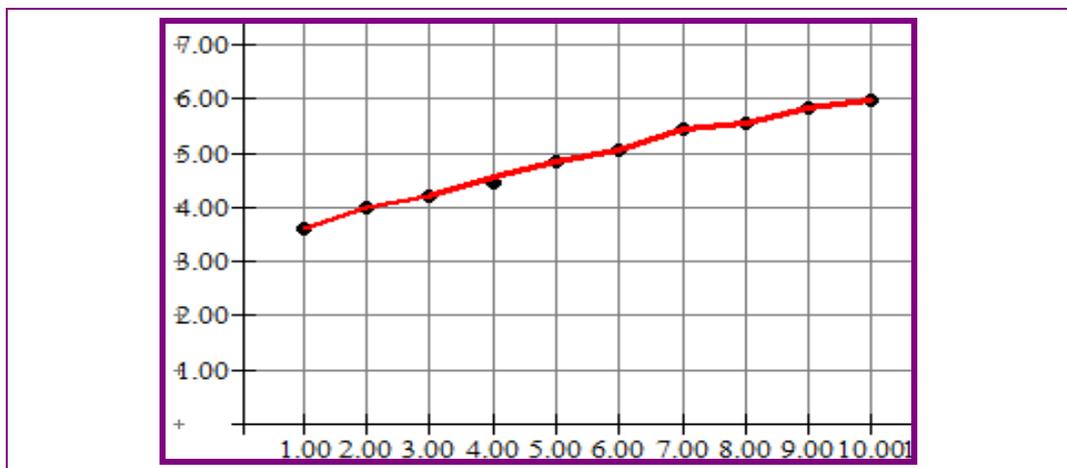
S3.

	Variable independiente	Variable dependiente
La velocidad de un automóvil en un instante de tiempo.	Tiempo	Velocidad
La longitud de una circunferencia para cada valor del radio.	Radio	Longitud de la circunferencia
El coste de un saco de patatas en función de la cantidad que contiene.	Cantidad de cada saco	Coste
El volumen de agua de un embalse en función de la altura que alcanza.	Altura	Volumen

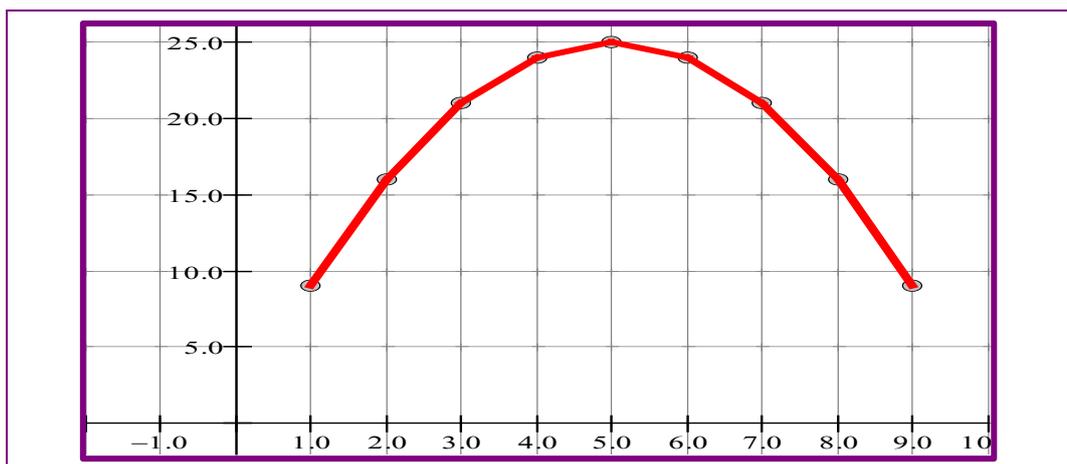
S4.



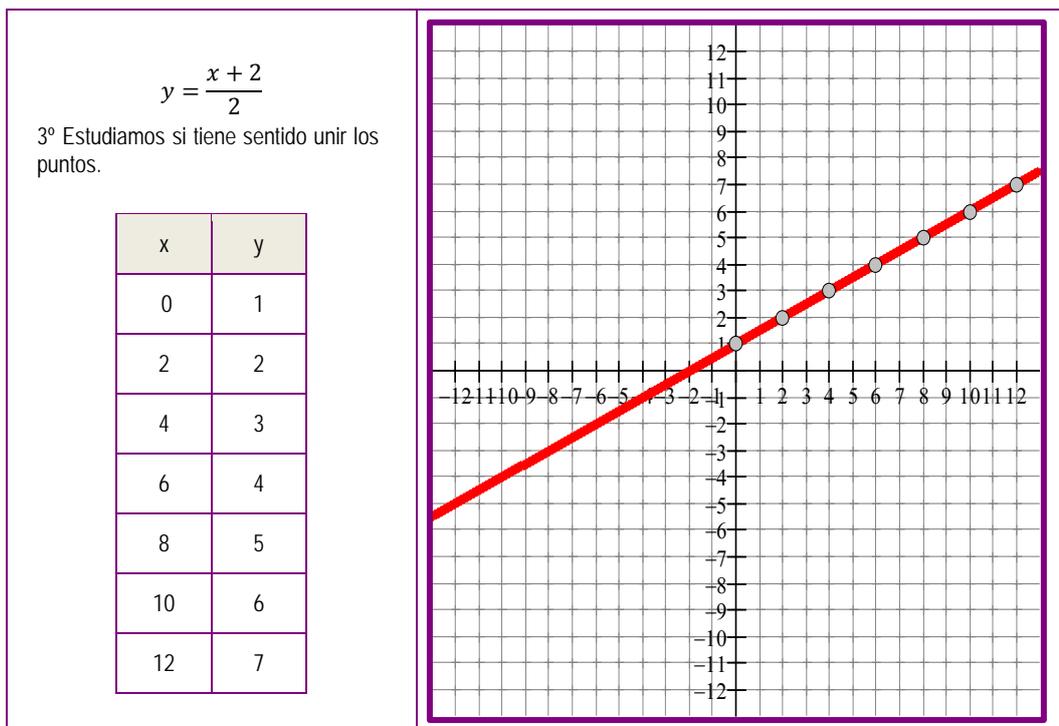
S5.



S6.



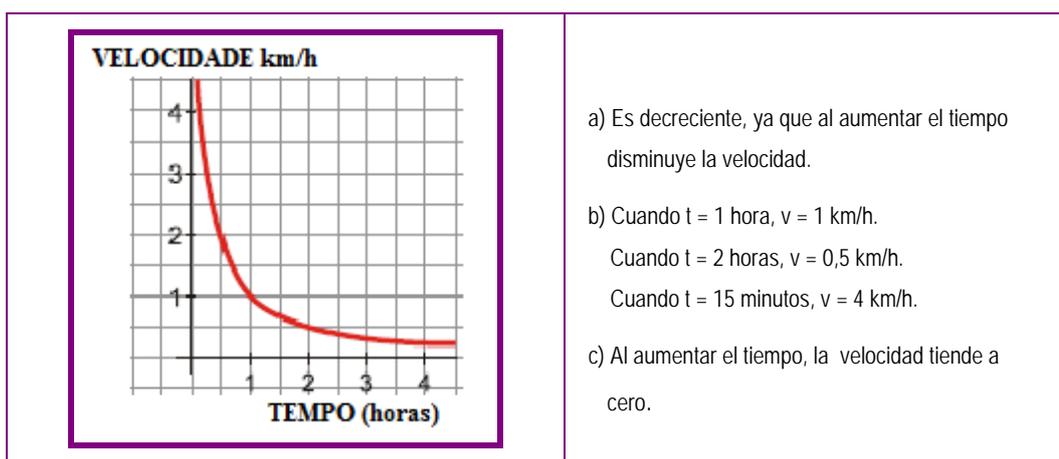
S7.



S8. a) Continua creciente. b) Discontinua decreciente. c) Discontinua creciente.

S9. a) Creciente. b) Decreciente. c) Decreciente. d) Creciente.

S10.



S11. a) *Máximo absoluto*  $(-8, 8)$ .

*Máximos relativos*  $(-2, 2)$  y  $(2, 2)$ .

*Mínimo absoluto*  $(-5, -5)$ .

*Mínimo relativo*  $(0, 0)$ .

b) *Máximo absoluto*  $(8, 8)$ .

*Máximo relativo*  $(2, 2)$ .

*Mínimo absoluto*  $(5, -5)$ .

*Mínimo relativo*  $(0, 0)$ .

S12.

<p>a) <math>f(x) = -3x + 9</math>. Para <math>x = 0</math> <math>y = 9</math> corte con el eje Y (0, 9). Para <math>y = 0</math> <math>x = 3</math> corte con el eje X (3, 0).</p>	<p>c) <math>f(x) = -6x - 4</math>. Para <math>x = 0</math> <math>y = -4</math> corte con el eje Y (0, -4). Para <math>y = 0</math> <math>x = -\frac{2}{3}</math> corte con el eje X <math>(-\frac{2}{3}, 0)</math>.</p>
<p>b) <math>f(x) = x^2 - x - 2</math>. Para <math>x = 0</math> <math>y = 2</math> corte con el eje Y (0, 2). Para <math>y = 0</math> <math>x = 2</math> e <math>x = -1</math> cortes con el eje X (2, 0) e (-1, 0).</p>	<p>d) <math>f(x) = x^2 - 4x + 4</math>. Para <math>x = 0</math> <math>y = 4</math> corte con el eje Y (0, 4). Para <math>y = 0</math> <math>x = 2</math> corte con el eje X (2, 0).</p>

S13.

a) 42 minutos a 1800 m.

b) 30 minutos.

c) A 2900 m, a la hora y media del despegue.

d) A los 30 minutos del despegue alcanza los 1800 m y sigue volando a esa altura durante 42 minutos. En los siguientes 18 minutos asciende hasta los 2900 m, que es la altura máxima que alcanza. En los siguientes 36 minutos desciende hasta los 1600 m y luego vuelve subir hasta los 1900m, lo que le lleva 18 minutos, por último desciende durante 36 minutos hasta que toma tierra.

S14.

a) Máximo absoluto (0.25, 10).

Mínimo absoluto (-2, -45).

Mínimo relativo (2.25, 27).

b) Máximo absoluto (0, 0).

Mínimo absoluto (-1.25, -3.5).

Mínimo relativo (1, -1).

S15. Máximo (3, 3). Mínimo (6, -1).

Creciente de  $x = -1$  a  $x = 3$ .

Decreciente de  $x = 3$  a  $x = 6$ .

Creciente de  $x = 6$  a  $x = 10$ .

S16.

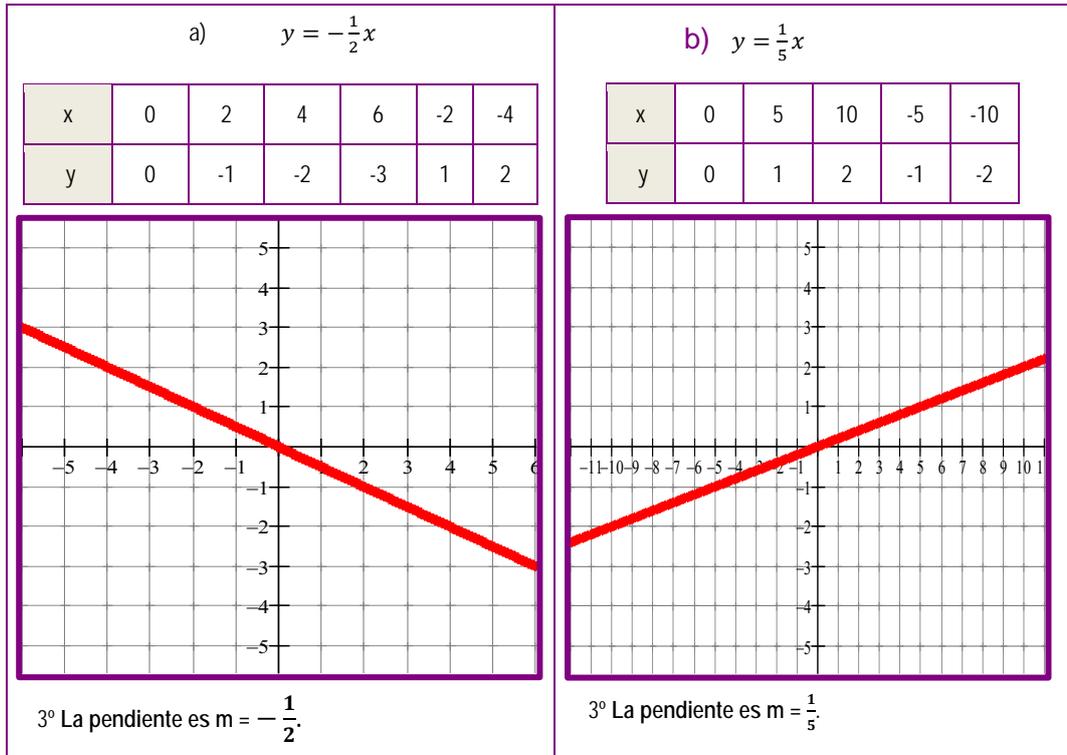
a) Máximo absoluto (-1, 8).

Mínimo absoluto (2, -4).

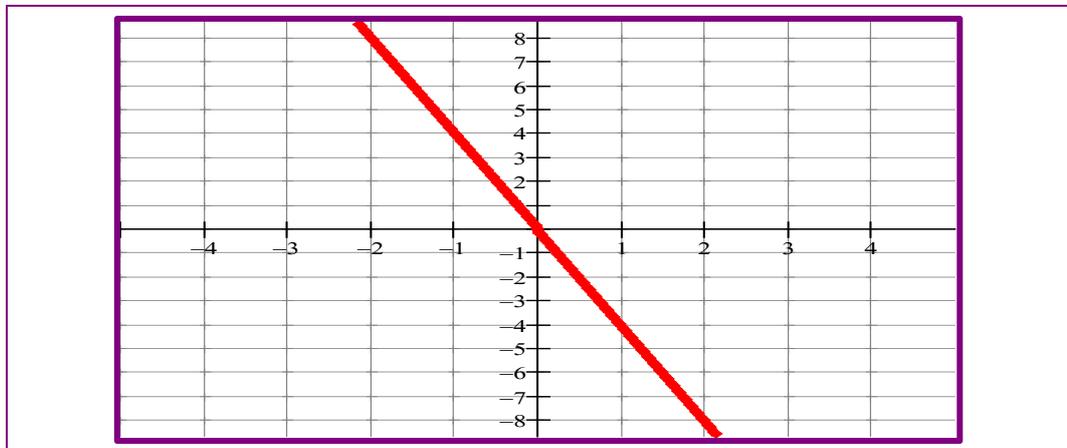
b) Máximo absoluto (-1, 4).

Mínimo absoluto (1, 0).

S17.



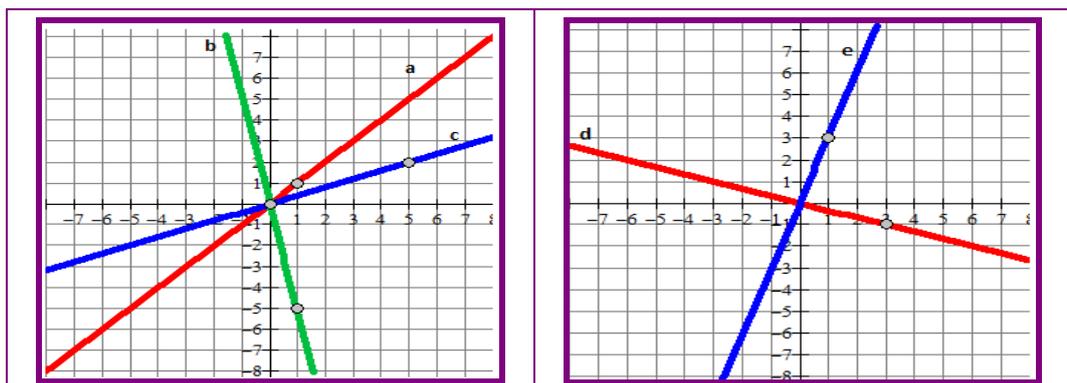
S18.



S19. a) D      b) C      c) A      d) B

S20. a)  $y = -\frac{1}{2}x$ .      b)  $y = \frac{1}{6}x$ .      c)  $y = 6x$ .

S21.

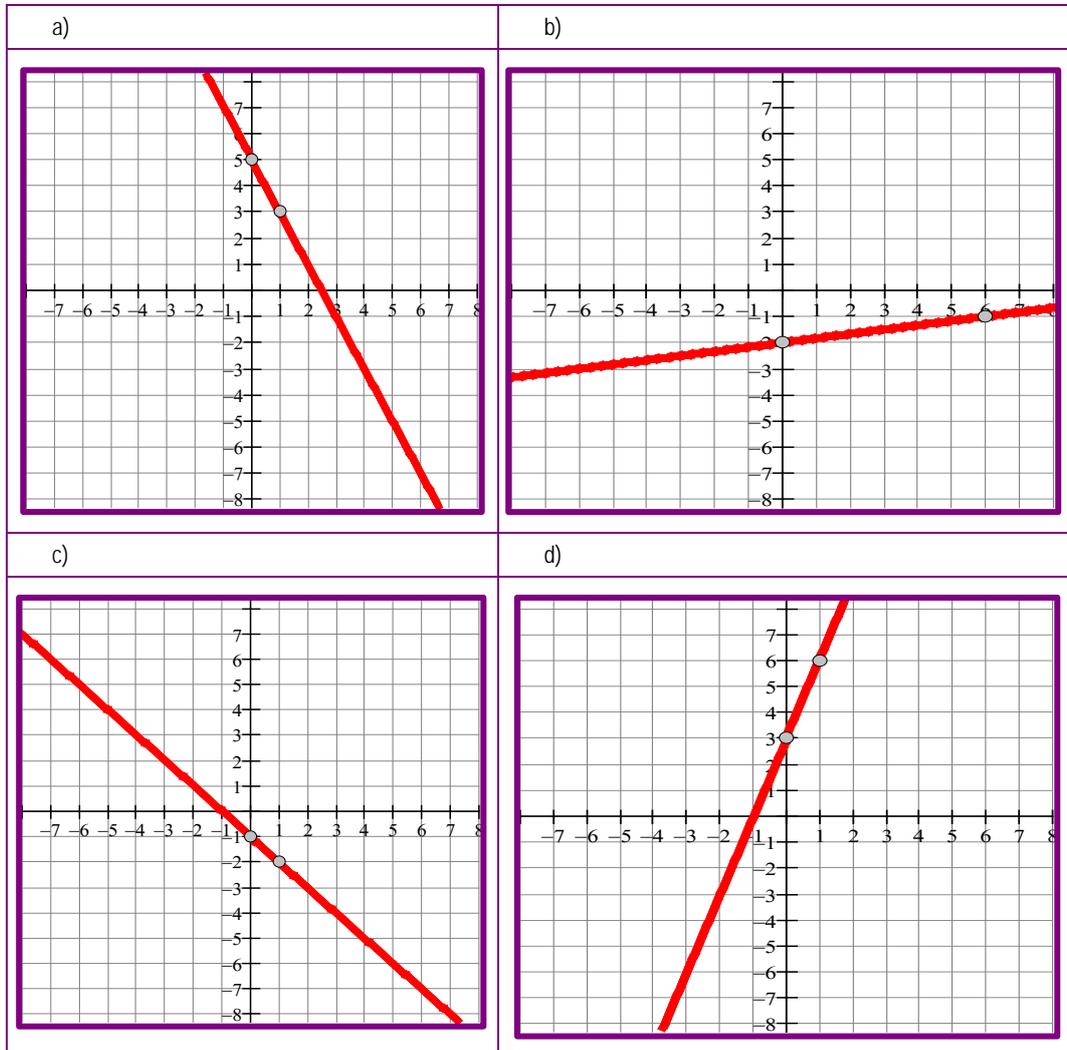


S22. a) C.      b) A.      c) B.      d) D.

S23.  $s = \frac{3}{2}x - 3.$        $r = -2x + 4.$

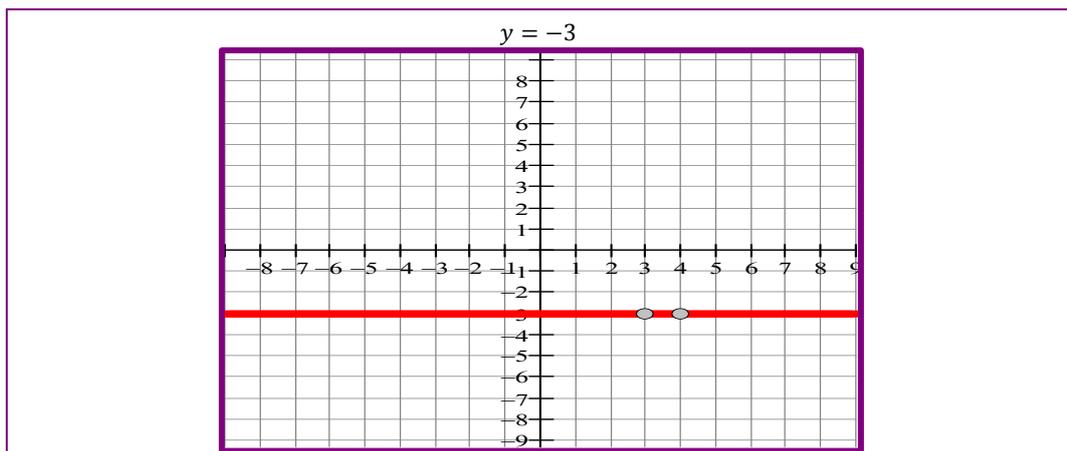
S24. a)  $y = \frac{2}{5}x + 4.$       b)  $y = -x - 2.$       c)  $2x + \frac{1}{5}.$

S25.



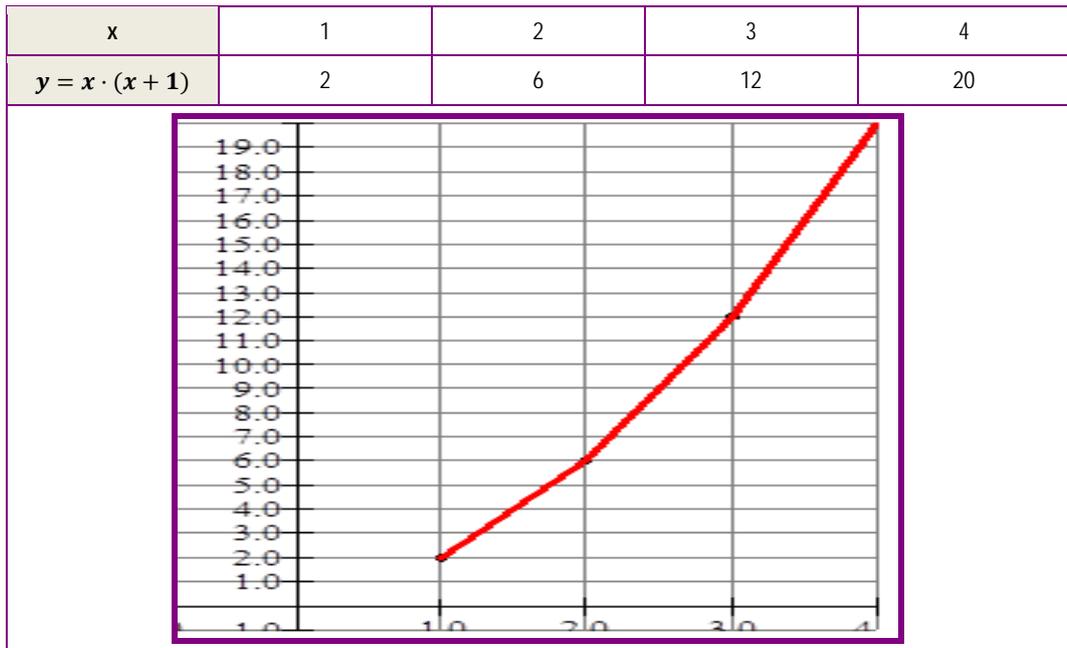
S26. a)  $y = 8.$       b)  $y = 8.$       c)  $y = 0.$       d)  $y = -6.$

S27.



## 4.2 Soluciones de las actividades finales

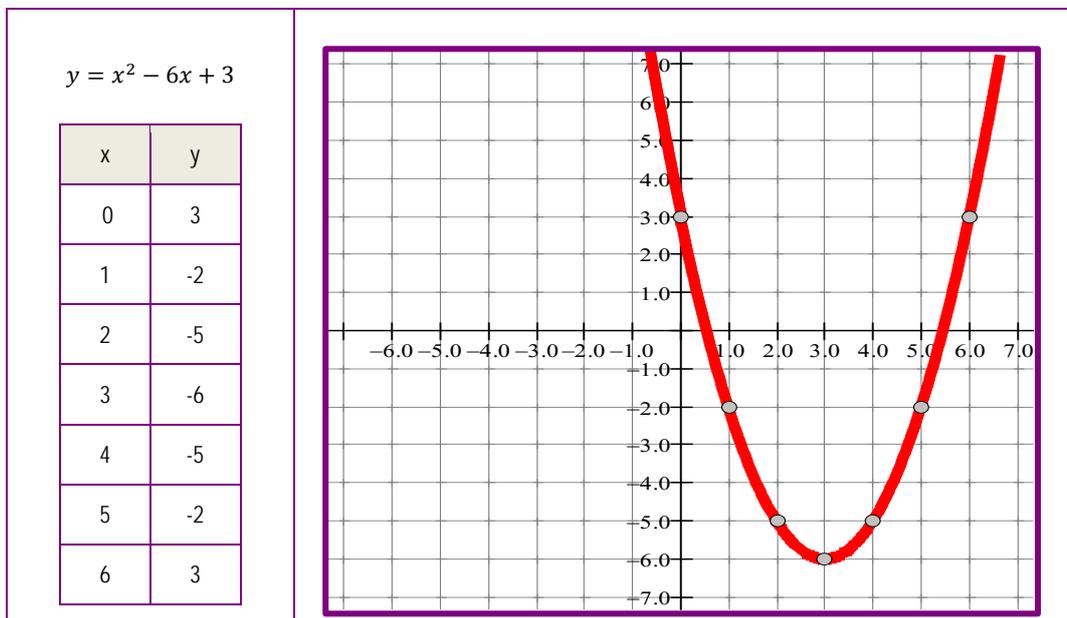
S28.



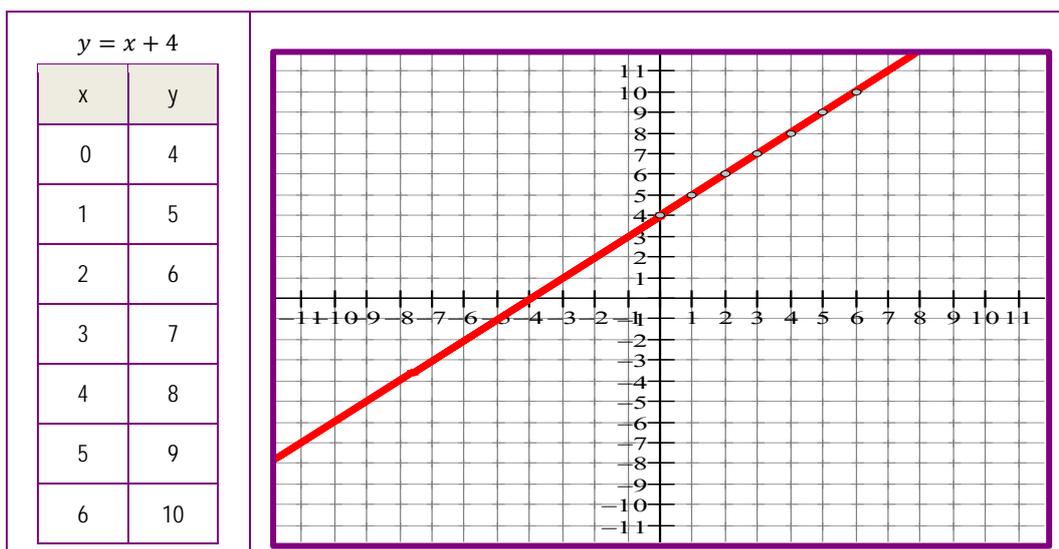
S29.

A cada número le corresponde el área de un cuadrado que tiene por lado dicho número.	Sí, porque cada número solo tiene un cuadrado.
A cada día del mes le corresponden las temperaturas máxima y mínima que se alcanzaron en ese día.	No, porque a cada día le corresponden dos temperaturas.
Asignamos al número de pasajeros de distintos autobuses el peso total de los pasajeros.	No, porque, con un mismo número de pasajeros, pueden tener distintos pesos.
A cada valor de la base de un triángulo le corresponde el valor de su altura.	No, porque puede haber triángulos con distintas alturas que tengan un mismo valor de la base.

S30.



S31.



S32. *Es creciente entre  $x = -7$  y  $x = -3$ , y entre  $x = 2$  e  $x = 4$ .*

*Es decreciente entre  $x = -3$  e  $x = 2$ , y entre  $x = 4$  e  $x = 9$ .*

S33. *Máximo  $(-1,4)$ . Mínimo  $(1,0)$ .*

*Corte con el eje X  $(1,0)$ . Corte con el eje Y  $(0,2)$ .*

S34. a) *Es una función continua, ya que se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.*

b)

Creciente en los siguientes tramos: <i>entre <math>x = 0</math> e <math>x = 20</math></i> <i>entre <math>x = 47</math> e <math>x = 55</math></i> <i>entre <math>x = 110</math> e <math>x = 130</math></i> <i>entre <math>x = 150</math> e <math>x = 163</math></i>	Decreciente en los siguientes tramos: <i>entre <math>x = 20</math> e <math>x = 47</math></i> <i>entre <math>x = 55</math> e <math>x = 110</math></i> <i>entre <math>x = 130</math> e <math>x = 150</math></i>
--	--

c) *La altura máxima de la gruta es de 20 m y se encuentra a 55 m de la entrada.*

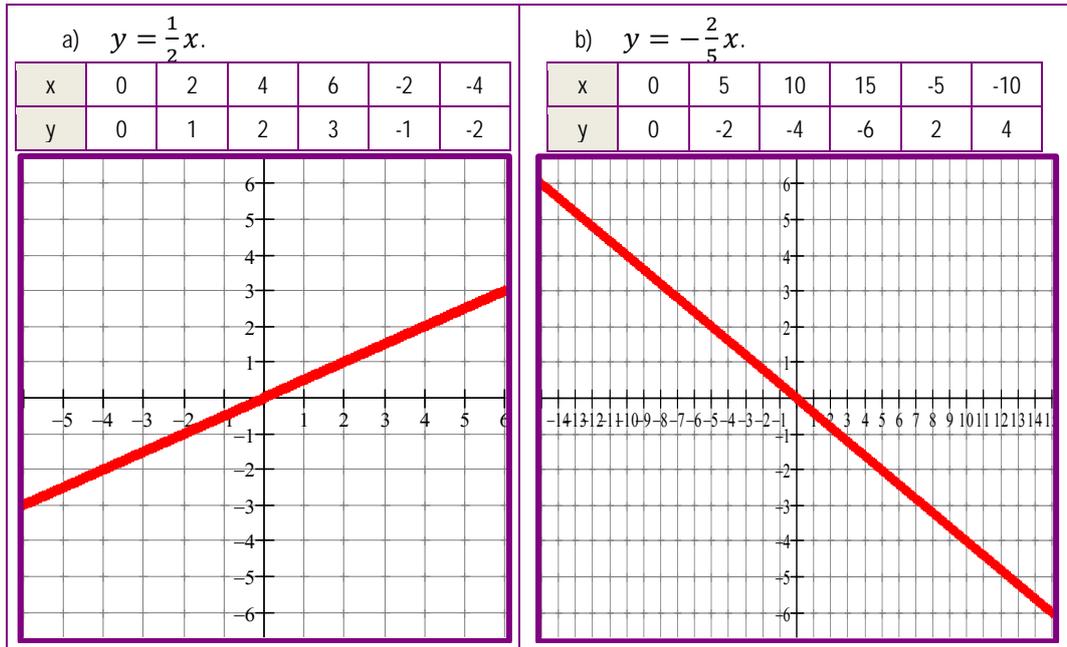
d) *La mayor profundidad de la gruta es de 10 m bajo el nivel del mar; la encontramos a los 110 m del recorrido.*

y) *La altura de la gruta está a nivel del mar a los 95 m y a los 160 m de la entrada.*

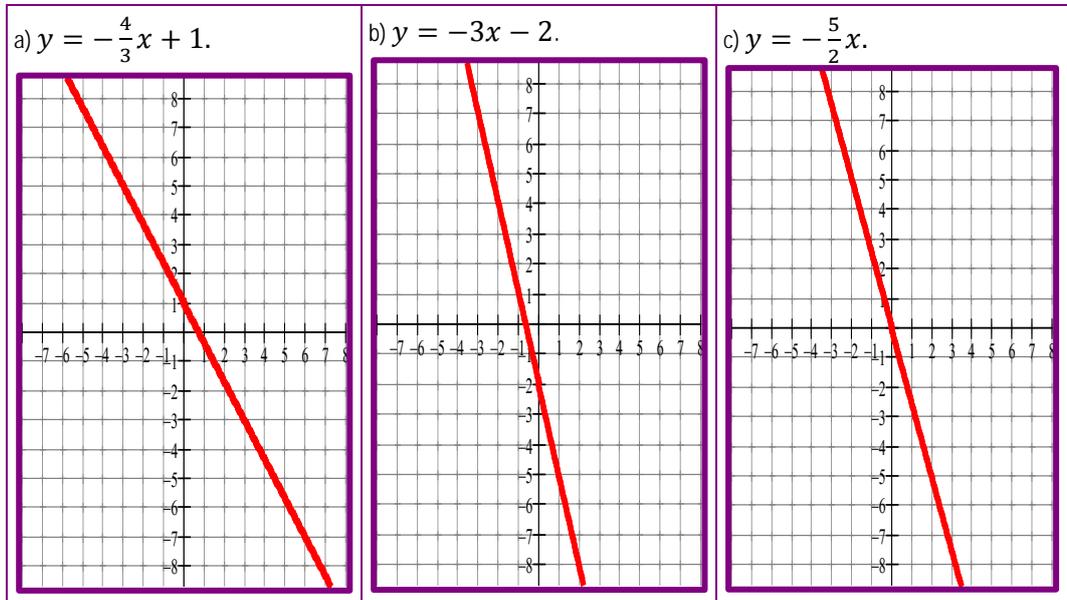
S35.

a) $y = -\frac{2}{5}x + 4$ . Corte con el eje Y, para $x = 0, y = 4 \rightarrow (0,4)$ . Corte con el eje X, para $y = 0, x = 10 \rightarrow (10,0)$ .	b) $y = x - 2$ . Corte con el eje Y, para $x = 0, y = -2 \rightarrow (0, -2)$ . Corte con el eje X, para $y = 0, x = 2 \rightarrow (2, 0)$ .
c) $y = x^2 - 4$ . Corte con el eje Y, para $x = 0, y = -4 \rightarrow (0, -4)$ . Corte con el eje X, para $y = 0, x = \begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} (2,0) \\ (-2,0) \end{matrix}$ .	d) $y = x(x - 1)$ Corte con el eje Y, para $x = 0, y = 0 \rightarrow (0,0)$ . Corte con el eje X, para $y = 0, x = \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} (0,0) \\ (1,0) \end{matrix}$ .

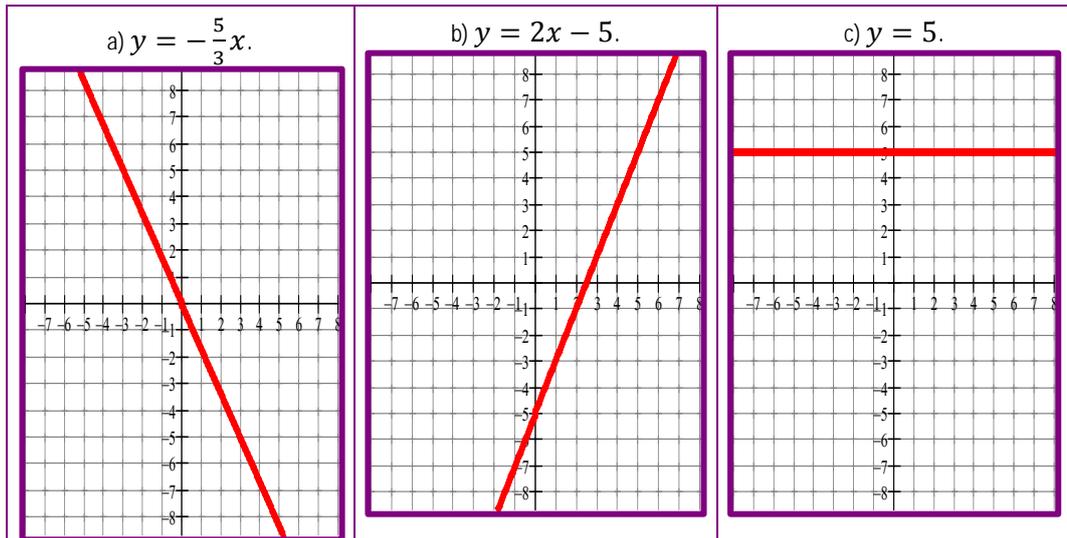
S36.



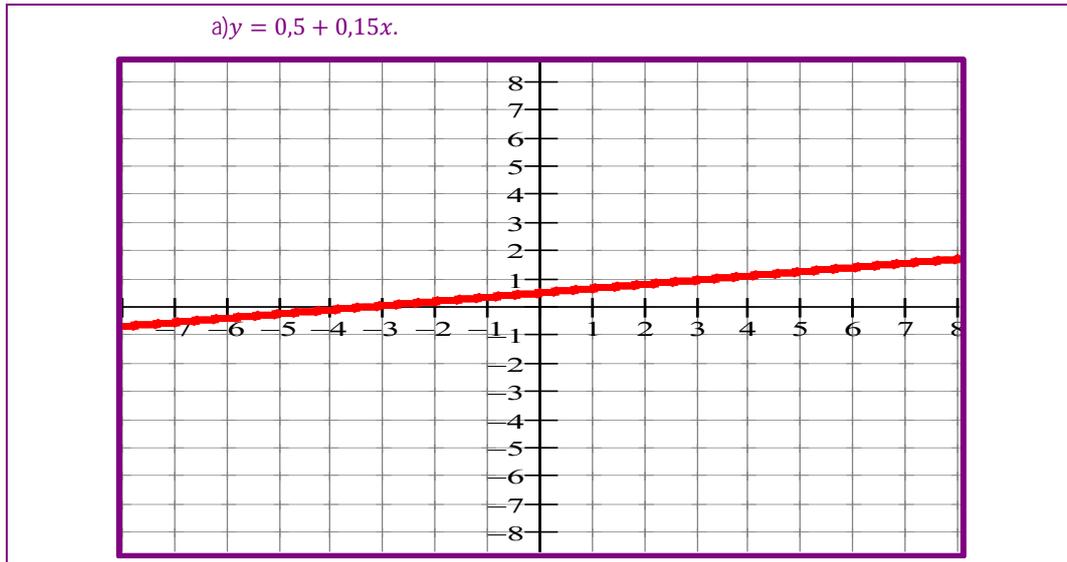
S37.



S38.



S39.



S40.

<p>a) Es un cono. A medida que crece el volumen, la altura crece cada vez más rápido, por eso la gráfica que le corresponde es:</p>	<p>b) Es un cono invertido. El crecimiento de la altura va disminuyendo según vamos teniendo más volumen. Su gráfica es:</p>	<p>c) La parte baja es un cilindro, por lo que el volumen es proporcional a la altura, después es un cono así que, a medida que aumenta el volumen, el crecimiento de la altura se acelera. La gráfica es:</p>	<p>d) Es una esfera, la altura crece más rápido al principio y al final del proceso. Su gráfica es:</p>
<p>②</p>	<p>③</p>	<p>④</p>	<p>①</p>

## 5. Glosario

C	▪ Continuidad	Una función se denomina continua entre dos valores del eje de abscisas cuando su gráfica se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.
	▪ Cortes con los ejes	En una función, son los puntos donde esta función corta con el eje de abscisas (eje X) y donde corta con el eje de ordenadas (eje Y).
	▪ Crecimiento	Decimos que una función es creciente en un tramo cuando, al aumentar "x", aumenta "y".
D	▪ Decrecimiento	Decimos que una función es decreciente en un tramo cuando, al aumentar "x", disminuye "y".
	▪ Diagrama de barras	Representación de la relación entre dos magnitudes en un sistema de coordenadas mediante barras de longitud proporcional a la cantidad de los datos y apoyada en el eje horizontal.
	▪ Diagrama de líneas	Representación gráfica en un eje de coordenadas. En el eje horizontal se sitúa la variable medida y en el vertical, el valor que esta alcanza en cada medida, uniendo los puntos así obtenidos con una línea continua.
	▪ Diagrama de sectores	Representación gráfica mediante un círculo cuya superficie está dividida en sectores proporcionales al valor de una variable.
	▪ Discontinuidad	Una función es discontinua entre dos valores del eje de abscisas cuando para dibujar su gráfica hay que levantar el lápiz. Los puntos donde no es continua la función se llaman puntos de discontinuidad.
F	▪ Función	Una función es una relación entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera magnitud se le asocia un único valor de la segunda.
	▪ Función afín	La función afín tiene la ecuación $y = mx + n$ . Se representa por una recta que no pasa por el origen de coordenadas. Corta el eje Y en el punto (0,n).
	▪ Función constante	La función constante tiene la ecuación $y = k$ . En esta función el valor de "y" no depende de "x". Se representa por una recta paralela al eje de abscisas a una distancia "k" de este.
	▪ Función lineal	La función lineal o de proporcionalidad relaciona dos magnitudes proporcionales. Tiene la ecuación $y = mx$ . Se representa por una recta que pasa siempre por el origen de coordenadas; la constante de proporcionalidad es "m" y tiene que ver con la inclinación de la recta.
M	▪ Máximo	Se llama máximo de una función al punto en el que la ordenada toma el mayor valor; el punto más alto de la función.
	▪ Máximo relativo	En una función, son los puntos en los que su ordenada es mayor que la de los puntos de su alrededor, tanto a su derecha como a su izquierda.
	▪ Mínimo	Se llama mínimo de una función al punto en el que la ordenada toma el menor valor; el punto más bajo de la función.
	▪ Mínimo relativo	En una función, son los puntos en los que su ordenada es menor que la de los puntos de su alrededor, tanto a su derecha como a su izquierda.
P	▪ Pendiente de una recta	La pendiente de una recta indica su inclinación teniendo en cuenta su situación con respecto al eje X y al eje Y. Si "m" es positiva, la recta es creciente y se sitúa en los cuadrantes I y III. Si "m" es negativa, la recta es decreciente y se sitúa en los cuadrantes II y IV.
V	▪ Variable independiente	Es aquella cuyo valor no depende de otra variable. En una función, es el valor de "x" y se representa en el eje de abscisas.
	▪ Variable dependiente	Es aquella cuyos valores dependen de los que tome otra variable. En una función, se designa por "y" o $f(x)$ y se representa en el eje de ordenadas.

## 6. Bibliografía y recursos

---

### Bibliografía

- Libros para la educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnológico. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- Matemáticas ESO1. Ed. Anaya. 2016
- Matemáticas ESO2. Ed. Anaya. 2016
- Matemáticas. Serie Resuelve. 2º ESO. Editorial Santillana.

### Enlaces de Internet

En estos enlaces puede encontrar trucos e información que puede consultar para mejorar su práctica.

- <http://www.vitutor.com>
- <http://matematicasmodernas.com>
- <http://www.apuntesmareaverde.org.es>
- <http://www.lasmatematicas.es>
- <http://www.recursos.cnice.mec.es>

## 7. Anexo. Licencia de recursos

### Licencias de recursos utilizados en esta unidad didáctica

RECURSO (1)	DATOS DEL RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DEL RECURSO (2)
<p>RECURSO 1</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autoría: Gobierno de Aragón</li> <li>Licencia: Plataforma y-educativa aragonesa: uso educativo no comercial para plataformas.</li> <li>Procedencia: <a href="http://y-ducativa.catedu.es">http://y-ducativa.catedu.es</a></li> </ul>	<p>RECURSO 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autoría: Ministerio de Educación Cultura y Deporte.</li> <li>Licencia: uso educativo</li> <li>Procedencia: <a href="http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/55/cd/modulo_5/evoluciones.html">http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/55/cd/modulo_5/evoluciones.html</a></li> </ul>
<p>RECURSO 3</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autoría: Georg-Johann</li> <li>Licencia: GNU Free Documentation Licence</li> <li>Procedencia: <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Elipse">https://es.wikipedia.org/wiki/Elipse</a></li> </ul>		