XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 1

Unidade didáctica 3

Funcións

Índice

1. **Introdución** 3
   - 1.1 Descrición da unidade didáctica 3
   - 1.2 Coñecementos previos 3
   - 1.3 Obxectivos 3
2. **Secuencia de contidos e actividades** 4
   - 2.1 Coordenadas cartesianas 4
     - 2.1.1 Representación de números sobre un eixe 4
     - 2.1.2 Coordenadas cartesianas. Representación de puntos no plano 4
     - 2.1.3 Puntos e gráficas no plano 8
     - 2.1.4 Características das gráficas 10
   - 2.2 Funcións 11
     - 2.2.1 Concepto de función. Crecemento e decrecemento. Máximos e mínimos dunha función 11
     - 2.2.2 Función definida mediante unha fórmula ou expresión xeral 12
     - 2.2.3 Función definida mediante unha táboa de valores 14
     - 2.2.4 Función definida mediante unha gráfica 15
     - 2.2.5 Exemplos de funcións 16
     - 2.2.6 Estudo gráfico das funcións 22
   - 2.3 Vectores 24
     - 2.3.1 Vector 24
     - 2.3.2 Módulo do vector 24
     - 2.3.3 Dirección e sentido do vector 24
     - 2.3.4 Vectores opostos 25
     - 2.3.5 Vectores equipolentes 25
     - 2.3.6 Vector de posición dun punto P no plano de coordenadas 25
     - 2.3.7 Coordenadas e compoñentes dun vector no plano 25
     - 2.3.8 Vector unitario 27
3. **Actividades finais** 28
4. **Solucionario** 32
   - 4.1 Solucións das actividades propostas 32
   - 4.2 Solucións das actividades finais 37
5. **Glosario** 43
6. **Bibliografía e recursos** 45
7. **Anexo. Licenza de recursos** 46

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Comezaremos esta unidade coa representación de puntos no plano e para iso necesitaremos un sistema de eixes de coordenadas formado por dúas rectas perpendiculares que se cortan nun punto O, chamado orixe de coordenadas. Entre dous puntos representados no plano veremos o concepto de segmento e de vector.

Tanto na vida cotiá coma na natureza existen múltiples situacións onde se poden relacionar dúas magnitudes. Así, por exemplo, relacionamos o tempo de estacionamento nun aparcadoiro e o importe que se ha de pagar, a temperatura ao longo dun día, o tempo investido por un corredor en completar un circuíto etc. Estas relacións ou correspondencias entre dúas magnitudes, onde o valor dunha delas vaia depender da variación da outra, é o que coñeceremos como funcións.

Esas relacións pódense establecer de diversas formas: por medio dunha táboa de valores, dunha gráfica ou dunha fórmula ou ecuación. Nesta unidade aprenderemos a representar graficamente situacións dadas mediante táboas de valores, enunciados ou expresións alxébricas sinxelas correspondentes a funcións constantes, lineais ou afíns.

1.2 Coñecementos previos

Para un mellor aproveitamento do estudo deste tema o alumnado debe manexar os conceptos seguintes:

- Manexo dos utensilios de debuxo para a construción de figuras sinxelas.
- Localización de puntos na recta numérica dos números enteiros $\mathbb{Z}$
- Operacións básicas de cálculo en $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$, estudadas nas unidades 1 e 2.

1.3 Obxectivos

- Coñecer, manexar e interpretar o sistema de coordenadas cartesianas.
- Comprender o concepto de función.
- Manexar as formas de presentar unha función: táboa numérica, gráfica e ecuación.
- Pasar dunhas formas a outras de presentar una función tendo en conta cal é a mellor segundo o contexto.

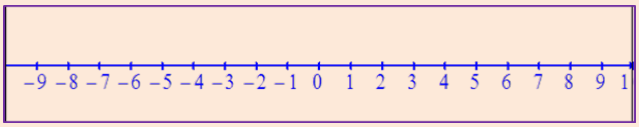
2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Coordenadas cartesianas

2.1.1 Representación de números sobre un eixe

Os números represéntanse sobre unha recta dividida en partes iguais. Esta recta denomínase eixe. Este eixe pode debuxarse de forma horizontal e de forma vertical.

Eixe para representar os números



Números enteiros negativos | Números enteiros positivos

Para representar un punto necesitamos designar un punto de referencia que chamaremos orixe. O número 0 é a orixe a partir da cal imos representar os números nun sentido á dereita ou noutro sentido á esquerda.

Nun eixe horizontal os números positivos colócanse á dereita do cero e os números con signo negativo colócanse á esquerda.

Actividade resolta

Represente os puntos A(4), B(2), C(-3), D(-1), nun eixe horizontal.

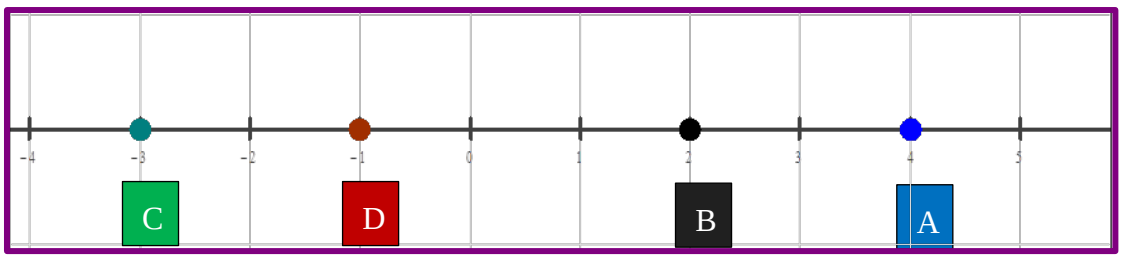
Debuxamos o eixe e marcamos a orixe, co valor 0.

Para representar A(4), partindo de cero contamos catro unidades cara á dereita, por ser un número positivo.

Para representar B(2), partindo de cero contamos dúas unidades cara á dereita, por ser un número positivo.

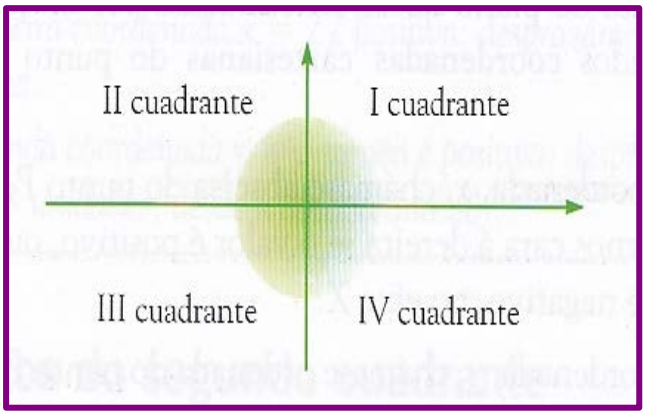
Para representar C(-3), partindo de cero contamos tres unidades cara á esquerda, por ser un número negativo.

Para representar D(-1), partindo de cero contamos unha unidade cara á esquerda, por ser un número negativo



2.1.2 Coordenadas cartesianas. Representación de puntos no plano

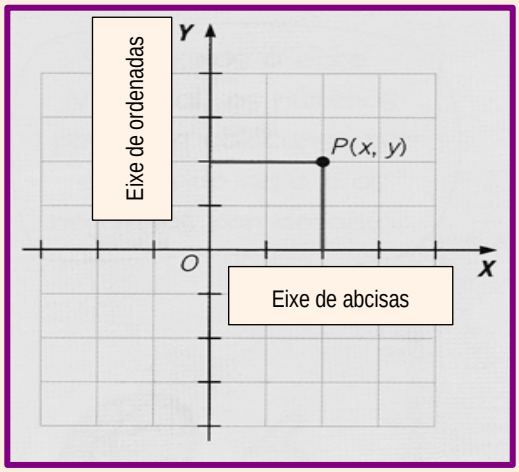
Para representar puntos no plano, necesítase un sistema de **eixes de coordenadas**, que está formado por dúas rectas perpendiculares que se cortan nun punto, **O**, chamado **orixe de coordenadas**.



A prolongación dos dous eixes de coordenadas divide o plano en catro partes iguais. Cada unha desas partes chámase **cuadrante**, que se designan cos números romanos I, II, III, IV.

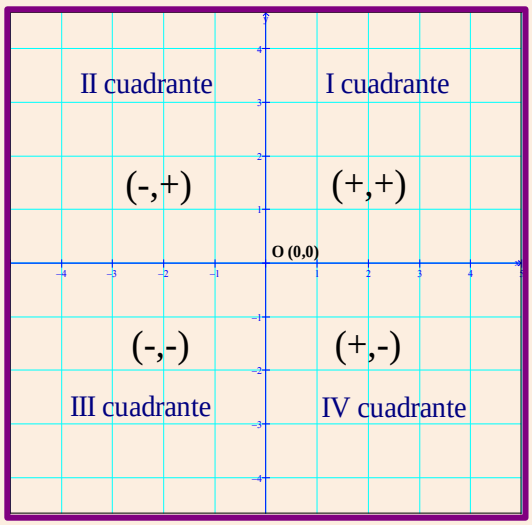
Coordenadas cartesianas

Calquera punto, P, do plano queda determinado por un par de números (x,y) chamados coordenadas cartesianas do punto P e escríbese P(x,y).



No noso sistema de eixes chamámoslle:

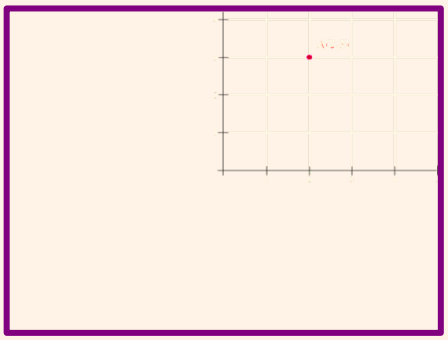
- **eixe de abscisas**, á recta horizontal X
- **eixe de ordenadas**, á recta vertical Y
- **orixe de coordenadas**, ao punto de corte dos eixes, represéntase por O
- **O punto P(x,y)** queda determinado no plano por un par de números **(x,y) chamados coordenadas cartesianas**



- **Puntos do cuadrante I**: a abscisa, x, e a ordenada, y, son da forma (+,+)
- **Puntos do cuadrante II**: a abscisa, x, e a ordenada, y, son da forma (-,+)
- **Puntos do cuadrante III**: a abscisa, x, e a ordenada, y, son da forma (-,-)
- **Puntos do cuadrante IV**: a abscisa, x, e a ordenada, y, son da forma (+,-)

Actividades resoltas

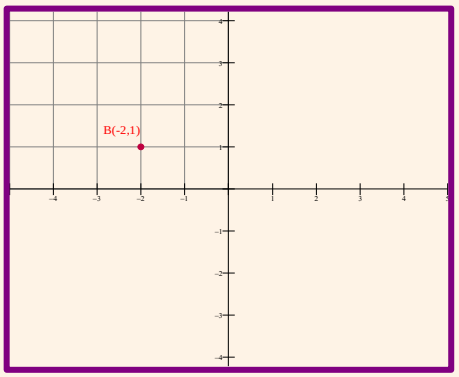
Represente nun sistema de eixes cartesianos o punto A(2,3).



Para representar o punto A(2,3), partimos da orixe de coordenadas O(0,0).

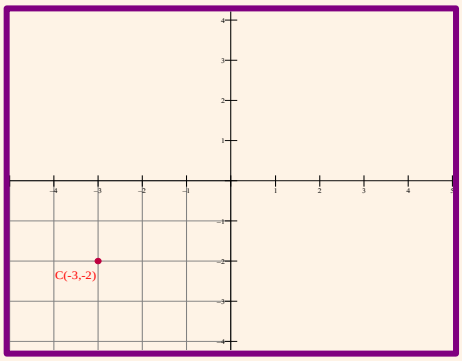
- A primeira coordenada é a abscisa x = 2, que é positiva; polo tanto desprazámonos dúas unidades á dereita. A partir deste punto imos desprazarnos cara a arriba ou cara a abaixo, dependendo do signo da segunda coordenada.
- A segunda coordenada é a ordenada y = 3, que tamén é positiva. Desprazámonos cara a arriba tres unidades.

Represente nun sistema de eixes cartesianos o punto B(-2,1).



- Para representar o punto B(-2,1), partimos da orixe de coordenadas O(0,0).
- A primeira coordenada é a abscisa x = -2, que é negativa; polo tanto desprazámonos dúas unidades á esquerda. A partir deste punto imos desprazarnos cara a arriba ou cara a abaixo, dependendo do signo da segunda coordenada.
- A segunda coordenada é a ordenada y = 1, que é positiva. Desprazámonos cara a arriba unha unidade.

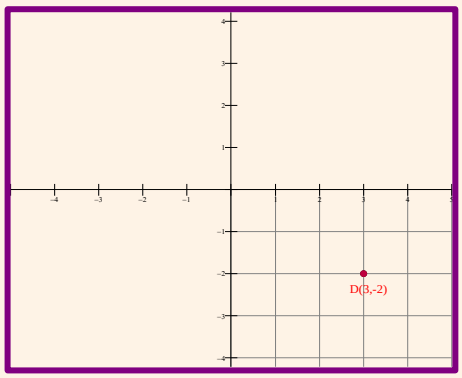
Represente nun sistema de eixes cartesianos o punto C(-3,-2).



Para representar o punto C(-3,-2), partimos da orixe de coordenadas O(0,0).

- A primeira coordenada é a abscisa x = -3, que é negativa; polo tanto desprazámonos tres unidades á esquerda. A partir deste punto imos desprazarnos cara a arriba ou cara a abaixo, dependendo do signo da segunda coordenada.
- A segunda coordenada é a ordenada y = -2, que é negativa. Desprazámonos cara a abaixo dúas unidades.

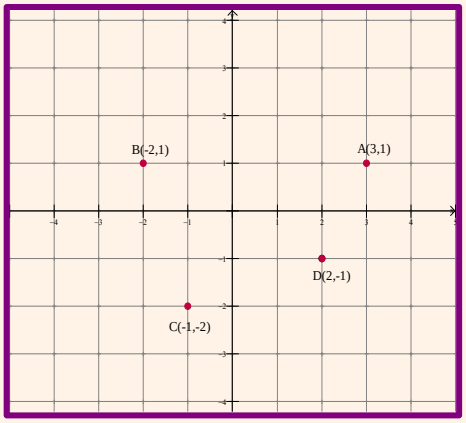
Represente nun sistema de eixes cartesianos o punto D(3,-2).



Para representar o punto D(3,-2), partimos da orixe de coordenadas O(0,0).

- A primeira coordenada é a abscisa x = 3, que é positiva; polo tanto desprazámonos tres unidades á dereita. A partir deste punto imos desprazarnos cara a arriba ou cara a abaixo, dependendo do signo da segunda coordenada.
- A segunda coordenada é a ordenada y = -2, que é negativa. Desprazámonos cara a abaixo dúas unidades.

Represente nun sistema de eixes cartesianos os puntos A(3,1), B(-2,1), C(-1,-2), D(2,-1).



Neste caso, temos os eixes debuxados cos catro cuadrantes, e imos representando os números segundo as súas coordenadas cartesianas.

- O procedemento sempre é o mesmo:

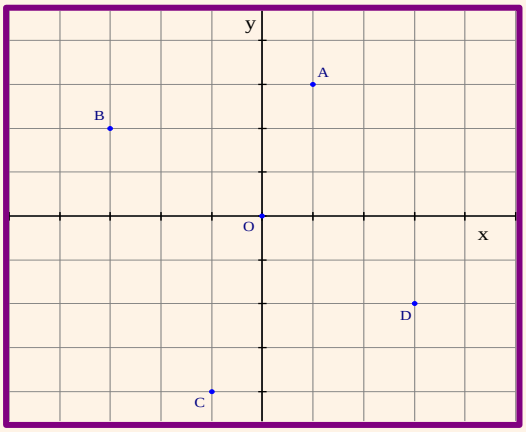
Primeiro, fixamos a abscisa, que é a primeira coordenada. Segundo sexa positiva ou negativa, teremos que desprazarnos á dereita ou á esquerda da orixe.

Segundo, unha vez fixada a abscisa, teremos que, a partir dela, desprazarnos cara a arriba se a ordenada é positiva ou cara a abaixo se a ordenada é negativa.

Actividades propostas

S1. Represente os puntos seguintes no plano e indique en que cuadrante se encontran: A(3,1), B(-2,1), C(-1,2), D(2,-1).

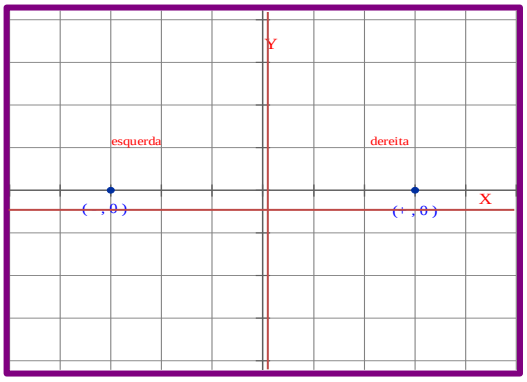
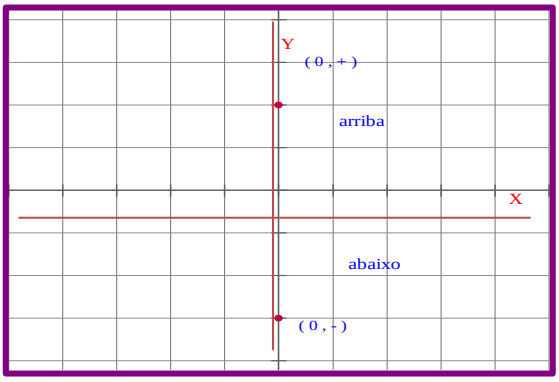
S2. Indique as coordenadas dos puntos seguintes:



As coordenadas dun punto veñen determinadas por un par de puntos (x,y), chamados coordenadas cartesianas.
Neste exercicio as coordenadas dos puntos serán:

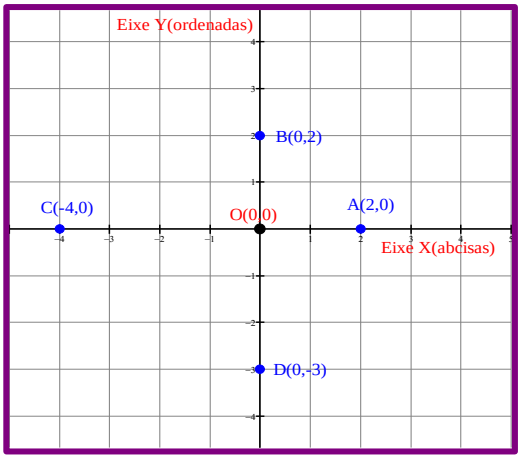
A (,)
B (,)
C (,)
D (,)
O (,), é a orixe de coordenadas

Puntos sobre os eixes de coordenadas

PUNTOS SITUADOS SOBRE O EIXE X Os puntos que están situados sobre o eixe de abscisas ou eixe X son da forma (x, 0); a súa ordenada é 0.	PUNTOS SITUADOS SOBRE O EIXE Y Os puntos que están situados sobre o eixe de ordenadas ou eixe Y son da forma (0, y); a súa abscisa é 0.
	

Actividades resoltas

Represente nun sistema de eixes cartesianos os puntos A(2,0), B(0,2), C(-4,0), D(0,-3).



Partindo da orixe de coordenadas O(0,0):

a) A(2,0). Desprazámonos dúas unidades á dereita, x = 2. A ordenada é cero, y = 0. O punto A sitúase no eixe de abscisas.

B(0,2). A abscisa é cero, x = 0. Desprazámonos dúas unidades cara a arriba, y = 2. O punto B sitúase no eixe de ordenadas.

b) C(-4,0). Desprazámonos catro unidades á esquerda, x = -4. A ordenada é cero, y = 0. O punto C sitúase no eixe de abscisas.

c) D(0,-3). A abscisa é cero, x = 0. Desprazámonos tres unidades cara a abaixo, y = -3. O punto D sitúase no eixe de ordenadas.

S3. Indique sobre que eixe se encontran os puntos seguintes: A(0,3), B(-2,0), C(0,-1), D(-6,0).

S4. Represente os puntos seguintes no plano: A(-1,0), B(5,0), C(0,6), D(0,-4).

2.1.3 Puntos e gráficas no plano

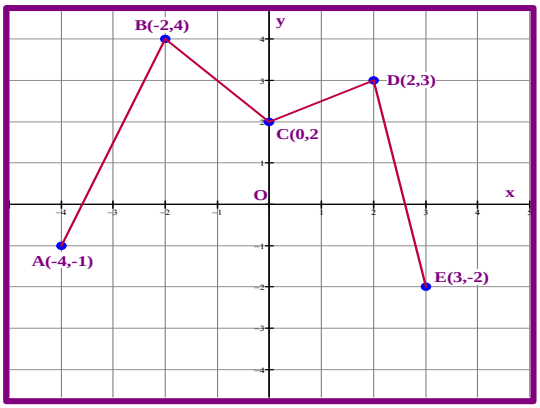
Un punto, como vimos no apartado anterior, queda definido no plano por dous números ordenados (x,y).

- O primeiro número corresponde ao eixe de abscisas ou eixe horizontal.
- O segundo número corresponde ao eixe de ordenadas ou eixe vertical.

Unha gráfica é a representación dun conxunto de puntos sobre os eixes de coordenadas. Moitas veces estes puntos pódense unir mediante unha liña. As gráficas describen relacións entre dúas variables.

Actividades resoltas

Represente nun sistema de eixes cartesianos os puntos A(-4,-1), B(-2,4), C(0,2), D(2,3), E(3,-2). Despois una os puntos cunha liña poligonal segundo a orde dada.



Partindo da orixe de coordenadas O(0,0):

Primeiro:

Representamos cada punto no sistema de coordenadas cartesianas.

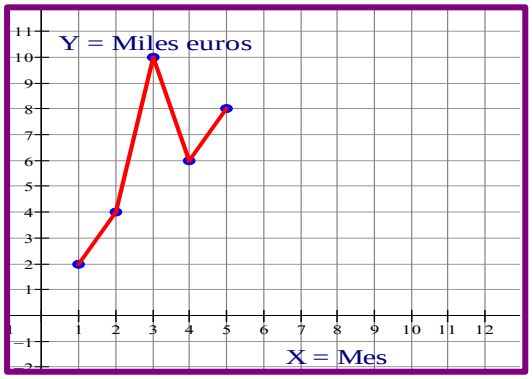
Segundo:

Unha vez que temos situados os puntos no plano, e seguindo a orde, imos unindo mediante segmentos todos os puntos:

A$\longrightarrow \boldsymbol{B} \longrightarrow \boldsymbol{C} \longrightarrow \boldsymbol{D} \longrightarrow \boldsymbol{E}$, desta forma obtemos una liña poligonal que representa no plano a figura ou gráfica.

Actividades propostas

S5. A gráfica seguinte móstranos a evolución dos beneficios nunha pequena empresa nos seus cinco primeiros meses de funcionamento. Observando a gráfica, responda as preguntas seguintes:



a) En que mes houbo máis beneficios. A canto ascenderon ?

b) En que mes houbo menos beneficios? A canto ascenderon?

c) En que mes descenderon os beneficios?

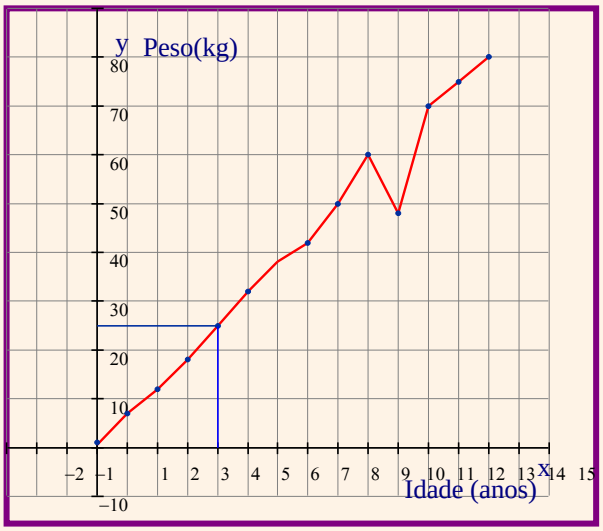
d) Cal é a variable independente?

e) Cal é a variable dependente?

As gráficas describen relacións entre dúas variables

- Ás variables que se representan no eixe horizontal ou eixe de abscisas chamámoslle "**variable x**" ou "**variable independente**".
- Ás variables que representamos no eixe vertical ou eixe de ordenadas chamámoslle "**variable y**" ou "**variable dependente**".
- Para **interpretarmos una gráfica**, temos que mirala de esquerda a dereita e así imos observando como cambia a **variable dependente**, **y**, a medida que aumenta a **variable independente**, **x**.

Exemplo: Nesta gráfica foise anotando o peso en kg dun rapaz durante 13 anos.



Responder as preguntas seguintes:

1. Canto pesaba o rapaz aos catro anos?

Fixámonos na abscisa no punto que corresponde aos 4 anos e subimos ata a gráfica para ver que ordenada lle corresponde. Será 25 kg.

2. Entre que valores estaba o seu peso aos 6 anos?

Fixámonos na abscisa no punto que corresponde aos 6 anos e subimos ata a gráfica e no punto da gráfica miramos a ordenada que corresponde. Será entre 35 e 40 kg.

3. Entre que período de tempo adelgazou?

Miramos na gráfica se nalgún momento descende ou decrece. E vemos que decrece entre os 9 e 10 anos.

2.1.4 Características das gráficas

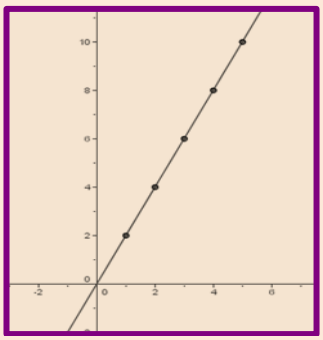
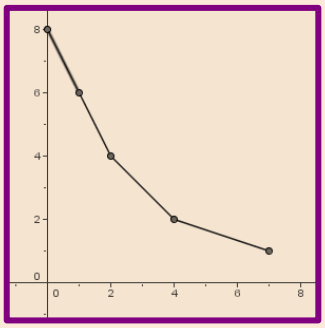
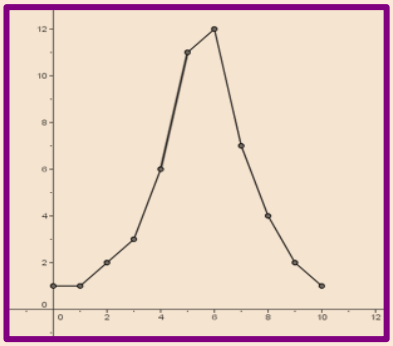
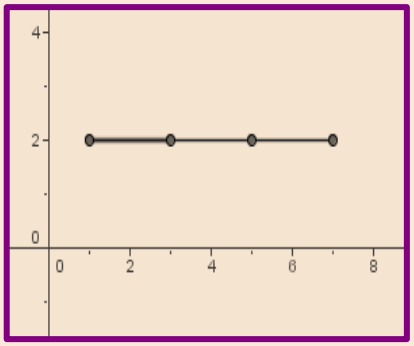
Unha gráfica é a representación nos eixes de coordenadas dos pares (x,y), ordenados dunha táboa. É dicir, cando nos eixes de coordenadas se representan varios puntos, obtense unha gráfica. As gráficas describen as relacións entre dúas variables.

A variable que se representa no eixe horizontal chámase **variable independente** ou variable "**x**".

A variable que se representa no eixe vertical chámase **variable dependente** ou variable "**y**".

A variable "y" está en función da variable "x". Podemos usar indistintamente a notación "y" ou f(x) para referirnos á variable dependente ⇒ $\boxed{y = f(x)}$

Unha vez que debuxamos a gráfica, podemos estudala, analizala e extraer conclusións. Para interpretala, temos que observala de esquerda a dereita e ir vendo como cambia a variable dependente, $\boxed{y = f(x)}$, ao aumentar a variable dependente " x".

Gráfica crecente. Unha gráfica é crecente se ao aumentar a variable independente x, aumenta tamén a outra variable dependente y = f(x).	Gráfica decrecente Unha gráfica é decrecente se ao aumentar a variable independente x, diminúe a outra variable dependente y = f(x).
	
Gráfica con parte crecente e decrecente Unha gráfica pode ter á vez partes crecentes e partes decrecentes.	Gráfica constante Unha gráfica é constante se ao variar a variable independente x, a outra variable dependente y = f(x) permanece invariable
	

2.2 Funcións

2.2.1 Concepto de función. Crecemento e decrecemento. Máximos e mínimos dunha función

Unha función é unha relación entre dúas magnitudes, de tal modo que a cada valor da primeira magnitude no conxunto inicial lle corresponde un único valor, e só un, da outra magnitude no conxunto final ou conxunto imaxe.

Se temos dous conxuntos X e Y e a cada elemento de X lle asociamos outro, **pero só un** de Y, isto é o que imos chamar función.

X é a variable independente e Y a variable dependente (O valor de Y é función do que valla X).

$f: X \longrightarrow Y$ denotará a función que vai dende X cara a Y

Exemplo: sexa a función:

$$\begin{aligned} f: X &\longrightarrow Y \\ x &\longrightarrow 3.x \end{aligned}$$

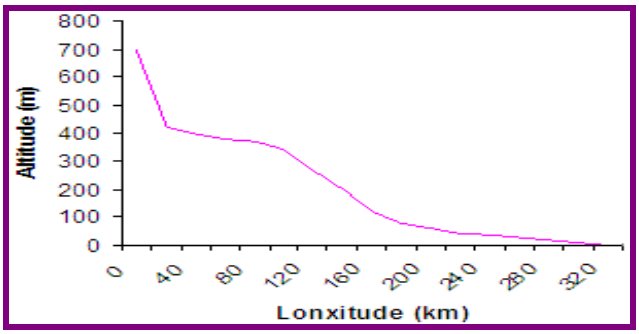
Exemplo: as imaxes dos números -2, -1, 0, 1 e 2 serán as seguintes:

$f(x) = 3x$	$y = 3x$		
$f(-2) = 3 \cdot (-2) = -6$	$y = 3 \cdot (-2) = -6$		
$f(-1) = 3 \cdot (-1) = -3$	$y = 3 \cdot (-1) = -3$	$\Longrightarrow$	
$f(0) = 3 \cdot 0 = 0$	$y = 3 \cdot 0 = 0$		
$f(1) = 3 \cdot 1 = 3$	$y = 3 \cdot 1 = 3$		
$f(2) = 3 \cdot 2 = 6$	$y = 3 \cdot 2 = 6$		

x	y
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

Cando se cumpre que se *a* ≤ *b*, daquela a imaxe de *a* ≤ imaxe de *b*, a función dirase que é crecente; noutro caso diremos que é decrecente. Enténdese que f(a) e f(b) son as imaxes de *a* e de *b* respectivamente. Notemos tamén que tanto f(a) como f(b) son elementos do conxunto Y, pois f leva os elementos de X en elementos de Y.

Por outra banda, cando se cumpre que f(a) é o maior dos elementos de imaxe, diremos que a función ten un máximo en *a*. Pola contra, se fose o menor valor dos da imaxe, diremos que a función ten en *a* un mínimo.



Podemos observar nesta gráfica que no Km 320 ten un mínimo, e ademais trátase dunha función decrecente.

Actividades resoltas

Determine cales destas relacións é función. Razóeo.

a) Asocie a medida do lado dun cadrado coa súa área.

Lado (cm)	1	2	3	4	5
Área (cm^2)	1	4	9	16	25

Neste caso podemos dicir que a relación entre a variable independente do lado dun cadrado e a súa área, que sería a variable dependente, é unha función, pois cada medida dun lado determina sempre unha área e esta é única.

b) Asocie a cada mes do ano o seu número de días.

Mes	Xan	Feb	Mar	Abr	Maio	Xuño	Xullo	Agos	Set	Out	Nov	Dec
Nº días	31	28 ou 29	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

Neste caso a relación entre o mes e o número de días non é unha función, porque á parte de que a variable mes non é numérica, ao mes de febreiro pódenselle asociar dous valores dependendo se o ano é bisesto ou non.

Unha función pode vir definida mediante unha fórmula, unha táboa de valores ou unha gráfica.

2.2.2 Función definida mediante unha fórmula ou expresión xeral

Os pares de coordenadas dunha función **(x,y)** corresponden aos valores das magnitudes que queremos relacionar. Como esas **magnitudes toman valores distintos**, é dicir, varían, **chamarémoslle variables**, e poden ser:

- **Variable independente**, representada pola letra **x**: corresponde aos valores da primeira magnitude pertencentes ao conxunto inicial. O valor desta magnitude fíxase previamente.
- **Variable dependente,** representada pola letra **y**: corresponde aos valores da segunda magnitude pertencentes ao conxunto final. O valor desta magnitude depende da variable independente **x.**

Podemos escribir a relación entre ambas as magnitudes **(x,y)** cunha expresión alxébrica ou fórmula. (Recorde que unha expresión alxébrica non é máis ca un conxunto de números e letras unidos mediante operacións aritméticas).

Exemplos de expresións alxébricas.

Enunciado	Expresión alxébrica
O triplo dun número	$3x$
A metade dun número	$\frac{x}{2}$
O cadrado dun número	x^2
O cadrado dun número máis dúas unidades	$x^2 + 2$

A expresión xeral dunha función ou ecuación dunha función é:

$$\boxed{y = f(x)}$$

Esta expresión xeral dunha función quere dicir que a cada valor da ***variable independente* x *lle corresponde <u>un único valor</u> da variable dependente* y**.

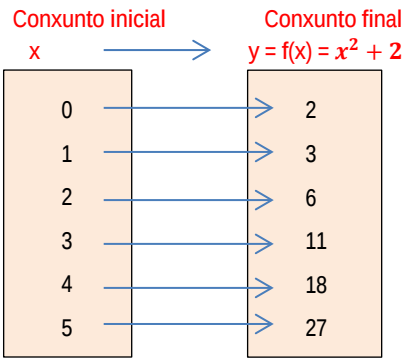
Actividades resoltas

Dado o conxunto inicial $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$:

a) Asocie a cada número do conxunto inicial o seu cadrado máis dúas unidades e obteña o conxunto final.

b) Comprobe se é unha función e encontre a fórmula que a define.

a) Representamos os conxuntos asociando a cada elemento do conxunto inicial o seu cadrado máis dúas unidades para formar o conxunto final:



b) Efectivamente é una función pois a cada elemento do conxunto inicial asócialle **un e só un elemento** no conxunto final.

O que é o mesmo que a cada valor da variable independente x lle corresponde un único valor da variable dependente y = f(x).

A fórmula ou expresión que define esta función é a seguinte:

y = f(x) = $x^2 + 2$

Por exemplo, calculamos o valor da función cando x = 3

x = 3 ⇒ y = f(x) = $\boldsymbol{x^2 + 2}$ = $3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

Actividades propostas

S6. Dado o conxunto inicial $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$:

a) Asocie a cada número o seu triplo máis un.

b) Comprobe se é unha función e encontre a fórmula que a define.

2.2.3 Función definida mediante unha táboa de valores

Unha táboa non é outra cousa que unha expresión en forma ordenada dos valores adoptados por varias magnitudes.

Para cada par de valores (x,y), o valor *y* depende do valor que tome *x*; por iso, ambos se denominan variables, porque toman valores distintos.

A partir da fórmula pódese construír unha táboa de valores da función f(x).

Actividades resoltas

Obteña tres puntos da función $y = 6x - 3$

Para cada valor numérico de *x*, obtemos outro de *y*, que está en función do primeiro, mediante a relación de multiplicar por seis e ao resultado restarlle 3 unidades.	Obtemos os tres puntos da función representados polos pares (x,y) nesta táboa de valores:
$\mathbf{y = f(x) = 6x - 3}$ $\mathbf{f(-1) = 6 \cdot (-1) - 3 = -6 - 3 = -9}$ $\mathbf{f(0) = 6 \cdot (0) - 3 = 0 - 3 = -3}$ $\mathbf{f(1) = 6 \cdot (1) - 3 = 6 - 3 = 3}$	x: -1, y: -9 x: 0, y: -3 x: 1, y: 3

Indique a cal das seguintes funcións pertence o punto (1,10):

a) $y = 4x - 3$, b) $y = 5x + 5$, $c)$ $y = 6x - 3$

No punto (1,10), a variable independente toma o valor de $x = 1$, e a variable dependente toma o valor de $y = 10$. Por tanto, temos que comprobar que función cumpren eses valores.

x	y = f(x)	y = f(1)	(x,y)
1	$\mathbf{4x - 3}$	$\mathbf{4x - 3 = 4 \cdot 1 - 3 = 1}$	(1,1)
1	$\mathbf{5x + 5}$	$\mathbf{5x + 5 = 5 \cdot 1 + 5 = 10}$	(1,10)
1	$\mathbf{6x - 3}$	$\mathbf{6x - 3 = 6 \cdot 1 - 3 = 3}$	(1,3)

No caso a) $y = 4x - 3$ a función pasa polo punto (1,1).

No caso b) $y = 5x + 5$ a función pasa polo punto (1,10). Polo tanto o punto (1,10) pertence a esta función.

No caso c) $y = 6x - 3$ a función pasa polo punto (1,3).

Actividades propostas

S7. Indique a cal destas funcións pertence o punto $A(-1,3)$:

a) $y = f(x) = x^3 - 3$

b) $y = f(x) = x - 4$

c) $y = f(x) = -2x^2 + 5$

d) $y = f(x) = 2x + 3$

S8. Indique a cal destas funcións pertence o punto $B(2,-3)$:

a) $y = f(x) = x^3 - 5$

b) $y = f(x) = 3x - 9$

c) $y = f(x) = -2x^2 + 5$

d) $y = f(x) = 2x + 3$

2.2.4 Función definida mediante unha gráfica

A gráfica dunha función é a representación do conxunto de puntos que define esa función. Coa representación gráfica da función podemos obter información da relación entre as súas dúas variables.

É moi importante observar se ten sentido ou non unir os puntos obtidos. Poderanse unir sempre que a magnitude para pasar dun valor representado na gráfica a outro poida tomar todos os valores intermedios. En caso contrario non se poden unir.

Actividades resoltas

Na táboa seguinte danse os valores correspondentes a distintas masas colgadas dun resorte e os alongamentos que produce neste.

Masa (g)	10	20	30	40	50
Alongamento (cm)	2	4	6	9	14

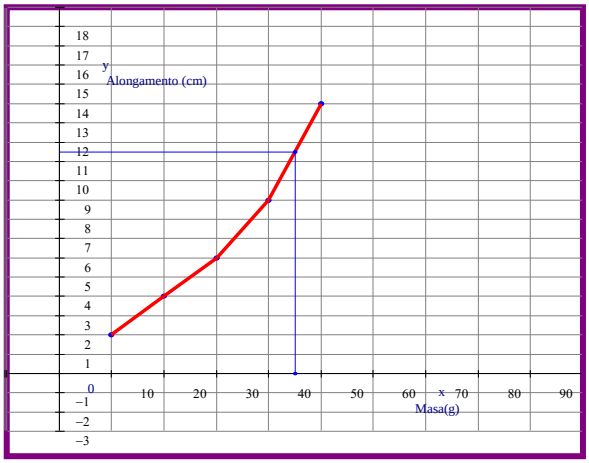
a) Represente no plano os valores da táboa.

b) Ten sentido unir os puntos? Por que?

Si ten sentido unir os puntos, xa que existen valores intermedios na masa e polo tanto existirán tamén no alongamento do resorte.

c) Estime, utilizando a gráfica, o alongamento do resorte se colga unha masa de 45 gramos.

Como se ve na gráfica, á abscisa x = 45 g correspóndelle a ordenada y = 11,5 cm.



No exercicio seguinte, consideremos como abscisas os números naturais do 1 ao 6 e asignémoslles como ordenadas o dobre do dito número menos unha unidade.

a) Escriba a fórmula que lle corresponde á expresión anterior da táboa e, a partir dela, constrúa unha táboa de valores:

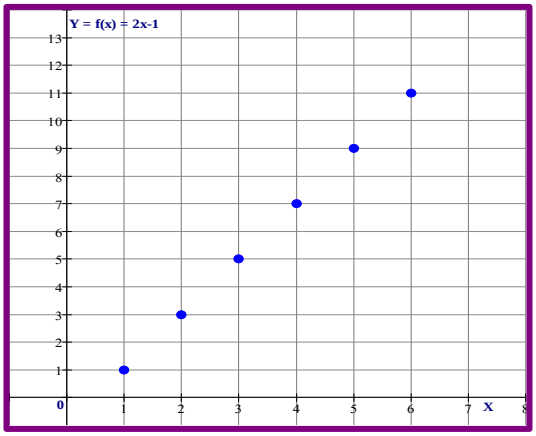
$$y = f(x) = 2x - 1$$

b) Debuxe a gráfica correspondente.

c) Ten sentido unir os puntos? Por que?

X	1	2	3	4	5	6
Y	1	3	5	7	9	11

Non ten sentido, neste caso, unir os puntos xa que a relación entre as dúas variables só é entre números naturais. Polo tanto non existen valores intermedios ao non estaren contemplados nesta relación os números decimais.



Actividades propostas

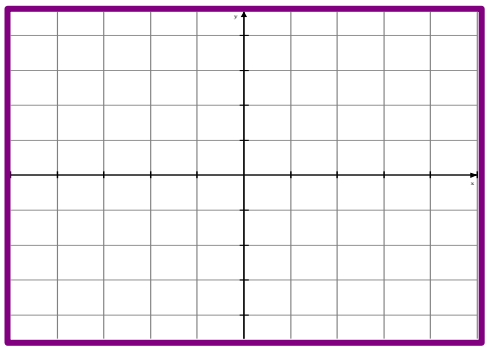
S9. Nun rectángulo de lados (x) e (x+1) a área vén dada pola fórmula *y = x · (x + 1).*

a) Elabore unha táboa de valores.Teña en conta que *x* só pode tomar valores positivos, pois non ten sentido unha lonxitude negativa.

$$y = f(x) = x \cdot (x + 1)$$

x				
y = x · (x + 1)				

b) Debuxe a gráfica correspondente.
c) Ten sentido unir os puntos? Por qué?



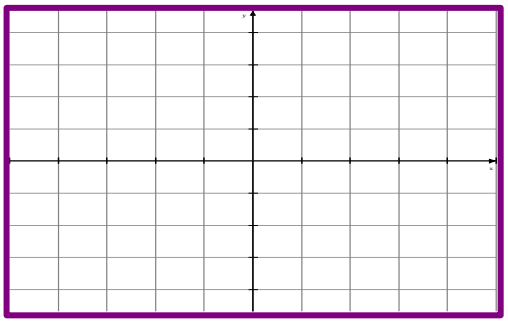
S10. A seguinte táboa de valores conseguiuse medindo o volume e a masa de cinco mostras de granito atopadas nunha montaña.

a) Represente no plano os valores da táboa.

Volume (cm^3)	200	250	300	400	1000
Masa (g)	500	625	750	1000	2500

b) Una, se ten sentido, os puntos na orde en que están escritos. Que liña se obtén?

c) Estime a masa doutra mostra de 800 cm^3 da mesma rocha a través da gráfica.

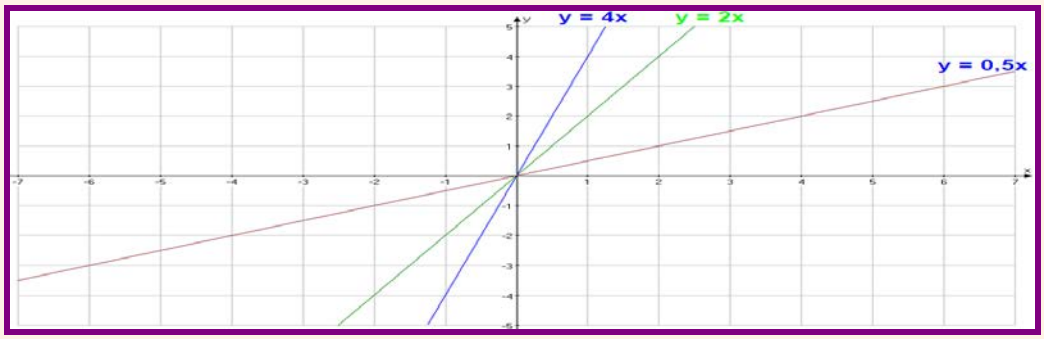


2.2.5 Exemplos de funcións

Funcións lineais ou de proporcionalidade directa. [$y = mx$]

As funcións que teñen como **representación** gráfica **unha recta que pasa pola orixe de coordenadas** reciben o nome de *funcións lineais*. Teñen todas a forma **y = mx**, onde *x* é a variable independente, *y* é a variable dependente e ***m*** (o coeficiente de *x*) é unha constante, ten sempre o mesmo valor e chámase **pendente.**

As funcións ***y = 4x*, *y = 2x*, *y = 0,5x*... son todas funcións lineais**, **xa que a súa representación gráfica é unha recta que pasa pola orixe de coordenadas**. **O coeficiente de *x* é o responsable da inclinación da recta e por iso recibe o nome de *pendente*.** Canto maior sexa o seu valor, maior ha ser a inclinación da recta.



Dicimos que as **funcións lineais son de proporcionalidade directa** porque as magnitudes representadas polas súas variables independente e dependente son directamente proporcionais.

Dúas magnitudes son directamente proporcionais se se obtén unha multiplicando a outra por un número. As magnitudes de prezo e peso referidas a un produto como o azucre son directamente proporcionais. Supoñamos que 1 kg de azucre custa 1,25 euros. Se representamos por *x* o prezo de 1 kg e por *y* o custo total, a función *y = 1,25x* é a función asociada a esa proporcionalidade e podemos construír a táboa de valores e a representación gráfica da función.

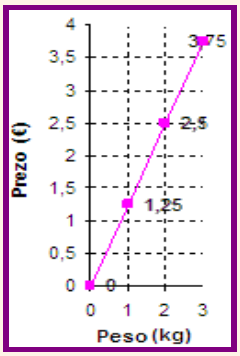
Fórmula

y = 1,25x
y = 1,25 · 0 = 0
y = 1,25 · 1 = 1,25
y = 1,25 · 2 = 2,50
y = 1,25 · 3 = 3,75

Táboa de valores

Peso (kg)	Prezo (€)
0	1,25
1	1,25
2	2,50
3	3,75

Gráfica



Actividades resoltas

Represente a función lineal ou de proporcionalidade directa dada pola ecuación $y = 5x$, definida nos números reais. Indique cal é o valor da pendente.

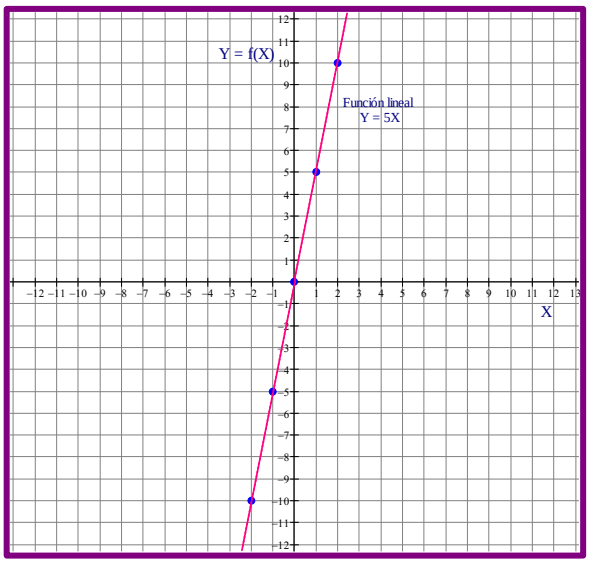
a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y.

b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas.

x	-2	-1	0	1	2
f(x)= $\mathbf{y = 5x}$	-10	-5	0	5	10

Unha vez colocados os puntos, temos que mirar se ten sentido unilos. Neste caso si ten sentido, pois existen entre dous valores de *x* todos os valores intermedios. Unimos os puntos e obtemos a gráfica.

c) A pendente da gráfica é o coeficiente do *x*; por tanto: Pendente =5.



Actividades propostas

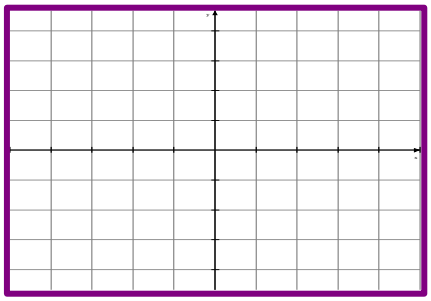
S11. Represente a función lineal ou de proporcionalidade directa dada pola ecuación $y = -3x$. Cal é a súa pendente?

a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y.

x	0	1	2	-1	-2
y = -3x					

b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas.

c) Pendente =

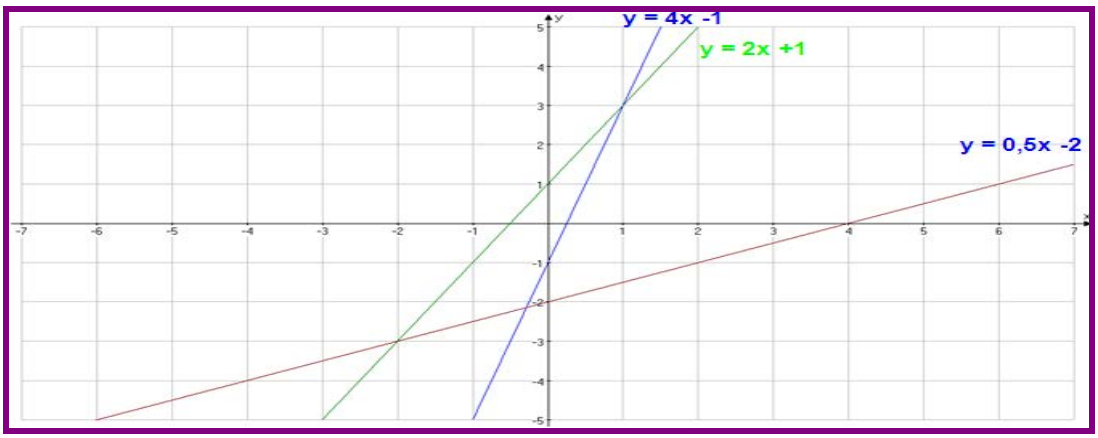


Funcións afíns [$y = mx + b$]

As funcións que teñen como representación gráfica **unha recta que non pasa pola orixe** de coordenadas reciben o nome de ***funcións afíns.***

Teñen todas a forma **y = mx + b**, onde *x* é a variable independente, *y* é a variable dependente, ***m*** (o coeficiente de *x*) é unha constante chamada **pendente** e ***b*** é tamén unha constante que **indica o valor da ordenada cando *x* = *0***. É por iso que **se chama ordenada na orixe.**

As funcións y = 4x – 1, y = 2x + 1, y = 0,5x – 2... son todas afíns, xa que a súa representación gráfica é unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas.

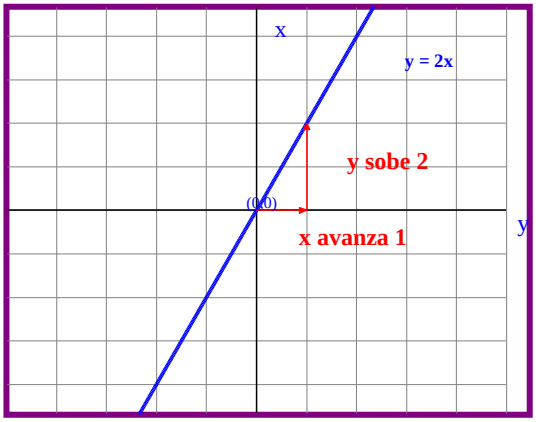
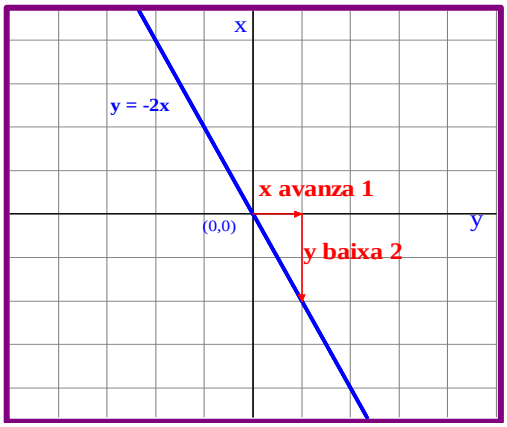


Pendente da recta

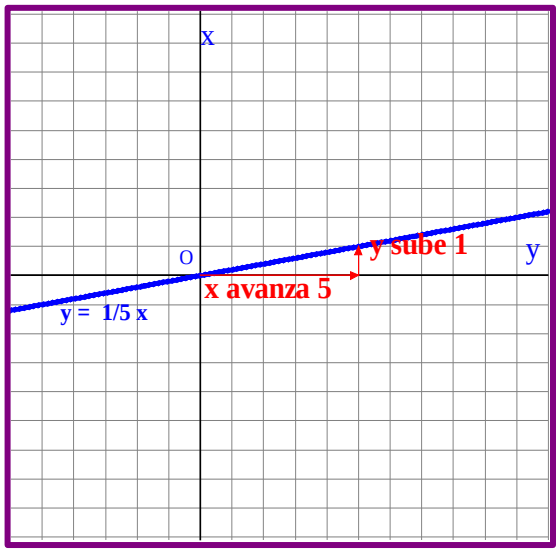
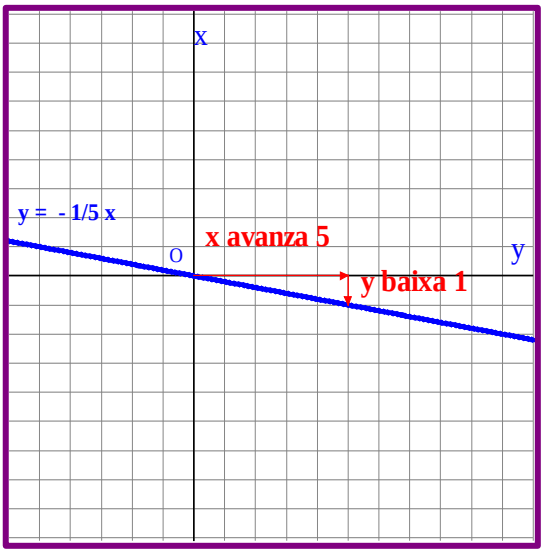
Tanto na función lineal, [$y = mx$], coma na función afín, [$y = mx + b$], xa vimos que a súa representación gráfica é unha recta. Na función lineal a recta pasa sempre pola orixe (0,0). E nas funcións afíns a recta pasa pola ordenada na orixe (0,b).

En ambas as funcións o m é o que se coñece como PENDENTE DA RECTA.

A pendente m indícanos a inclinación que ten a recta, é dicir, o seu crecemento.

Pendente $\mathbf{m}$ positiva [$\mathbf{y = 2x}$]	Pendente $\mathbf{m}$ negativa [$\mathbf{y = -2x}$]
	
Neste caso a pendente $\mathbf{m = 2}$, pendente positiva. Quere dicir que cando a abscisa, *x*, avanza unha unidade, a ordenada, *y*, sobe dúas unidades como se pode apreciar na gráfica.	Neste caso a pendente $\mathbf{m = -2}$, pendente negativa. Quere dicir que cando a abscisa, *x*, avanza unha unidade, a ordenada, *y*, baixa dúas unidades como se pode apreciar na gráfica.

Canto maior sexa o valor absoluto de $\mathbf{m}$, maior será crecemento ou decrecemento. Dito doutra forma: canto maior sexa o valor absoluto da pendente, maior será a inclinación da recta.

Nestas gráficas vemos como o valor absoluto da pendente é baixo: $\mathrm{m} = \frac{1}{5}$; polo tanto, obtéñense unhas rectas con pouca inclinación, é dicir, pouca pendente. Aquí vemos que, cando *x* avanza 5, o *y* sobe 1 se a gráfica é crecente ou baixa 1 se a gráfica é decrecente. É decrecente.

Actividades resoltas

Represente a función afín dada pola ecuación $y = 3x + 2$, definida nos números reais. Indique cal é o valor da pendente e cal é o valor da ordenada na orixe.

a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y.

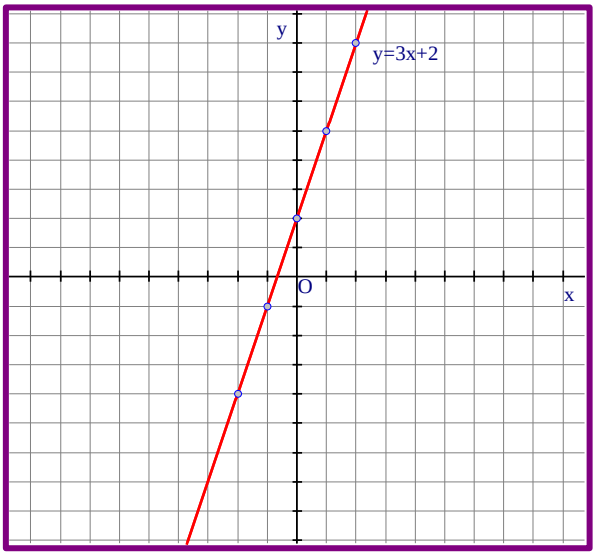
x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 3x + 2$	-4	-1	2	5	8

b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas.

Unha vez colocados os puntos, temos que ver se ten sentido unilos. Neste caso si ten sentido, pois existen entre dous valores de *x* todos os valores intermedios. Unimos os puntos e obtemos a gráfica.

c) A pendente da gráfica é o coeficiente do x; por tanto: Pendente = 5.

A ordenada na orixe é o valor de *y* cando x = 0. Neste caso cando x = 0 ⇒ y = 2.



Actividades propostas

S12. Represente a función afín dada pola ecuación $y = -3x - 2$. Cal é a súa pendente e cal a súa ordenada na orixe?

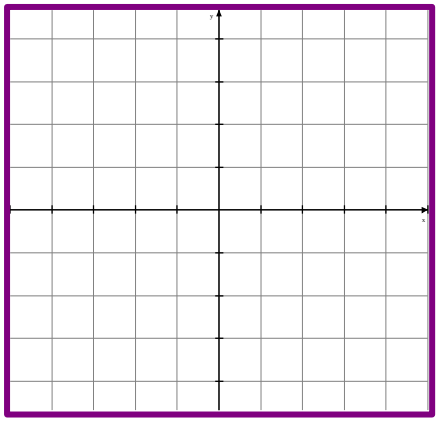
a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y:

x	0	1	2	-1	-2
y = -3x-2					

b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas e debuxamos a recta.

c) Pendente = ☐

Ordenada na orixe = ☐



Funcións constantes [$y = b$]

Se na ecuación $y = mx + b$, a pendente é cero, é dicir, m = 0, dicimos que a función é constante, *e a súa gráfica é unha recta paralela ao eixe de abscisas que pasa polo punto* (0,b).

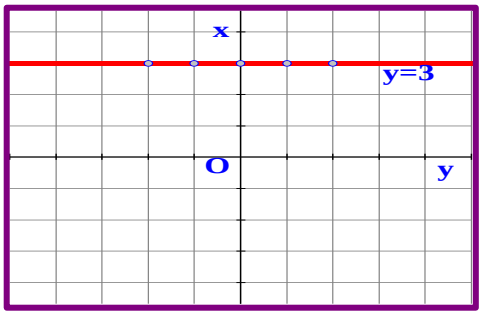
Chámase función constante porque o valor de *y* sempre é o mesmo.

No exemplo seguinte, representaremos a función $y = 3$

Como vemos, valla o que valla a variable independente, *x*, a variable dependente, *y*, sempre vai valer 3.

A táboa de valores é moi sinxela:

x	-2	-1	0	1	2
y = 3	3	3	3	3	3

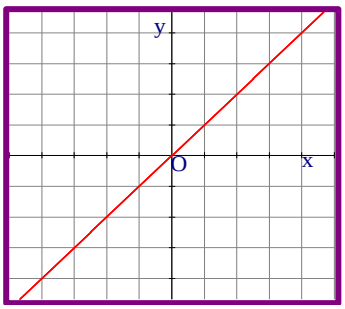


Tamén existen ecuacións da forma $x = 3$, que son rectas paralelas ao eixe *y*, **pero non son funcións**, porque para un valor de *x* hai infinitos valores de *y*. Para que fose función, para un valor de x, neste caso 3, tíñalle que corresponder un e só un valor de *y*.

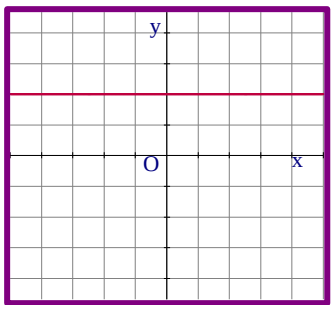
Recordemos o concepto de función: Unha función é unha relación entre dúas magnitudes, de tal modo que a cada valor da primeira magnitude no conxunto inicial lle corresponde **un único valor, e só un**, da outra magnitude no conxunto final ou conxunto imaxe.

Actividades propostas

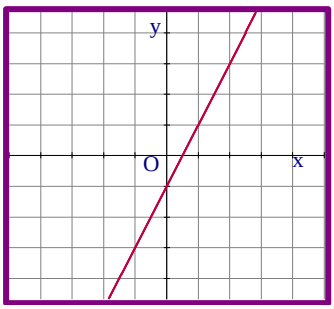
S13. Escriba debaixo de cada gráfica a que función corresponde. Indique se é lineal, afín ou constante: y = -3x + 4, y = x, y = 2, y = 2x - 1, y = -3x, y = -3



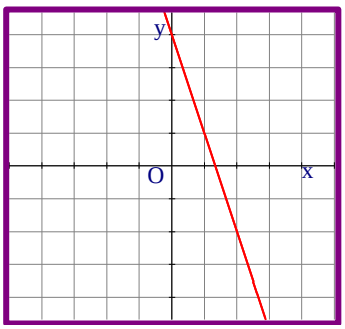
y =



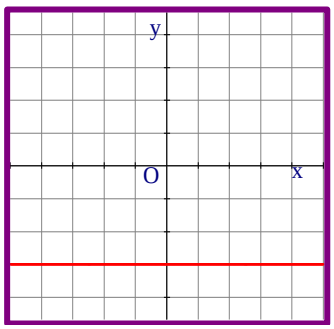
y =



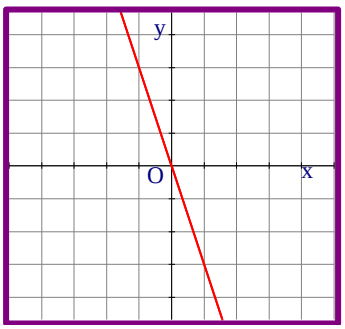
y =



y =



y =

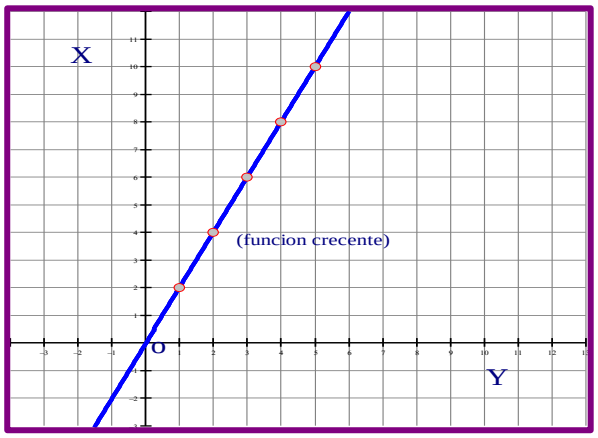
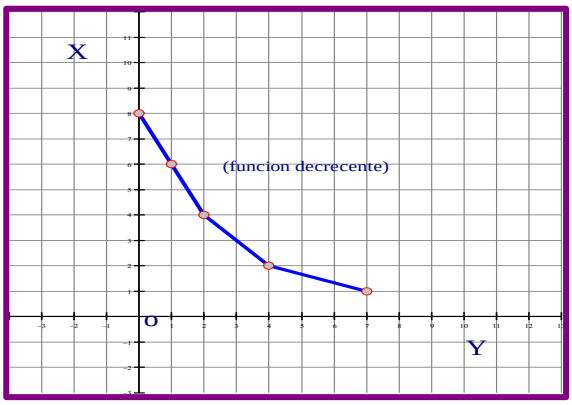
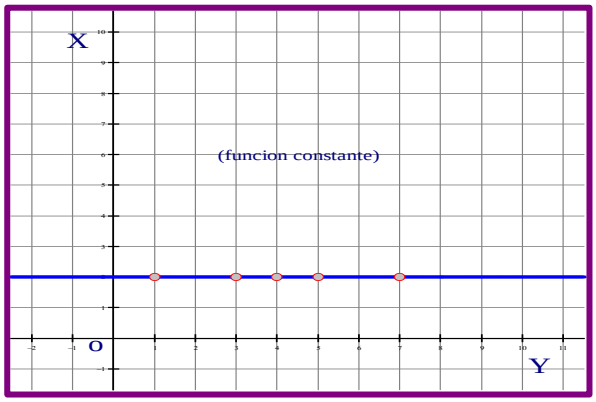


y =

2.2.6 Estudo gráfico das funcións

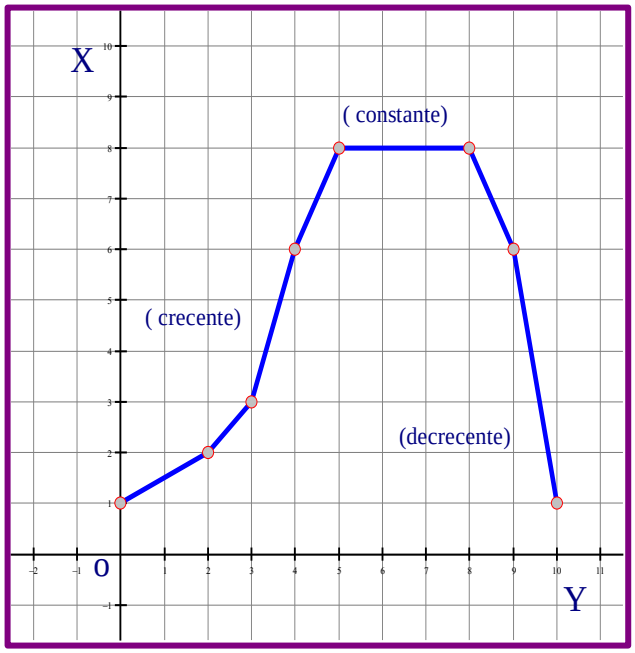
O estudo gráfico das funcións pon de manifesto unha serie de propiedades destas que poden ser, en determinados momentos, de grande interese e utilidade.

Graficamente as funcións analízanse de esquerda a dereita. Así temos:

	FUNCIÓN CRECENTE Unha gráfica é crecente nun tramo se ao crecer a variable independente, *x*, tamén crece a variable dependente, *y*. Por exemplo, nesta gráfica vemos que cando x = 2, a variable y = 4. Se x = 3, vemos que para ese valor y = 6 Se x = 5, vemos que y = 10 $\boldsymbol{x\ aumenta \Rightarrow y\ aumenta}$. Nos tramos que se cumpra, a función é crecente.
	FUNCIÓN DECRECENTE Unha gráfica é decrecente nun tramo se ao crecer a variable independente, *x*, a variable dependente, y, decrece. Por exemplo, nesta gráfica vemos que cando x = 2, a variable y=4. Se x = 4, vemos que para ese valor y = 2 $\boldsymbol{x\ aumenta \Rightarrow y\ diminúe}$. Nos tramos que se cumpra, a función é decrecente.
	FUNCIÓN CONSTANTE Unha gráfica é constante nun tramo se ao crecer a variable independente, *x*, a variable dependente, *y*, mantén o mesmo valor. Por exemplo, nesta gráfica vemos que cando x = 1, a variable y = 2. Se x = 7, vemos que para ese valor y = 2 $\boldsymbol{x\ aumenta}$ $\boldsymbol{\Rightarrow y\ permanece\ constante}$. Nos tramos que se cumpra, a función é constante.

Actividades resoltas

Na gráfica seguinte analice en que tramos a función é crecente, decrecente e constante:



As gráficas analízanse de esquerda a dereita.

Nesta gráfica distinguimos tres tramos ou intervalos da variable independente *x*, que van determinar distinto comportamento na variable dependente *y*.

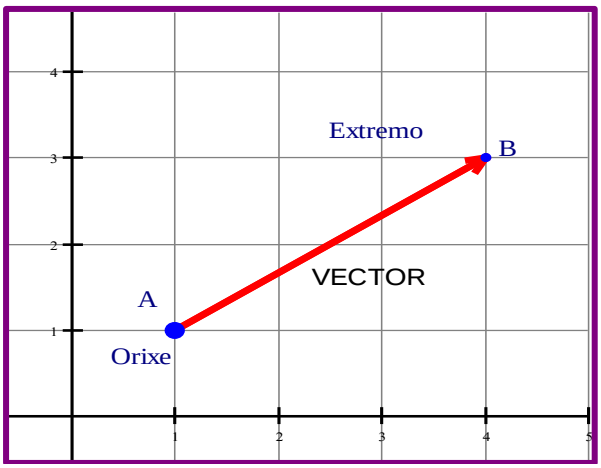
1. Tramo ou intervalo $(\mathbf{0 \leq x \leq 5})$. Neste intervalo a función é crecente xa que ao aumentar a variable *x*, tamén aumenta *y*.

2. Tramo ou intervalo $(\mathbf{5 \leq x \leq 8})$. Neste intervalo a función é constante xa que ao aumentar a variable *x*, *y* permanece constante.

3. Tramo ou intervalo $(\mathbf{8 \leq x \leq 10})$. Neste intervalo a función é decrecente xa que ao aumentar a variable *x*, diminúe *y*.

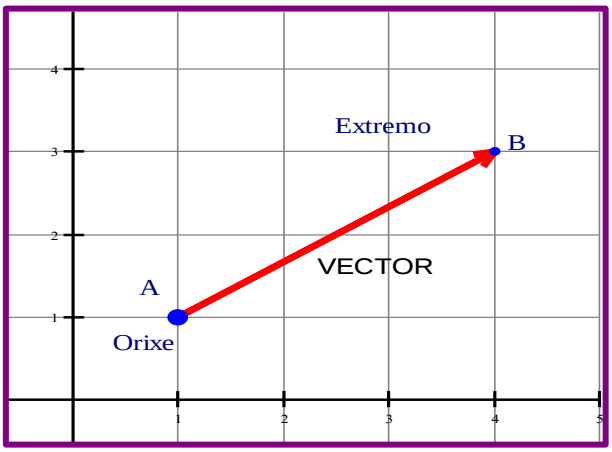
2.3 Vectores

2.3.1 Vector



Un vector $\overrightarrow{AB}$, é un segmento que vai do punto A chamado orixe a un punto B chamado extremo.

2.3.2 Módulo do vector

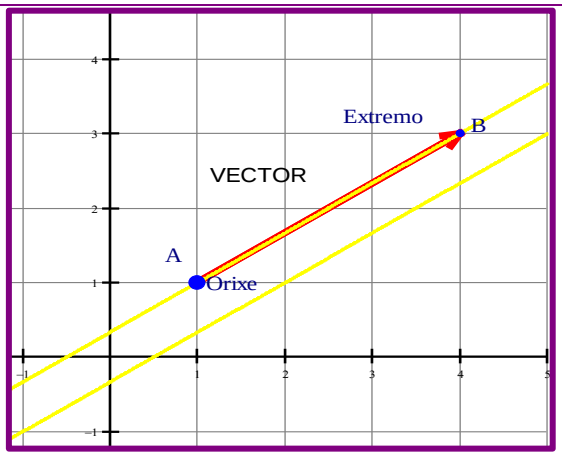


O módulo do vector $\overrightarrow{AB}$ é a lonxitude do segmento que vai do punto A chamado orixe a un punto B chamado extremo.
O módulo do segmento $\overrightarrow{AB}, represéntase\ por\ |\overrightarrow{AB}|$.

$$|\overrightarrow{AB}| = Módulo\ de\ \overrightarrow{AB}$$

O módulo dun vector é un número sempre positivo ou cero.

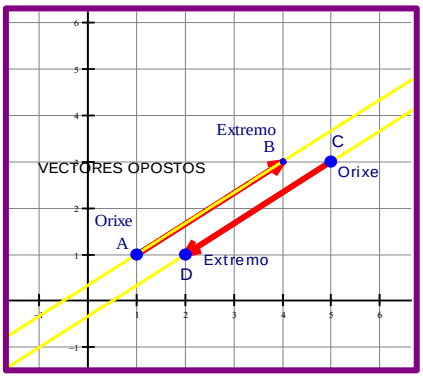
2.3.3 Dirección e sentido do vector



A dirección dun *vector* $\overrightarrow{AB}$ é a dirección da recta que contén o vector ou calquera outra recta paralela a ela.

O sentido do *vector* $\overrightarrow{AB}$ é o que vai da orixe *A* ao extremo *B*.

2.3.4 Vectores opostos

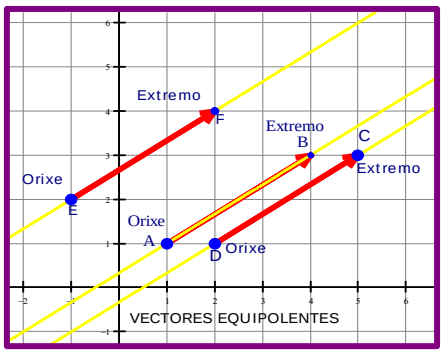


Dous puntos A e B determinan dous vectores fixos: un será o vector $\overrightarrow{AB}$ e outro o vector $\overrightarrow{BA}$.

Estes dous vectores están na mesma dirección pero o sentido é o oposto.

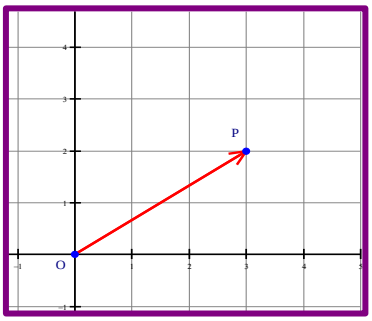
Vectores opostos: son aqueles que teñen o mesmo módulo, a mesma dirección pero os sentidos son opostos.

2.3.5 Vectores equipolentes



Dous ou máis vectores dicimos que son equipolentes cando teñen o mesmo módulo, dirección e sentido.

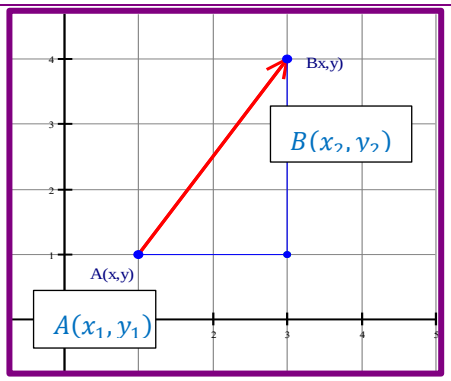
2.3.6 Vector de posición dun punto P no plano de coordenadas



Nun sistema de coordenadas temos un punto P.

O vector que une a orixe de coordenadas O e o punto P e que se representa como $\overrightarrow{OP}$, denomínase vector de posición do punto P.

2.3.7 Coordenadas e compoñentes dun vector no plano



Se temos dous puntos coas súas coordenadas:

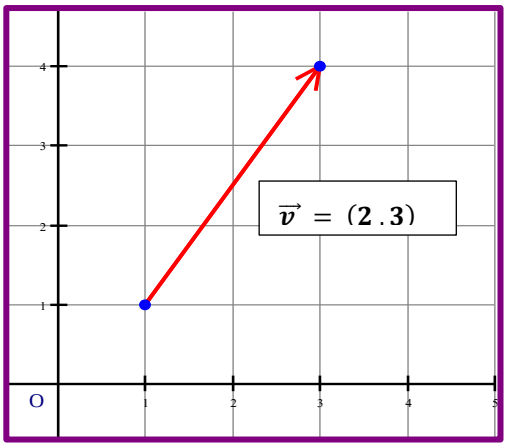
$A(x_1, y_1), \quad B(x_2, y_2)$

As coordenadas ou compoñentes do vector $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ serán as coordenadas do extremo menos as coordenadas da orixe.

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

Actividades resoltas

Calcular o módulo dun vector cando se coñecen as súas compoñentes ou coordenadas. Calcular o módulo do vector $\vec{v} = (2,3)$



Temos un vector $\vec{v}$.

Coñecemos as súas compoñentes ou coordenadas, $\vec{v} = (2,3)$

En xeral cando se coñecen as compoñentes do vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$

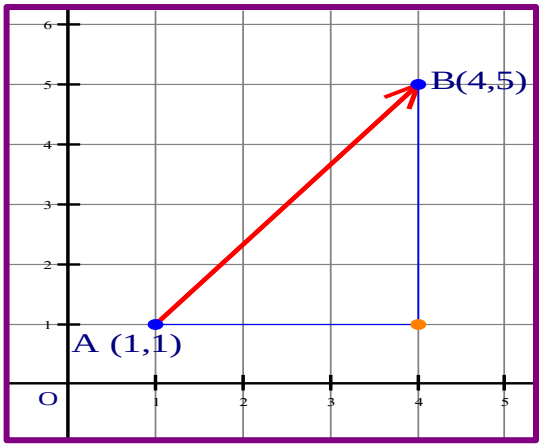
o módulo calcúlase:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1{}^2 + v_2{}^2}$$

Por tanto:

$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3{,}60$

Calcular o módulo dun vector cando se coñecen as coordenadas da orixe e do extremo. É dicir, cando nos dan as coordenadas dos puntos. Calcular o módulo do vector $\overrightarrow{AB}$.



Neste caso non nos dan as coordenadas do vector como ocorría no exercicio anterior.

Agora temos as coordenadas da orixe e do extremo.

As coordenadas ou compoñentes do vector $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ serán as coordenadas do extremo menos as coordenadas da orixe:

$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, é dicir, abscisa do extremo menos abscisa da orixe, ordenada do extremo menos ordenada da orixe:

$\overrightarrow{AB} = (4 - 1, 5 - 1) = (3,4)$. Agora xa temos as coordenadas do vector e podemos calcular o módulo:

$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

Actividades propostas

S14. Calcule o módulo do vector que ten por compoñentes $\vec{v} = (2,5)$.

S15. Calcule o módulo do vector coas compoñentes $\vec{u} = (-3,4)$.

S16. Calcule o módulo do vector $\overrightarrow{AB}$, sendo as coordenadas de A(2,1), e as coordenadas de B (4,7).

S17. Calcule o módulo do vector $\overrightarrow{CD}$, sendo as coordenadas de C(-2,2) e as coordenadas de D (2,5).

2.3.8 Vector unitario

Os vectores **unitarios** son aqueles que teñen de **módulo a unidade**.

Normalizar un vector

Normalizar un vector consiste en obter un vector unitario que sexa da mesma dirección e sentido que o vector dado.

Para normalizar un vector divídese este polo seu módulo : $\vec{\mathbf{u}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}}{|\vec{\mathbf{v}}|}$

Exemplo: Se o vector $\vec{v}$ ten por compoñentes $\vec{v} = (3,4)$, achar o vector unitario da súa mesma dirección e sentido.

Temos o vector: $\vec{v} = (3,4)$

Calculamos o módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

Agora xa podemos calcular o seu vector unitario: $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

Actividades propostas

S18. Ache o vector unitario do vector $\vec{v} = (5,12)$

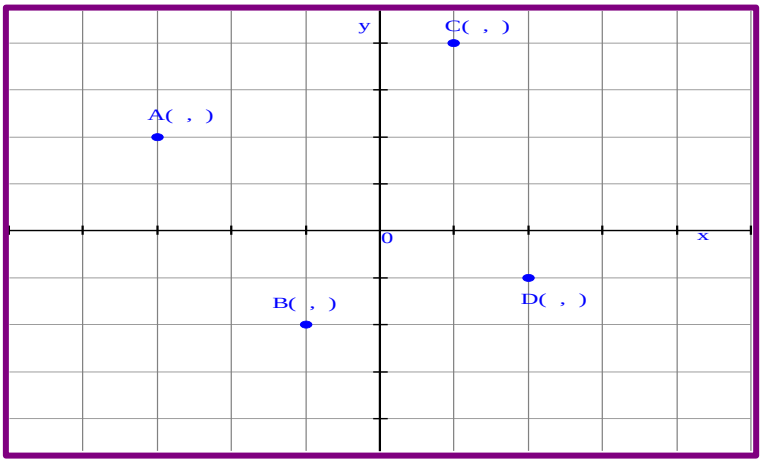
S19. Normalice o vector $\vec{v} = (-3, -4)$

S20. Ache o vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que $\vec{v} = (-6,8)$

3. Actividades finais

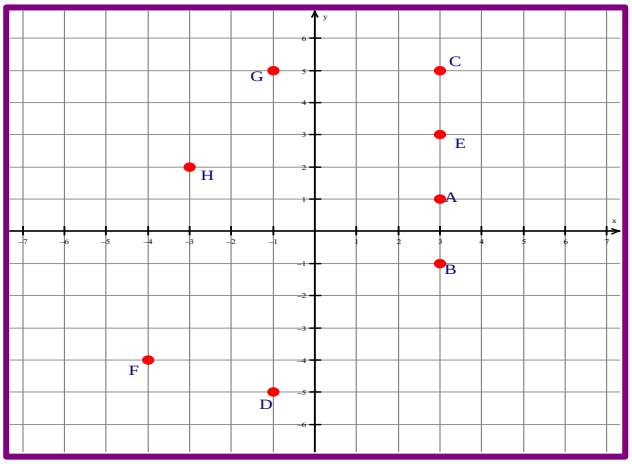
S21. Represente os seguintes puntos no plano e indique en que cuadrante se encontran. A(-2,1); B(-2,-3); C(2,2); D(2,-3).

S22. Indique as coordenadas dos puntos reflectidos e mais o cuadrante no que se atopan no sistema de coordenadas.



S23. Represente os seguintes puntos no plano: A(2,2), B(0,3), C(-2,2), D(-2,-2), E(0,-3), F(2,-2). A continuación una mediante segmentos os puntos mencionados na orde en que aparecen. Que figura quedou representada?

S24. Complete a táboa seguinte coas coordenadas que veñen reflectidas no sistema de coordenadas.



	x	y
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		

S25. O perímetro dun cadrado, en función do lado *x*, vén dado pola fórmula $\mathrm{P} = 4\mathrm{x}$.

a) Forme a táboa de valores para os valores de x = 0, 1, 2, 3, 4, 5.

b) Represente graficamente os valores da táboa.

c) Ten sentido unir os puntos?

d) É unha función?

S26. Dado o conxunto inicial $\mathrm{X} = \{0,2,4,6,8,10\}$.

a) Asocie a cada elemento do conxunto inicial o seu cubo máis tres unidades e obteña o conxunto final, Y.

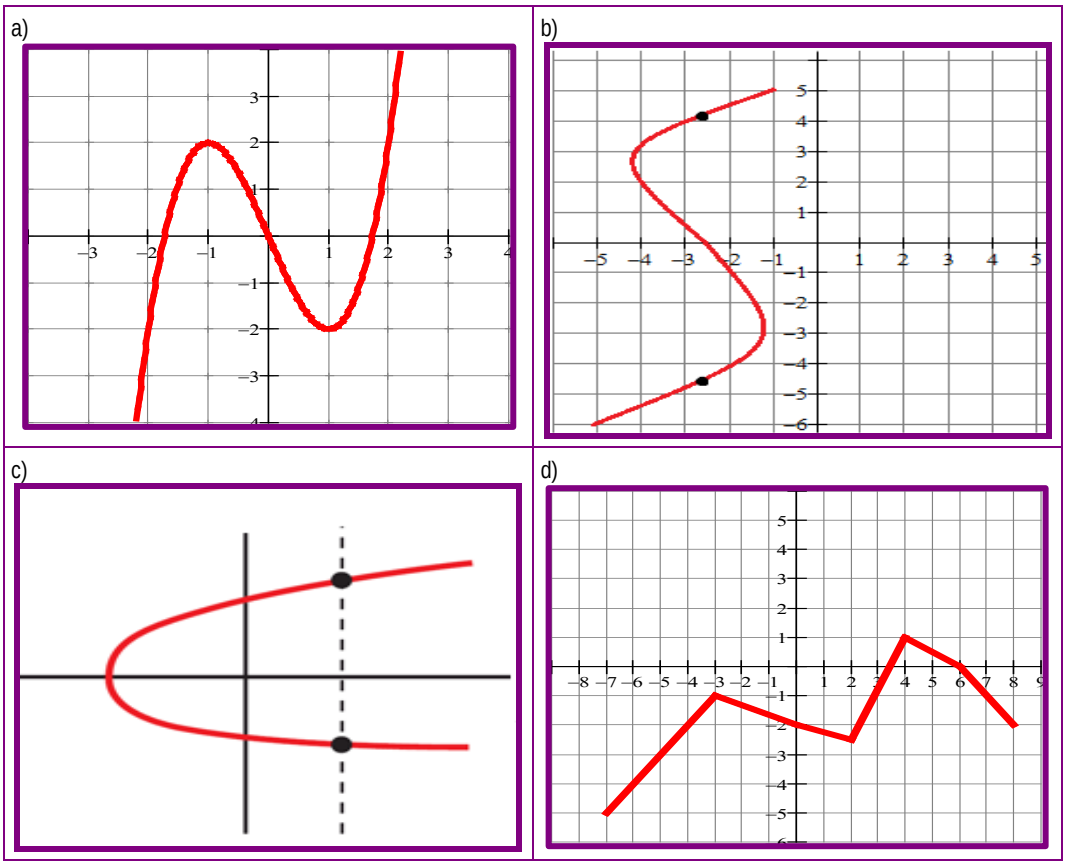
b) Comprobe se é unha función e escriba a fórmula que a define.

S27. Obteña tres puntos que pertenzan á función: $f(x) = -5x - 1$

S28. Indique a cal das seguintes funcións pertence o punto $(2,20)$.

a) $y = 8x - 6$
b) $y = 10x + 2$
c) $y = 12x - 4$

S29. Explique por que cada unha destas gráficas representa ou non unha función:



S30. Represente $y = x + 4$, dando a *x* os valores $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

S31. A función que asocia a cada número enteiro o seguinte podemos escribila coa expresión alxébrica ***y = x + 1.*** Represente graficamente a función seguindo estes pasos: construír a táboa de valores, situar os pares de abscisas e ordenadas nun sistema de coordenadas e unir os puntos cunha liña.

S32. A función que asocia a cada número o seu triplo podemos escribila coa expresión alxébrica ***y = 3x***. Represente graficamente a función seguindo estes pasos: construír a táboa de valores, situar os pares de abscisas e ordenadas nun sistema de coordenadas e unir os puntos cunha liña.

S33. A función que asocia a cada número enteiro a súa metade podemos escribila coa expresión alxébrica $\boldsymbol{y} = \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{2}}$. Represente graficamente a función seguindo estes pasos: construír a táboa de valores, situar os pares de abscisas e ordenadas nun sistema de coordenadas e unir os puntos cunha liña.

S34. Represente graficamente as funcións seguintes:

y = -2
x = -1
y = 5
x = -3

S35. Escriba a expresión alxébrica que asocia a cada número o seu cuádruplo menos cinco. Represente graficamente a función.

S36. Sabendo que o espazo percorrido e o tempo son magnitudes directamente proporcionais e que un barco percorre en 1 hora unha distancia de 15 km:

- Escriba a función asociada a esta proporcionalidade.
- Constrúa unha táboa de valores.
- Represente graficamente a función.
- Indique cal é a pendente da recta.

S37. Imaxine que vai a un banco cambiar euros por dólares. O cambio está nestes momentos a 1,13 dólares por cada euro, pero o banco cobra sempre, non importa a cantidade que cambie, 2,25 dólares de comisión. Calcule cantos dólares lle terá que dar o banco por 500 euros.

S38. Calcular o módulo dun vector que ten por coordenadas $\vec{v} = (6, -8)$.

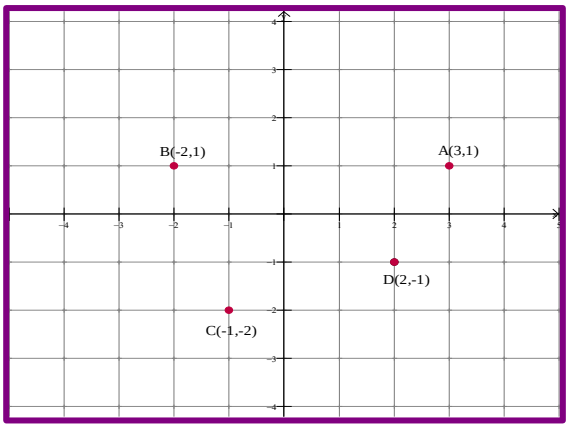
S39. Calcule o módulo do vector $\overrightarrow{AB}$, sendo as coordenadas de A(2,5), e as coordenadas de B(6,8).

S40. Ache o vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que $\vec{v} = (6,8)$.

4. Solucionario

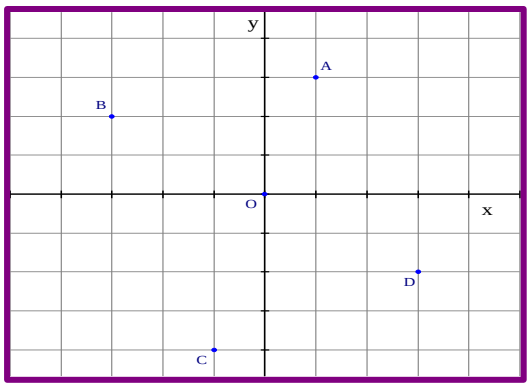
4.1 Solucións das actividades propostas

S1.



Punto A(3,1)
Como as dúas coordenadas son positivas, o punto estará situado no cuadrante I.
Punto B(-2,1)
A abscisa é negativa: estará cara á esquerda. A ordenada é positiva: estará cara a arriba. Polo tanto o punto estará no cuadrante II.
Punto C(-1,-2)
Como as dúas coordenadas son negativas; o punto estará situado no cuadrante III.
Punto D(2,-1)
A abscisa é positiva: estará cara á dereita. A ordenada é negativa: estará cara a abaixo. Polo tanto o punto estará no cuadrante IV.

S2.



As coordenadas dun punto veñen determinadas por un par de puntos (x,y), chamados coordenadas cartesianas.

Neste exercicio as coordenadas dos puntos serán:

A(1,3)

B(-3,2)

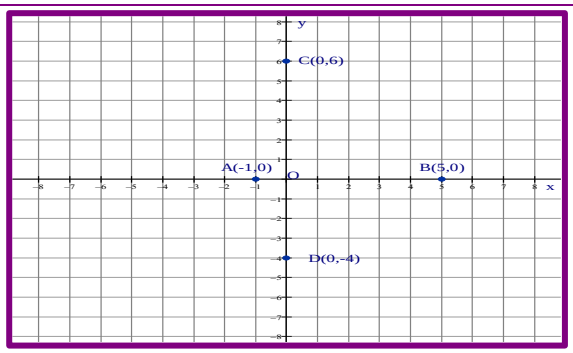
C((-1,-4)

D((3,-2)

O(0,0) é a orixe de coordenadas

S3. *O punto A(0,3), a abscisa x = 0; polo tanto situarase no eixe de ordenadas. O punto B(-2,0), a ordenada y = 0; polo tanto situarase no eixe de abscisas. O punto C(0,-1), a abscisa x = 0; polo tanto o punto estará no eixe de ordenadas. O punto D(-6,0), a ordenada y = 0; polo tanto o punto situarase no eixe de abscisas.*

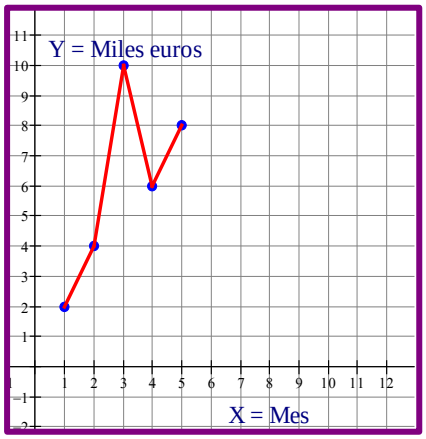
S4.



Os puntos A(-1,0) e B(5,0) teñen a ordenada y = 0; polo tanto estarán situados sobre o eixe de abscisas.

Os puntos C(0,6) e D(0,-4) teñen a abscisa x = 0; polo tanto haberá que situalos no eixe de ordenadas.

S5.



a) En que mes houbo máis beneficios. A canto ascenderon?
No terceiro mes. Ascenderon a 10.000 €.

b) En que mes houbo menos beneficios? A canto ascenderon?
No primeiro mes. Ascenderon a 2.000 €.

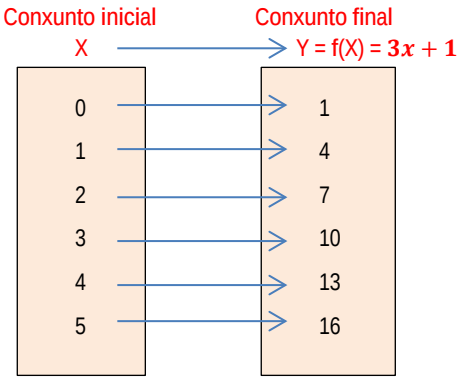
c) En que mes descenderon os beneficios?
No cuarto mes.

d) Cal é a variable independente?
A variable independente é x = mes.

e) Cal é a variable dependente?
A variable dependente é y = beneficios.

S6.

a) Representamos os conxuntos asociando a cada elemento do conxunto inicial o seu triplo máis unha unidade para formar o conxunto final:



b) Efectivamente é una función pois a cada valor da variable independente, *x*, correspóndelle un único valor da variable dependente y = f(x)

A fórmula ou expresión que define esta función é a seguinte: y = f(X) = $3x + 1$

Por exemplo, calculamos o valor da función cando x = 3

x = 3 ⇒ y = f(X) = 3 · 3 + 1 = 9 + 1 = 10

S7. *O punto $A(-1,3)$ pertence á función $y = f(x) = -2x^2 + 5$. Se x = -1, calculamos o valor de $y = f(x) = -2x^2 + 5 = -2 \cdot (-1)^2 + 5 = -2 \cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3$. Para $x = -1 \Rightarrow y = 3$. A función pasa polo punto $A(-1,3)$*

S8. *O punto $B(2,-3)$ pertence ás funcións: b) $y = f(x) = 3x - 9$ e c) $y = f(x) = -2x^2 + 5$.*

b) Nesta función se x = 2, calculamos o valor de $y = f(x) = 3x - 9 = 3 \cdot 2 - 9 = 6 - 9 = -3$. Para x= $2 \Rightarrow y = -3$. A función pasa polo punto $B(2,-3)$ c) Nesta función se x = 2, calculamos o valor de $y = f(x) = -2x^2 + 5 = -2 \cdot (2)^2 + 5 = -2 \cdot 4 + 5 = -8 + 5 = -3$. Para x= $2 \Rightarrow y = -3$. A función pasa polo punto $B(2,-3)$.

S9.

a) Elabore unha táboa de valores. Teña en conta que x só pode tomar valores positivos, pois non ten sentido unha lonxitude negativa.

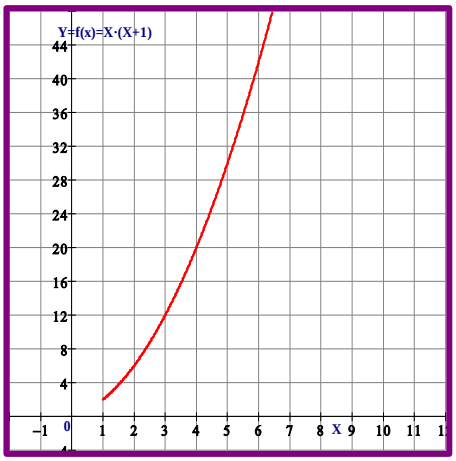
$$y = f(x) = x \cdot (x + 1)$$

b) Debuxe a gráfica correspondente.

c) Ten sentido unir os puntos? Por que?

X	1	2	3	4	5	6
Y	2	6	8	10	12	14

Si ten sentido xa que neste caso a variable independente, x, pode tomar valores naturais e tamén decimais. É dicir, pode tomar todos os valores intermedios entre dous dados da variable x.



S10.

a) Represente no plano os valores da táboa:

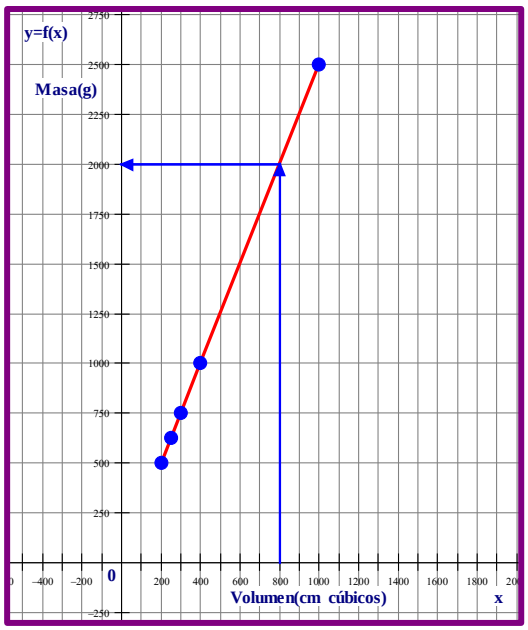
Volume (cm^3)	200	250	300	400	1000
Masa (g)	500	625	750	1000	2500

b) Una, se ten sentido, os puntos na orde en que están escritos. Que liña se obtén?

Como á roca dun volume intermedio lle correspondería unha masa, tamén ten sentido unir os puntos. A liña que se obtén é unha recta.

c) Estime a masa doutra mostra de 800 cm^3 da mesma roca a través da gráfica.

A partir da gráfica, unha mostra de 800 cm^3, que é a abscisa, levantamos unha perpendicular ata que toque a recta. Dende ese punto da recta obtemos cunha paralela ao eixe "x", o punto de corte co eixe de ordenadas. Podemos dicir que a 800 cm^3 lle corresponde unha masa de 2.000 g.



S11.

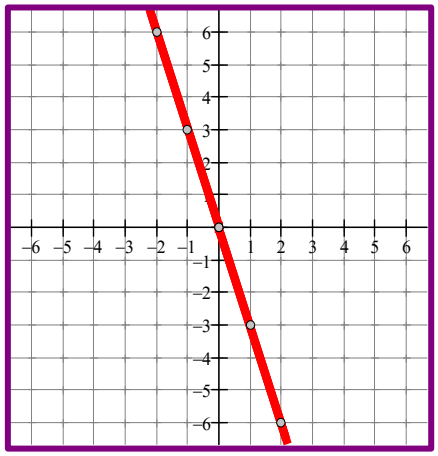
a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y:

x	0	1	2	-1	-2
y = -3x	0	-3	-6	3	6

b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas.

Unha vez colocados os puntos, temos que ver se ten sentido unir os puntos. Neste caso si ten sentido, pois existen entre dous valores de *x* todos os valores intermedios. Unimos os puntos e obtemos a gráfica.

c) A pendente da gráfica é o coeficiente do *x*; por tanto: Pendente $= -3$



S12.

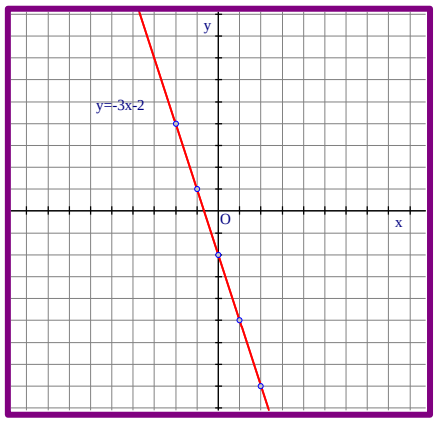
a) O primeiro que facemos é ir dando valores a *x*, a partir da fórmula da función, para calcular os valores de f(x) = y:

x	0	1	2	-1	-2
y = -3x - 2	-2	-5	-8	1	4

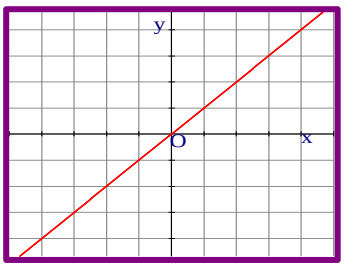
b) A continuación trasladamos os pares de puntos obtidos (x,y) a un sistema de coordenadas cartesianas e debuxamos a recta.

c) Pendente $= -3$

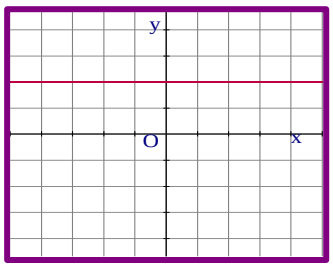
Ordenada na orixe $= -2$



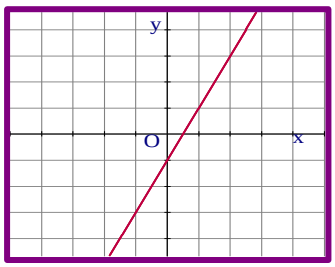
S13.



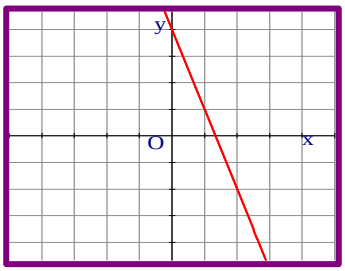
y = x, LINEAL



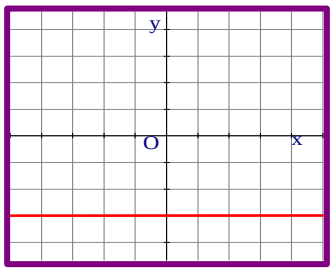
y = 2, CONSTANTE



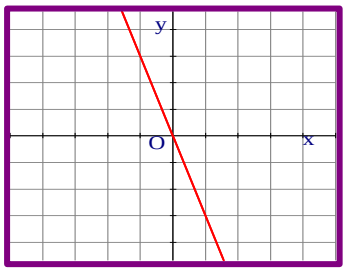
y = 2x - 1, AFÍN



y = -3x + 4, AFÍN



y = -3, CONSTANTE



y = -3x, LINEAL

S14. *O módulo dun vector cando se coñecen as compoñentes, $\vec{v} = (v_1, v_2) = (2,5)$, calcúlase da seguinte forma:*

$$|\vec{v}| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} = 5{,}38$$

S15. *O módulo dun vector cando se coñecen as compoñentes, $\vec{u} = (u_1, u_2) = (-3, 4)$, calcúlase da seguinte forma:*

$$|\vec{u}| = \sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

S16. *As coordenadas ou compoñentes do vector $\overrightarrow{AB}$ terán como abscisa a diferenza da abscisa do extremo menos a abscisa da orixe, e como ordenada a diferenza da ordenada do extremo menos a ordenada da orixe: $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1) =$*

$(4-2, 7-1) = (2, 6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2, 6)$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 6{,}32$$

S17. *As coordenadas ou compoñentes do vector $\overrightarrow{CD}$ terán como abscisa a diferenza da abscisa do extremo menos a abscisa da orixe, e como ordenada a diferenza da ordenada do extremo menos a ordenada da orixe*

$\overrightarrow{CD} = (x_2 - x_1\,, y_2 - y_1) = (2-(-2), 5-2) = (4\,, 3) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (4\,,3)$

$$\left|\overrightarrow{CD}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

S18. $\vec{v} = (5{,}12)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$$

$$\vec{u} = \left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$$

S19. $\vec{v} = (-3, -4)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\vec{u} = \left(\frac{-3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$$

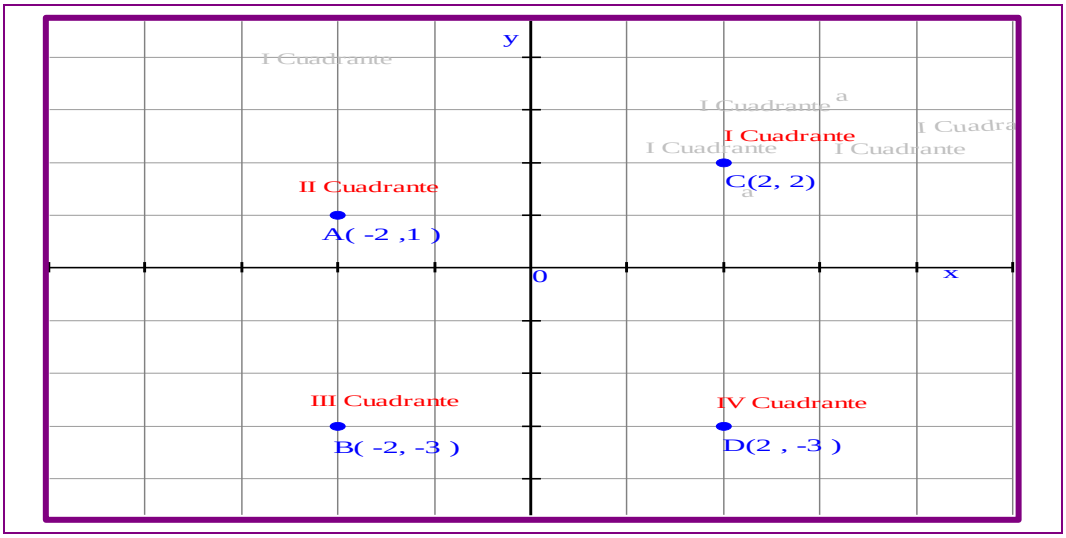
S20. $\vec{v} = (-6, 8)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2} = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

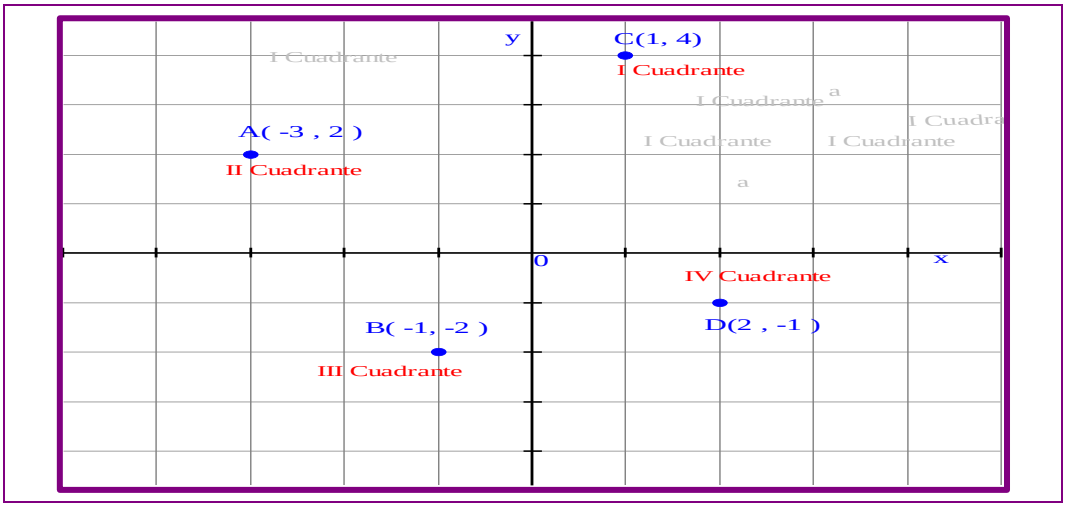
$$\vec{u} = \left(\frac{-6}{10}, \frac{8}{10}\right)$$

4.2 Solucións das actividades finais

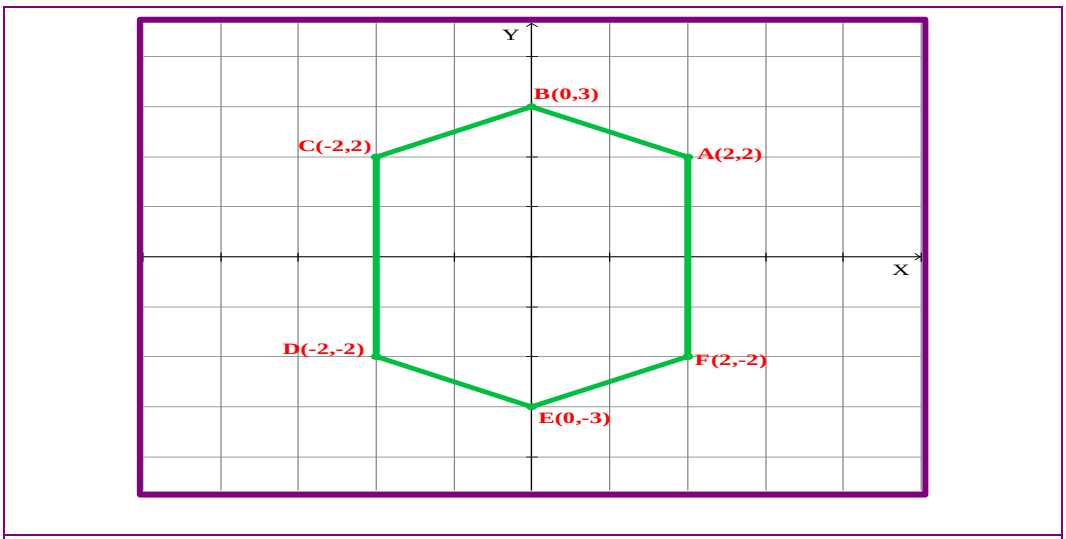
S21.



S22.

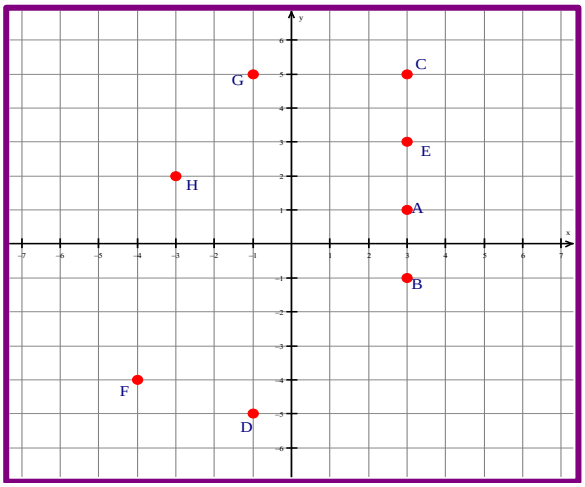


S23.



Ao unir os puntos queda representado un hexágono

S24.



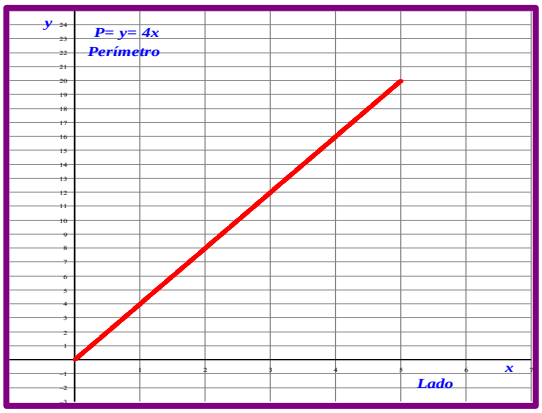
	x	y
A	3	1
B	3	-1
C	3	5
D	-1	-5
E	3	3
F	-4	-4
G	-1	5
H	-3	2

S25.

a) Táboa de valores

Lado = x	0	1	2	3	4	5
P = y = 4x	0	4	8	12	16	20

b)



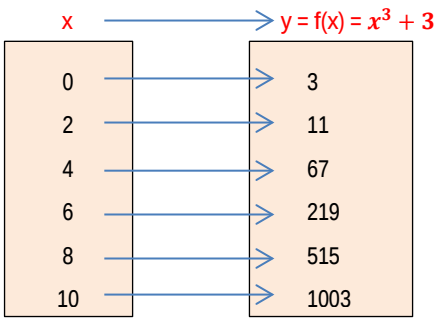
c) Ten sentido unir os puntos xa que existe o perímetro para calquera lonxitude do lado do cadrado. A relación entre o lado e o perímetro é lineal.

d) É unha función, pois a cada valor da variable independente, neste caso o lado, correspóndelle un e só un valor da variable dependente, neste caso o perímetro.

S26.

a) Representamos os conxuntos asociando a cada elemento do conxunto inicial o seu cubo máis tres unidades para formar o conxunto final:

Conxunto inicial — Conxunto final



b) Efectivamente é unha función, pois a cada elemento do conxunto inicial asócialle **un e só un elemento** no conxunto final.

O que é o mesmo que a cada valor da variable independente, *x*, correspóndelle un único valor da variable dependente y = f(x).

A fórmula ou expresión que define esta función é a seguinte: y = f(x) = $x^3 + 3$

Por exemplo, calculamos o valor da función cando x = 4:

x = 4 ⇒ y = f(x) = $\boldsymbol{x^3 + 3}$ = $4^3 + 3 = 64 + 3 = 67$

S27.

Para cada valor numérico de “x” obtemos outro de “y” que está en función do primeiro mediante a relación de multiplicar por $-\mathbf{5}$ e ao resultado restarlle unha unidade.

Obtemos os tres puntos da función representados polos pares (x,y) nesta táboa de valores.

$\mathbf{y = f(x) = -5x - 1}$
$\mathbf{f(-1) = -5 \cdot (-1) - 1 = 5 - 1 = 4}$
$\mathbf{f(0) = -5 \cdot (0) - 1 = 0 - 1 = -1}$
$\mathbf{f(1) = -5 \cdot (1) - 1 = -5 - 1 = -6}$

Os puntos serían
$(-1,4), (0,-1), (1,-6)$

x	y
-1	4
0	-1
1	-6

S28.

No punto (2,20), a variable independente toma o valor de $x = 2$, e a variable dependente toma o valor de $y = 20$.
Por tanto temos que comprobar que función cumpren eses valores:

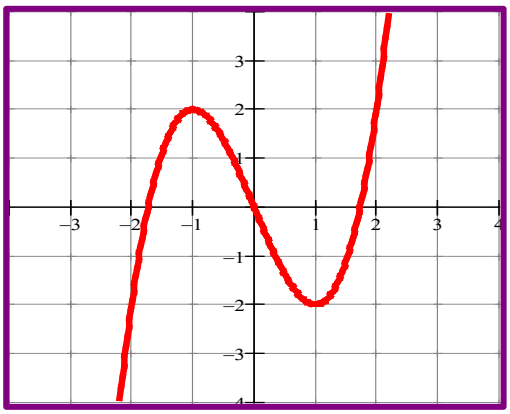
x	y = f(x)	y = f(2)	(x,y)
2	$\mathbf{8x - 6}$	$\mathbf{8x - 3 = 8 \cdot 2 - 6 = 10}$	(2,10)
2	$\mathbf{10x + 2}$	$\mathbf{10x + 2 = 10 \cdot 2 + 2 = 22}$	(2,22)
2	$\mathbf{12x - 4}$	$\mathbf{12x - 4 = 12 \cdot 2 - 4 = 20}$	(2 ,20)

No caso a) $y = 8x - 6$ a función pasa polo punto (2,10).
No caso b) $y = 10x + 2$ a función pasa polo punto (2,22).

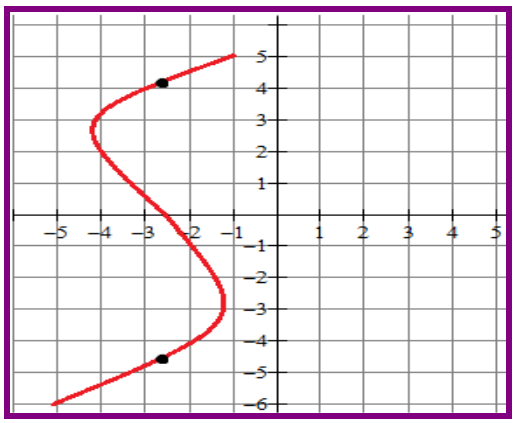
No caso c) $y = 12x - 4$ a función pasa polo punto (2,20).
Polo tanto o punto (2,20) pertence a esta función.

S29.

a) É unha función porque a cada valor de *x* correspóndelle un só valor de *y*.

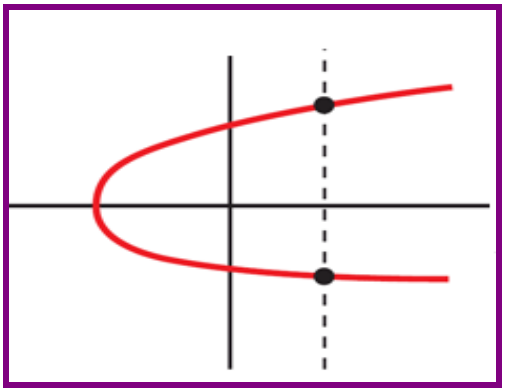


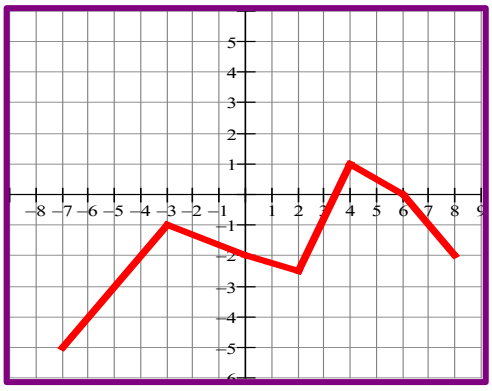
b) Non é unha función porque, por exemplo, á abscisa x=-2,5 correspóndenlle dous valores de *y*.



c) Non é unha función pois hai valores de *x* aos que lles corresponden dous valores da ordenada *y*.

d) É unha función porque a cada valor de *x* correspóndelle un valor de *y*.

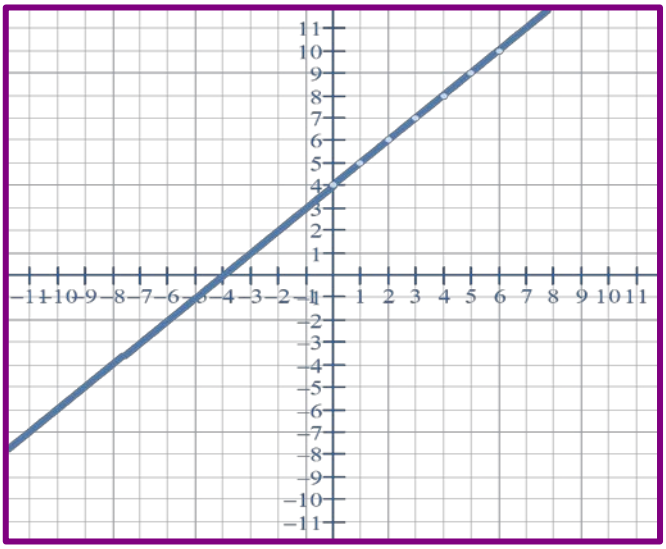




S30.

$y = x + 4$

x	y
0	4
1	5
2	6
3	7
4	8
5	9
6	10



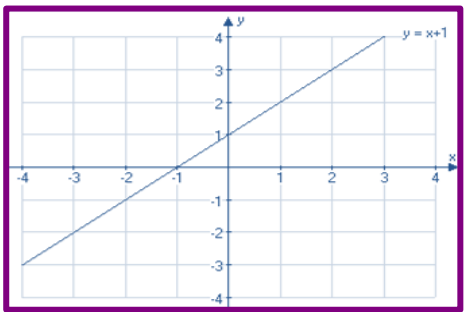
S31.

y = x + 1
y = -2 + 1 = -1
y = -1 + 1 = 0
y = 0 + 1 = 1
y = 1 + 1 = 2
y = 2 + 1 = 3

➲

x	y
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3

➲



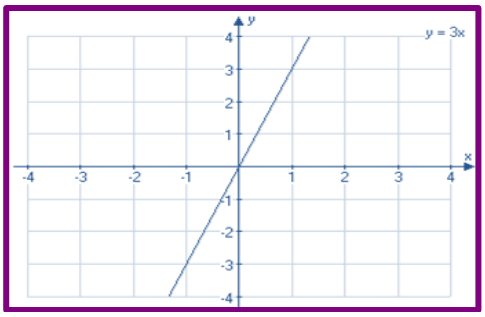
S32.

y = 3x
y = 3 · (-2) = -6
y = 3 · (-1) = -3
y = 3 · 0 = 0
y = 3 · 1 = 3
y = 3 · 2 = 6

➲

x	y
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

➲



S33.

y = x/2

y = -4/2 = -2

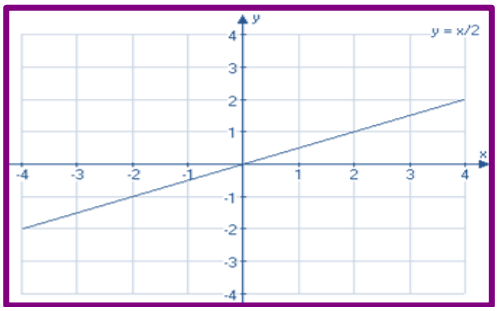
y = -2/2 = -1

y = 0/2 = 0

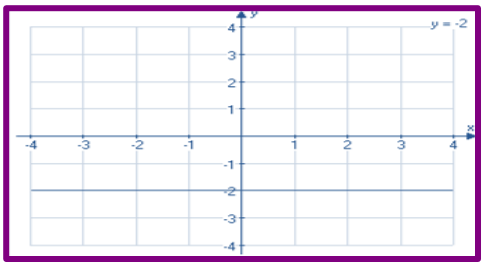
y = 2/2 = 1

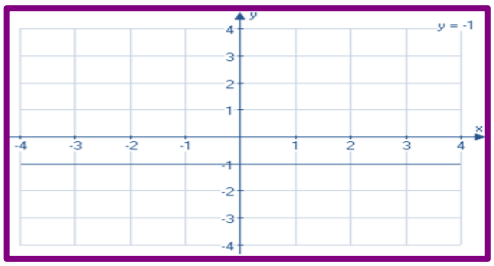
y = 4/2 = 2

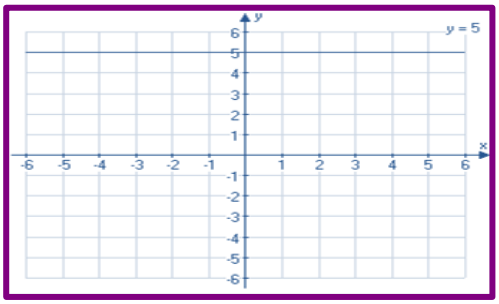
x	y
-4	-2
-2	-1
0	0
2	1
4	2

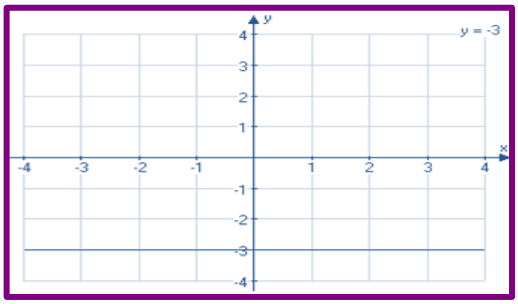


S34.









S35. *A función estará definida pola ecuación* $y = 4x - 5$

y = 4x - 5

y = 4 · (-2) - 5 = -13

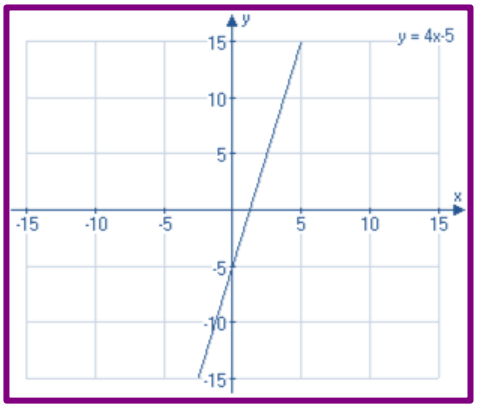
y = 4 · (-1) - 5 = -9

y = 4 · 0 - 5 = -5

y = 4 · 1 - 5 = -1

y = 4 · 2 - 5 = 3

x	y
-2	-13
-1	-9
0	-5
1	-1
2	3



S36. *Espazo = velocidade x tempo ⇒ e = 15 km/h · t ⇒ y = 15x*

e = v · t
y = 15x

y = 15 · 1 = 15

y = 15 · 2 = 30

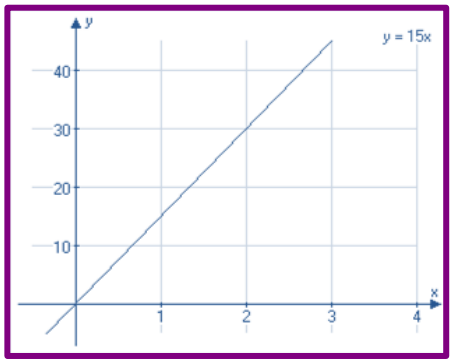
y = 15 · 3 = 45

y = 15 · 4 = 60

➲

x	y
0	0
1	15
2	30
3	45
4	60

➲



S37. *Neste caso a variable dependente é o dólar e a variable independente é o euro. As dúas variables poden relacionarse* $tal\ como\ está\ o\ cambio\ y = 1{,}13x$. *No enunciado do exercicio dinos que o banco cobra unha comisión fixa, polo tanto a ecuación quedaría:*

$y = 1{,}13x - 2{,}25 \Rightarrow dólar\ = 1{,}13 \cdot X\ euros - 2{,}25 \quad \Rightarrow$

$Dólares\ = 1{,}13 \cdot 500\ € - 2{,}25\ = 565 - 2{,}25\ = 562{,}75\ \$$

S38. $|\vec{\boldsymbol{v}}| = \sqrt{\boldsymbol{v_1}^2 + \boldsymbol{v_2}^2} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

S39. *Primeiro calculamos as coordenadas do vector* $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1) = (6 - 2{,}8 - 5) = (4{,}3) \Rightarrow\ AB = (4{,}3)$. *Agora xa podemos calcular o módulo* $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$.

S40. *Primeiro temos que achar o módulo do vector* $\vec{v}\ = (6{,}8) \Rightarrow |\vec{\boldsymbol{v}}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}\ \Rightarrow \sqrt{100} = 10$. $Agora\ calculamos\ o\ vector\ unitario\ \vec{u} = \left(\frac{6}{10}, \frac{8}{10}\right)$

5. Glosario

A	▪ Abscisa	Para indicar un punto no plano requírense dúas coordenadas: P(x,y). A primeira coordenada (x) coñécese como *abscisa*. A segunda coordenada (y) coñécese como *ordenada*.
	▪ Aberto, intervalo	Intervalo que non inclúe os valores extremos. Denótase por (a, b). Xeometricamente, o intervalo inclúe todos os puntos da recta numérica entre ***a*** e ***b***, pero excluíndo estes dous valores.
C	▪ Cartesiano, plano	Sistema de coordenadas no que os eixes son mutuamente perpendiculares.
	▪ Cerrado, intervalo	Intervalo que inclúe os seus valores extremos. Denótase por $[a, b]$. Xeometricamente, o intervalo$[a, b]$ inclúe todos os puntos da recta numérica entre ***a*** e ***b***, incluíndo estes dous valores.
	▪ Compoñente	As compoñentes dun vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son cada un dos números v_1 e v_2.
	▪ Continuidade	Unha función denomínase continua entre dous valores do eixe de abscisas $[a, b]$ se toma todos os valores entre f(a) e f(b) e se se pode debuxar nese intervalo sen despegar a punta do lapis do papel sobre o cal se debuxa.
	▪ Coordenada	Unha coordenada é un número ao cal lle corresponde un punto da recta numérica. As coordenadas son números que indican a posición dun punto no plano: P(x,y)
	▪ Cortes cos eixes	Nunha función, son os puntos onde esta función corta o eixe de abscisas (eixe *x*) cando y = 0, e onde corta o eixe de ordenadas (eixe *y*) cando x = 0.
	▪ Crecemento	Dicimos que unha función é crecente nun tramo ou intervalo cando ao aumentar o "x", aumenta o "y".
	▪ Cuadrante	Nun sistema de coordenadas rectangulares, o plano queda dividido en 4 rexións. Cada unha desas rexións é un cuadrante.
D	▪ Decrecemento	Dicimos que unha función é decrecente nun tramo ou intervalo cando ao aumentar o "x", diminúe o "y".
	▪ Dependencia funcional	Dise que a variable *y* depende funcionalmente da variable *x* se é posible escribir a relación que existe entre elas mediante unha ecuación. Nese caso *y* é a variable dependente (depende de *x*) e *x* é a variable independente.
	▪ Descontinuidade	Unha función é descontinua entre dous valores do eixe de abscisas cando para debuxar a súa gráfica hai que levantar o lapis. Os puntos onde non é continua a función chámanse puntos de descontinuidade.
	▪ Discreta	Dise que unha variable toma valores discretos cando só pode tomar valores de maneira enteira. O contrario de discreto é continuo.
F	▪ Función	Unha función é unha relación entre dúas magnitudes, de maneira que a cada valor da primeira magnitude se lle asocia un único valor da segunda.
	▪ Función afín	A función afín ten a ecuación $y = mx + n$. Represéntase por unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas. Corta ao eixe *y* no punto (0,n).
	▪ Función constante	A función constante ten a ecuación $y = k$. Nesta función o valor de *y* non depende de *x*. Represéntase por unha recta paralela ao eixe de abscisas a unha distancia *k* deste.
	▪ Función lineal	A función lineal ou de proporcionalidade relaciona dúas magnitudes proporcionais. Ten a ecuación $y = mx$. Represéntase por unha recta que pasa sempre pola orixe de coordenadas, a constante de proporcionalidade é *m* e ten que ver coa inclinación ou pendente da recta.

M	▪ Magnitude	Propiedade dos corpos que pode ser medida, como pode ser o tamaño, o peso etc. É un número que indica a medida dunha calidade.
	▪ Máximo	Chámase máximo dunha función ao punto en que a ordenada toma o maior valor. O punto máis alto da función.
	▪ Máximo relativo	Nunha función son os puntos en que a súa ordenada é maior ca a dos puntos do seu arredor, tanto á súa dereita coma á súa esquerda.
	▪ Mínimo	Chámase mínimo dunha función ao punto en que a ordenada toma o menor valor. O punto máis baixo da función.
	▪ Mínimo relativo	Nunha función son os puntos en que a súa ordenada é menor ca a dos puntos do seu arredor, tanto á súa dereita coma á súa esquerda.
	▪ Módulo dun vector	O módulo dun vector é a lonxitude do segmento orientado que o define. O módulo dun vector é sempre un número positivo.
N	▪ Normalizar un vector	Normalizar un vector consiste en achar outro vector unitario da mesma dirección e sentido ca o vector dado. Para normalizar un vector, divídese este polo seu módulo.
O	▪ Ordenada	Dadas as coordenadas dun punto no plano *P(x,y)*, a primeira coordenada (x) chámase abscisa e a segunda coordenada (y) chámase ordenada.
P	▪ Pendente	A pendente dunha recta ($y = mx$ ou $y = mx \pm b$) indica a inclinación desta, tendo en conta a súa situación con respecto ao eixe *x* e ao eixe *y*. É o valor que nos indica *m*. Se *m* é positivo, a recta é crecente e sitúase nos cuadrantes I e III. Se *m* é negativo, a recta é decrecente e sitúase nos cuadrantes II e IV. Xeometricamente, a pendente indica cantas unidades avanza verticalmente a gráfica por cada unidade avanzada no sentido do eixe dos *x*.
	▪ Plano cartesiano	Plano que utiliza un sistema de coordenadas cartesianas para determinar as coordenadas dos puntos.
S	▪ Segmento	Intervalo da recta delimitado por dous puntos fixos sobre ela. O segmento que se inicia no punto A e remata no punto B denótase por $\overline{AB}$.
	▪ Sistema coordenado	Conxunto de eixes que serven para indicar as coordenadas de puntos. Cando os eixes son mutuamente perpendiculares e todos utilizan a mesma unidade de medida en cada eixe, dise que é un sistema de coordenadas cartesiano.
V	▪ Variable independente	É aquela cuxo valor non depende doutra variable. Nunha función é o valor de *x* e represéntase no eixe de abscisas.
	▪ Variable dependente	É aquela cuxos valores dependen dos que tome outra variable. Nunha función desígnase por *y* ou $f_{(x)}$ e represéntase no eixe de ordenadas.
	▪ Vector	En Física un vector é unha magnitude definida nun sistema de referencia que se caracteriza por ter módulo (ou lonxitude) e unha dirección. A súa expresión xeométrica consiste en segmentos de recta orientados cara a un certo lado, asemellándose a unha frecha.
	▪ Vector unitario	É un vector que ten por módulo a unidade.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- *Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnolóxico*, Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- *Ámbito científico-tecnolóxico. Educación secundaria para persoas adultas. Nivel I,* Ed. Safel, 2010.
- *Secundaria 2000 Matemática I. Enseñanza secundaria para persoas adultas*, Ed. Santillana, 1999.
- *Matemáticas. Educación secundaria de adultos*, Colección eduforma, Ed. Mad-Sevilla.
- *Matemáticas ESO 1*, Ed. Anaya, 2016.
- *Matemáticas Serie Práctica ESO 1*, Ed. Obradoiro Santillana, 2004.
- *Wikipedia, la enciclopedia libre.*

Ligazóns de Internet

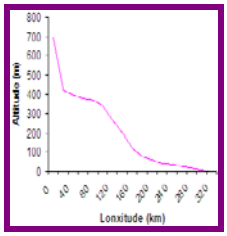
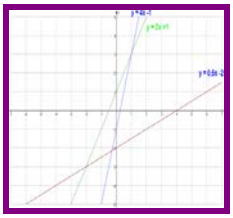
Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- hhttp://www.vitutor.com
- http://www.apuntes mareaverde.org.es
- http://www.recursos.cnice.mec.es/descartes
- https://es.wikipedia.org/
- http://aulamatematica.com/
- http://www.recursos.cnice.mec.es

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizados na unidade didáctica

- As figuras xeométricas utilizadas nesta unidade están todas recollidas do material de educación secundaria para persoas adultas: *Ámbito científico-tecnolóxico. Módulo 2. Unidade didáctica 8*, Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	▪ Autoría: Consellería de Educación, Xunta de Galicia ▪ Licenza: Uso educativo. ▪ **Procedencia:** Ámbito científico-tecnolóxico. Módulo 2. Unidade didáctica 8.	 RECURSO 2	▪ Autoría: Consellería de Educación, Xunta de Galicia. ▪ Licenza: Uso educativo. ▪ **Procedencia**: Ámbito científico-tecnolóxico. Módulo 2. Unidade didáctica 8.