XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para personas adultas

Ámbito científico tecnológico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 1

Unidad didáctica 2

Geometría

Índice

1. Introducción ... 3
   1.1 Descripción de la unidad didáctica ... 3
   1.2 Conocimientos previos ... 3
   1.3 Criterios de evaluación ... 4
2. Secuencia de contenidos y actividades ... 5
   2.1 Elementos básicos de geometría ... 5
      2.1.1 Posiciones relativas de dos rectas en el plano ... 6
   2.2 Los ángulos y su relación ... 8
      2.2.1 Medida de ángulos ... 8
      2.2.2 Operaciones con ángulos ... 9
      2.2.3 Clases de ángulos ... 15
      2.2.4 Relación entre ángulos ... 16
   2.3 Los polígonos ... 18
      2.3.1 Denominación de los polígonos ... 18
      2.3.2 Elementos de un polígono ... 18
      2.3.3 Polígonos regulares ... 19
      2.3.4 Triángulos ... 20
      2.3.5 Cuadriláteros ... 22
      2.3.6 Circunferencia y círculo ... 23
      2.3.7 Polígonos y circunferencias ... 25
   2.4 El sistema internacional de unidades (SI) ... 26
      2.4.1 Magnitudes y unidades ... 26
      2.4.2 Sistema métrico decimal ... 27
      2.4.3 Unidades de longitud ... 27
      2.4.4 Unidades de superficie ... 30
      2.4.5 Unidades de masa ... 31
      2.4.6 Unidades de volumen ... 33
      2.4.7 Temperatura ... 35
      2.4.8 Tiempo ... 35
      2.4.9 Densidad ... 36
   2.5 Los factores de conversión ... 36
   2.6 Perímetros y áreas de figuras planas ... 41
      2.6.1 Perímetros y áreas ... 41
      2.6.2 Áreas de polígonos ... 43
      2.6.3 Circunferencia y círculo ... 50
3. Actividades finales ... 57
4. Solucionario ... 60
   4.1 Soluciones de las actividades propuestas ... 60
   4.2 Soluciones de las actividades finales ... 67
5. Glosario ... 70
6. Bibliografía y recursos ... 72
7. Anexo. Licencia de recursos ... 73

1. Introducción

1.1 Descripción de la unidad didáctica

La geometría es una de las más antiguas ramas de la matemática, se ocupa de las propiedades de las figuras geométricas en el plano y en el espacio. En esta unidad estudiaremos los elementos básicos de geometría en el plano: los puntos, las rectas (las paralelas y las perpendiculares), los planos, los ángulos, los polígonos... Reconoceremos y describiremos las figuras planas, con sus elementos y propiedades características, para identificarlas y clasificarlas y así poder resolver problemas de la vida diaria.

En esta unidad también estudiaremos y aprenderemos a manejar las unidades de longitud, superficie, volumen, capacidad y masa del sistema métrico decimal. Una vez que las conozcamos, ya podremos realizar cambios de unidades de la misma magnitud a través de los factores de conversión.

Completaremos los conocimientos de esta unidad con el estudio de las figuras planas, de la circunferencia y del círculo, con sus formas y sus propiedades; aprenderemos a calcular sus perímetros, sus áreas, la longitud de una circunferencia... Utilizaremos estrategias y técnicas simples de la geometría analítica para la resolución de problemas, emplearemos el lenguaje matemático y las unidades apropiadas en el procedimiento seguido para su resolución.

1.2 Conocimientos previos

Para trabajar con esta unidad es necesario recordar los conceptos y operaciones estudiados en la primera unidad de este módulo. En especial:

- Cuáles son los números: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$.
- Operaciones combinadas con los números naturales y enteros.
- Multiplicar y dividir un número por la unidad seguida de ceros ($\times\ e \div por\ \ 10, 100, 1000$).
- Potencias de base 10. Notación científica.
- Operaciones con los números racionales. En los factores de conversión nos va a ser de mucha ayuda tener muy claro el producto y la simplificación de fracciones.

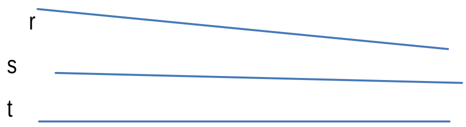
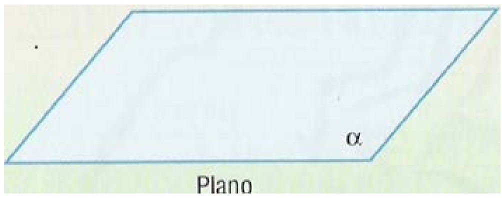
1.3 Criterios de evaluación

- Reconocer y describir las características de las figuras planas, con sus elementos y sus propiedades características, para clasificarlas e identificarlas y poder así abordar problemas de la vida diaria.
- Utilizar estrategias, herramientas y técnicas simples de la geometría analítica plana para resolver problemas de perímetros, áreas y ángulos utilizando el lenguaje matemático y las unidades apropiadas y expresando el procedimiento seguido en su resolución.
- Resolver problemas geométricos de áreas, perímetros, longitud de la circunferencia, área del círculo…, utilizando unidades lineales de superficie y empleando, si fuese necesario, los factores de conversión.

2. Secuencia de contenidos y actividades

2.1 Elementos básicos de geometría

La geometría nació como consecuencia de la necesidad de representar objetos gráficamente, emplear figuras en procesos constructivos y resolver problemas de medida: longitudes, áreas, volúmenes, etc. El punto, la recta y el plano son tres elementos básicos de la geometría (tanto las rectas como los planos se consideran ilimitados).

Puntos. Para representarlos se utilizan dos pequeños trazos que se cortan o un pequeño círculo y se nombran con letras mayúsculas: A, B, C, D... Los puntos no tienen dimensión, no se pueden medir. Sirven para indicar una posición.	 Puntos
Rectas. Se representan mediante líneas y se nombran con letras minúsculas: *r, s, t...* Una recta está formada por infinitos puntos que siguen una misma dirección.	 Rectas
Planos. Se representan por medio de paralelogramos, tal como se indica en la figura, y se simbolizan por letras griegas: α, β, γ...	

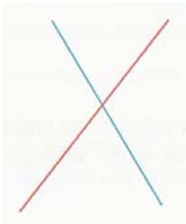
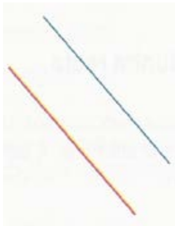
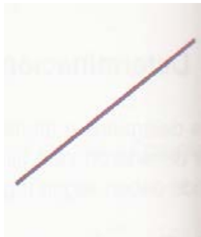
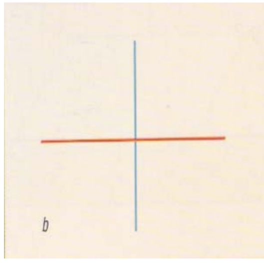
Actividad resuelta

Indique objetos o parte de objetos de su entorno que se puedan representar mediante puntos, rectas y planos.

▪ Mediante puntos	Las esquinas del encerado, el clavo de donde cuelga un cuadro...
▪ Mediante rectas	Las aristas de su mesa, de las paredes de la clase, los bordes de una puerta, de una ventana, de un folio...
▪ Mediante planos	La superficie de las paredes o del suelo de la clase, la superficie de una mesa, el cristal de una ventana, el encerado...

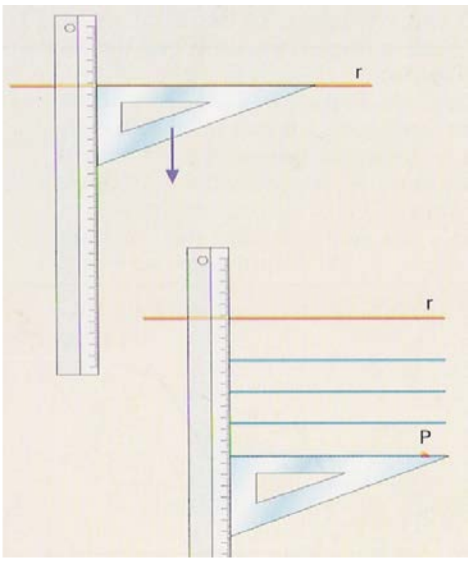
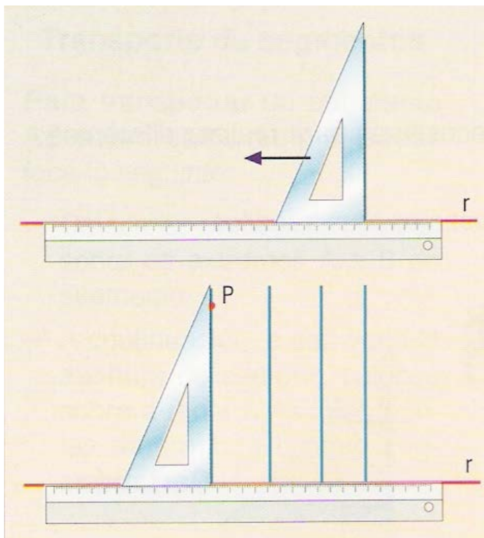
2.1.1 Posiciones relativas de dos rectas en el plano

En un plano podemos trazar infinitas rectas. Según la posición que adopten, las rectas pueden ser *secantes, paralelas* o *coincidentes*.

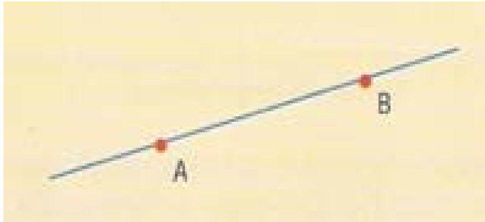
			
Secantes Las dos rectas tienen un punto en común.	Paralelas No tienen ningún punto en común.	Coincidentes Tienen todos los puntos en común.	Un caso particular de rectas secantes son las *perpendiculares*, que dividen el plano en cuatro regiones iguales.

Actividad resuelta

Con la ayuda de una regla dibuje una recta *r* y un punto P exterior a la recta. A continuación, con la ayuda de una escuadra, trace rectas paralelas de modo que una de ellas pase por el punto P. Vuelva a dibujar otra recta *r* y otro punto P exterior a ella, dibuje ahora rectas perpendiculares de modo que una de ellas pase por el punto P.

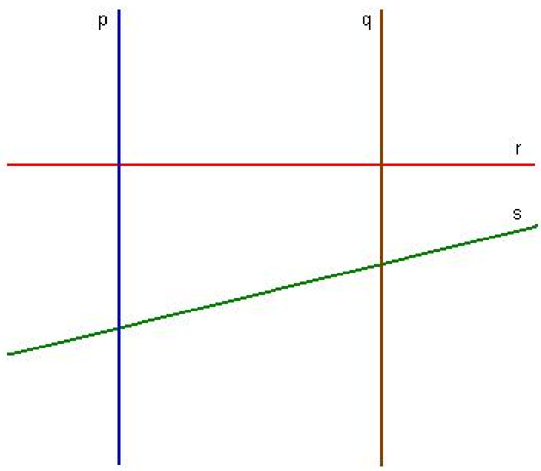
	
En este dibujo vemos el procedimiento para trazar las rectas paralelas a la recta r. Colocamos en la posición inicial la regla y la escuadra. A continuación desplazamos la escuadra y vamos trazando rectas paralelas. Cuando el borde de la escuadra coincida con el punto P, trazamos la paralela a la recta r que pasa por el punto P.	En este dibujo vemos el procedimiento para trazar las rectas perpendiculares a la recta r. Colocamos en la posición inicial la regla y la escuadra. A continuación desplazamos la escuadra y vamos trazando rectas perpendiculares. Cuando el borde de la escuadra coincida con el punto P, trazamos la perpendicular a la recta r que pasa por el punto P.

Semirrectas y segmentos

Semirrecta: porción de recta limitada en un extremo por un punto, que es su origen, e ilimitada por el otro extremo. Es decir, una semirrecta tiene origen, pero no tiene fin. En la figura, el punto *A* divide la recta en dos partes. Cada una de ellas es una semirrecta.	**Segmento**: es la porción de recta comprendida entre dos puntos. Por ejemplo, el segmento $\overline{AB}$ es la porción de recta comprendida entre los puntos A y B, denominados extremos del segmento. La distancia entre los puntos A y B es la longitud del segmento.
	

Actividad resuelta

Observe la figura e indique si son verdaderas o falsas las afirmaciones.



Afirmaciones	V / F
▪ *p* y *q* son paralelas.	V
▪ *r* y *s* son paralelas.	F
▪ *p* y *s* son secantes.	V
▪ *r* y *s* son secantes.	V
▪ *p* y *r* son perpendiculares.	V
▪ *q* y *s* son perpendiculares.	F

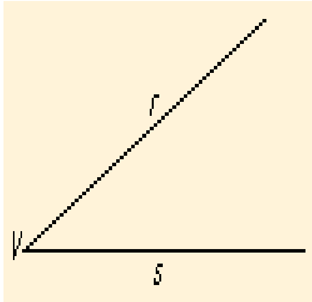
Actividades propuestas

S1. Dibuje una recta r y un punto P exterior a ella, como se indica en la figura.

Trace algunas rectas que pasen por el punto P y que corten la recta r. ¿Cuántas se pueden trazar?	
Trace ahora rectas paralelas a r que pasen por el punto P. ¿Cuántas se pueden trazar? Y rectas perpendiculares a r que pasen por el punto P, ¿cuántas se pueden trazar?	

2.2 Los ángulos y su relación

Ángulos

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas que se cortan en un punto. Las semirrectas que lo forman son los lados del ángulo y el punto común es el vértice. Los ángulos se nombran por la letra del vértice con el símbolo ^ encima: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{V}$. Lo que caracteriza un ángulo es la abertura de sus lados. Si los lados de un ángulo $\hat{A}$ están más abiertos que los de otro ángulo $\hat{B}$, decimos que $\hat{A}$ es mayor que $\hat{B}$.	

2.2.1 Medida de ángulos

La unidad fundamental de medida de los ángulos es el ***grado sexagesimal* (1º)**, que es la amplitud del ángulo resultante de dividir la circunferencia en 360 partes iguales.

Para efectuar mediciones angulares más exactas hay que utilizar otras unidades menores que el grado. Si dividimos el grado sexagesimal en 60 partes iguales, obtenemos el ***minuto sexagesimal* (1')**.

De igual modo, si dividimos el minuto sexagesimal en 60 partes iguales, obtenemos el ***segundo sexagesimal* (1'')**.

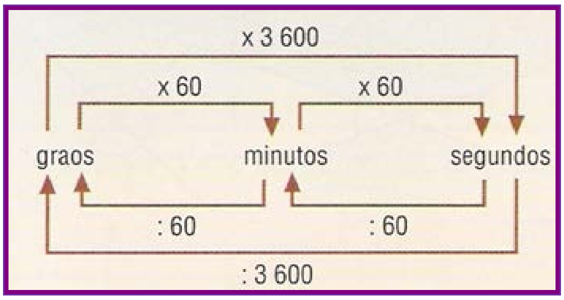
La medida de un ángulo se puede expresar en forma ***compleja* (20º 35' 42''**, utilizando varias unidades**)** o ***incompleja* (74.142'',** utilizando una sola unidad**)**.

20º 35' 42'' = 74.142''

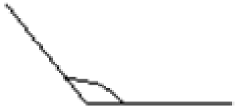
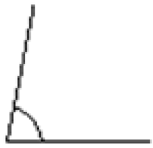
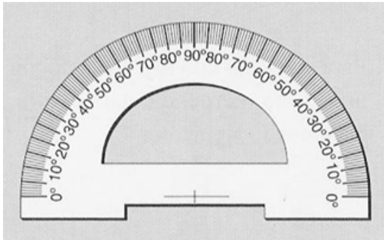
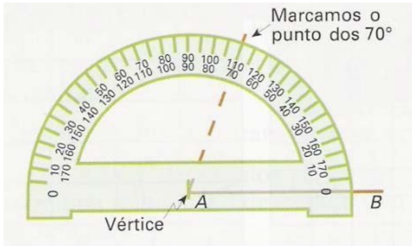
Equivalencias entre las distintas unidades de medidas de ángulos

Las equivalencias entre las distintas unidades para medir ángulos son las que podemos observar en el esquema del cuadro.

Es decir $\begin{cases} 1° = 60' \\ 1' = 60'' \\ 1° = 60' = 3600'' \end{cases}$	Para transformar una unidad en otra, multiplicamos o dividimos por 60

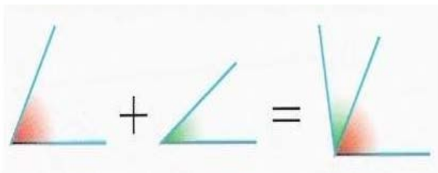
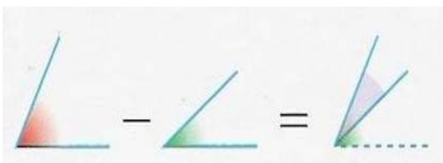
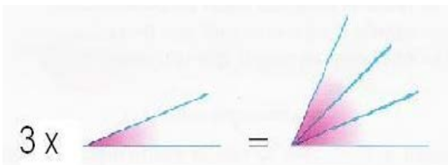


Para medir ángulos se usa un semicírculo graduado dividido en 180º: el transportador

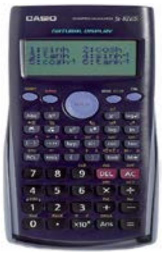
Para medir ángulos se usa el semicírculo graduado dividido en 180º conocido con el nombre de transportador. Es un instrumento que solamente nos proporciona la medida de un ángulo en grados, por lo tanto, no es muy preciso. Para medir con exactitud un ángulo en grados, minutos y segundos se utilizan otros instrumentos como el goniómetro o el teodolito.	
Si tenemos que medir los siguientes ángulos con el transportador, el procedimiento, gráficamente, sería el siguiente:  	
 	

2.2.2 Operaciones con ángulos

Suma, resta, multiplicación y división de forma gráfica

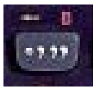
	Suma La suma de dos ángulos se realiza situándolos uno al lado del otro de modo que tengan un lado y el vértice común. El ángulo suma es el formado por los lados no comunes.
	Resta Para restar dos ángulos se colocan superpuestos de modo que tengan un lado y el vértice común. El ángulo diferencia es el formado por los lados no comunes.
 	Multiplicación por un número natural El producto de un ángulo por un número natural equivale a la suma del mismo ángulo tantas veces como indica el número.
 	División por un numero natural Al dividir un ángulo entre un número natural se obtiene otro ángulo tantas veces más pequeño como indica el número.

Suma, resta, multiplicación y división utilizando la calculadora científica



Para efectuar operaciones de ángulos debemos utilizar la calculadora científica.

Aunque puede cambiar su apariencia en función de la marca, las calculadoras científicas suelen tener una tecla semejante a esta:



Al apretar la tecla le indicamos a la calculadora que los números que estamos introduciendo corresponden a medidas de ángulos. Por ejemplo, para introducir el ángulo 20º 35’ 42’’ en forma compleja, apretaremos la siguiente secuencia de teclas:

20º 35’ 42’ ⟶ 20 35 42 ⟶ 20,595

El número 20,595 que aparece en la pantalla es el ángulo 20º 35’ 42’ expresado en forma incompleja de grados.

Para visualizarlo en forma compleja apretaremos las teclas SHIFT y de este modo:

20,595 ⟶ SHIFT ⟶ 20º 35º 42º

Aunque en la pantalla aparecen todas las unidades expresadas en grados, la calculadora las reconoce correctamente como el ángulo 20º 35’ 42’.

- **Suma.** Para efectuar la suma 20º 35’ 42’’ + 50º 40’ 10’’ con la calculadora apretaremos la siguiente secuencia de teclas:

20 35 42 + 50 40 10 =

71,264...⟶ SHIFT ⟶ 71º 15º 52º, equivalente a 71º 15’ 52’’

- **Resta.** Para efectuar la resta procederemos de modo semejante. Por ejemplo, hagamos la siguiente operación: 75º 23’ 50’’ - 20º 48’ 13’’:

75 23 50 – 20 48 13 =

54,59361...⟶ SHIFT ⟶ 54º 35º 37º, equivalente a 54º 35’ 37’’

- **Multiplicación por un número natural**. Calculamos 27º 42’ 35’’ x 3:

27  42  35  *x* 3 

83,12916...⟶   ⟶ 83º 7º 45º, equivalente a 83º 7’ 45’’

- **División entre un número natural**. Calculamos 52º 25’ 38’’ : 4:

52  25  38  : 4 

13,1068…⟶   ⟶ 13º 6º 24, 5º, equivalente a 13º 6’ 24, 5’’

Actividades propuestas

S2. Efectúe, utilizando la calculadora científica, las siguientes operaciones con ángulos:

a) 25º 40’ 35’’ + 70º 8’ 30’’ =	
b) 15º 25’ 40’’ + 24º 50’ 30’’ =	
c) 10º 20’ 40’’ + 42º 50’ 52’’ + 28º 45’’ =	
d) 130º 40’ 25’’ - 75º 30’ 40’’ =	
e) 85º 18’ 30’’ - 60º 50’ 22’’ =	
f) 15º 25’ 30’’ x 3 =	
g) 40º 35’ 50’’ x 4 =	

Suma, resta, multiplicación y división de forma numérica

Suma

Para sumar medidas de ángulos se colocan los sumandos agrupados.

- 1. Se ordenan los valores de los ángulos de tal forma que, verticalmente, coincidan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.
- 2. Se suman de forma independiente los grados, los minutos y los segundos.
- 3. Si en los segundos resulta un número mayor de 60”, dividimos el número obtenido entre 60. En el resultado de esa división, el cociente serán minutos que habrá que añadir a la columna de los minutos y el resto serán los segundos que quedan.

– 4. Lo mismo ocurre con los minutos en el caso de que el resultado de su suma sea mayor de 60': dividimos el número obtenido entre 60. En el resultado de esa división, el cociente serán grados que habrá que añadir a la columna de los grados y el resto serán los minutos que quedan.

Actividad resuelta

Efectúe la siguiente suma de ángulos: 32° 24' 48" + 43° 49' 25"

<table>
<tr>
<td rowspan="2">
$$\begin{array}{rrrr} & 32^{\circ} & 24' & 48'' \\ + & 43^{\circ} & 49' & 25'' \\ \hline & 75^{\circ} & 73' & 73'' \end{array}$$

Vemos que tanto los segundos coma los minutos superan la cantidad de 60. Por lo tanto, tenemos que hacer las respectivas reducciones.

El resultado final sería, por lo tanto:

76° 14' 13"
</td>
<td>
Reducción de los segundos a minutos, ya que 73" ≥ 60:
$$\begin{array}{r|l} 73'' & 60 \\ \cline{2-2} 13'' & 1' \end{array}$$
Añadimos los minutos y quedan los segundos:
75° 74' 13''
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Reducción de los minutos a grados, ya que 74' ≥ 60:
$$\begin{array}{r|l} 74' & 60 \\ \cline{2-2} 14' & 1^{\circ} \end{array}$$
Añadimos el grado a los grados y quedan los minutos:
76° 14' 13"
</td>
</tr>
</table>

Resta

Para restar ángulos se procede de forma parecida a como se ha hecho en la suma.

– 1. Se ordenan los valores de los ángulos de tal forma que, verticalmente, coincidan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

– 2. Se restan de forma independiente los grados, los minutos y los segundos comenzando por estos últimos y teniendo en cuenta que si el minuendo es menor que el sustraendo, es preciso sumarle 60. Si, por ejemplo, sucede eso con los segundos, sumamos la cantidad de 60" en la columna de los segundos y, consecuentemente, quitamos 1 minuto en la columna de los minutos del minuendo.

– 3. Del mismo modo hacemos en el caso de que los minutos del minuendo sean menores que los del sustraendo. En esto caso, quitamos 1 grado en los grados del minuendo y añadimos 60' a los minutos del minuendo.

Actividad resuelta

Efectúe la siguiente resta de ángulos: $52° \quad 23' \quad 18'' \; - \; 43° \quad 49' \quad 25''$

$$\begin{array}{rrrr} & 52° & 23' & \boxed{18''} \\ - & 43° & 49' & 25'' \\ \hline \end{array}$$

$\xrightarrow{\hspace{6cm}}$
Quitamos a 23' un 1' = 60'' que se añade a los 18'' $\rightarrow 60 + 18 = 78$

$$\begin{array}{rrr} 52° & 22' & 78'' \\ 43° & 49' & 25' \end{array}$$

$\xrightarrow{\hspace{6cm}}$
Quitamos a 52° un 1° = 60' que se añade a los 22' $\rightarrow 60 + 22 = 82$
quedando ahora la resta como sigue

$$\begin{array}{rrr} 51° & 82' & 78'' \\ 43° & 49' & 25' \\ \hline 8° & 33' & 53'' \end{array}$$

Vemos que en la columna de los segundos no se puede realizar la resta por ser menor el minuendo. Por eso quitamos 1′, que son 60″, y se lo añadimos a los segundos del minuendo:

$$\begin{array}{rrrr} & 52° & \boxed{22'} & 78'' \\ - & 43° & 49' & 25'' \\ \hline & & & 53'' \end{array}$$

Vemos que en la columna de los minutos no se puede efectuar la resta por ser menor el minuendo. Por eso quitamos 1°, que son 60', y se lo añadimos a los minutos del minuendo. Y así, ya podemos restar:

$$\begin{array}{rrrr} & 51° & 82' & 78'' \\ - & 43° & 49' & 25'' \\ \hline & 8° & 33' & 53'' \end{array}$$

Multiplicación

- 1. En la multiplicación de un ángulo por un número lo que se hace es multiplicar de forma independiente el número por los segundos, después por los minutos y finalmente por los grados.
- 2. Si en el resultado los segundos pasan de 60, se divide dicho número entre 60. El cociente serán minutos que se añaden a los minutos y el resto serán los segundos que quedan.
- 3. Si en el resultado los minutos pasan de 60, se divide dicho número entre 60. El cociente serán grados que se añaden a los grados y el resto serán los minutos que quedan.

Actividad resuelta

Efectúe la siguiente multiplicación: $32° \quad 23' \quad 49'' \; \times \; 5$

$$\begin{array}{rrr} 32° & 23' & 49'' \\ & & \times 5 \\ \hline 160° & 115' & 245'' \end{array}$$

Vemos que en la columna de los segundos estos pasan de 60. Tenemos que hacer la reducción. Dividimos 245 : 60. En esta división el cociente da 4, son los minutos que sumaremos a los 115', y el resto da 5, son los segundos que quedan.

$160° \quad 115' \quad 49'' = 160° \quad 119' \quad 5''$

Después de hacer las reducciones de los segundos y de los minutos, el resultado quedaría:

$160° \quad 115' \quad 245'' = 161° \quad 59' \quad 5''$

Vemos que en la columna de los minutos estos pasan de 60. Tenemos que hacer la reducción. Dividimos 119 : 60. En esta división el cociente da 1, son los grados que sumaremos a los 160°, y el resto da 59, son los minutos que quedan.

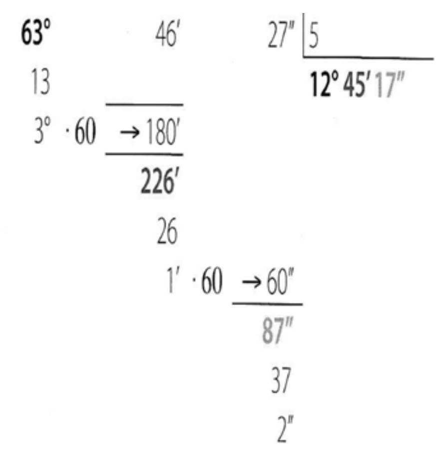
$160° \quad 119' \quad 5'' = 161° \quad 59' \quad 5''$

División

- 1. En la división de un ángulo entre un número comenzamos por dividir los grados entre el número. El cociente serán los grados y el resto, que también son grados, lo pasamos a minutos multiplicando por 60; el resultado se lo añadimos a los minutos.
- 2. Dividimos ahora los minutos totales que calculamos en el paso anterior. En la división, el cociente serán minutos y el resto que nos da también son minutos, que pasamos a segundos multiplicando por 60; el resultado se lo añadimos a los segundos que había.
- 3. Finalmente dividimos los segundos entre el número y obtenemos los segundos.

Actividad resuelta

Efectúe la siguiente división: $63° \quad 46' \quad 27'' \;:\; 5$

	**Primero**. Comenzamos a dividir por los grados $\langle 63 : 5 = 12° \quad \mid Resto = 3° \rangle$ **Segundo**. Los 3° lo pasamos a minutos: 3 × 60 = 180´. Estos minutos hay que sumarlos a los que había 180 + 46 = 226´. **Tercero**. Ahora dividimos los minutos totales entre 5, $\langle 226' : 5 = 45' \mid Resto = 1' \rangle$. **Cuarto**. Pasamos 1´ a segundos: 1 × 60 = 60”. Estos segundos hay que sumarlos a los que había 80 + 27 = 87”. **Finalmente**. Dividimos los 87” segundos entre 5, $\langle 87'' : 5 = 17'' \mid de\ resto\ nos\ queda\ 2'' \rangle$.
	El resultado final será $12° \quad 45' \quad 17'' \quad y\ resto = 2''$

Actividades propuestas

S3. Efectúe las siguientes sumas de ángulos.

a) $54° \quad 16' \quad 15'' + 66° \quad 48' \quad 10'' =$	
b) $45° \quad 54' \quad 39'' + 12° \quad 33' \quad 56'' =$	

S4. Efectúe las siguientes operaciones de resta con ángulos.

a) $54° \quad 16' \quad 15'' - 23° \quad 48' \quad 33'' =$	
b) $45° \quad 24' \quad 39'' - 12° \quad 33' \quad 56'' =$	

S5. Efectúe las siguientes multiplicaciones.

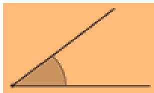
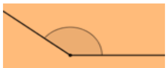
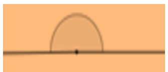
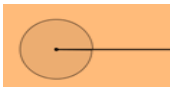
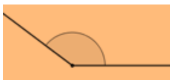
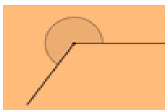
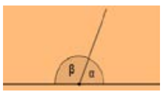
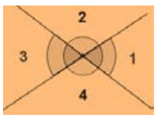
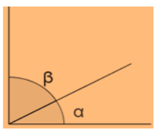
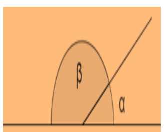
a) $(13° \quad 45' \quad 37'') \times 7 =$	
b) $(11° \quad 39' \quad 43'') \times 4 =$	

S6. Efectúe las siguientes divisiones.

a) (125° 35' 30”) : 5 =	
b) (121° 42' 36”) : 6 =	

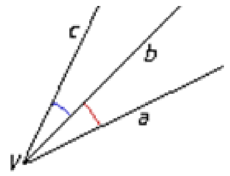
2.2.3 Clases de ángulos

Recuerde que se llama **ángulo** a la abertura entre dos semirrectas que parten de un punto común llamado **vértice**. A cada semirrecta se le llama **lado.**

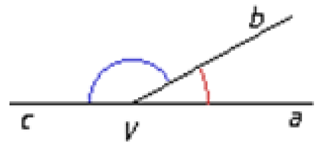
CLASES DE ÁNGULOS	*SEGÚN SU MEDIDA*	AGUDO		Agudo $< 90°$
		RECTO		Recto = 90°
		OBTUSO		Obtuso $> 90°$
		PLANO		Plano = 180°
		COMPLETO		Completo = 360°
		CONVEXO		Convexo $< 180°$
		CÓNCAVO		Cóncavo $> 180°$
	SEGÚN SU POSICIÓN	CONSECUTIVOS		Tienen el mismo vértice y un lado común.
		ADYACENTES		Tienen el mismo vértice y un lado común. Los otros dos lados forman un ángulo plano.
		OPUESTOS POR EL VÉRTICE		Vértice común y los lados de un ángulo son la prolongación de los lados del otro ángulo. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales. $\hat{1} = \hat{3}$, $\hat{2} = \hat{4}$.
	SEGÚN SU SUMA	COMPLEMENTARIOS		Complementarios, si su suma = 90°.
		SUPLEMENTARIOS		Suplementarios, si su suma = 180°.

2.2.4 Relación entre ángulos

- **Consecutivos y adyacentes**. Dos ángulos son *consecutivos* cuando tienen el vértice y un lado común. Si los lados no comunes forman un ángulo plano, los ángulos se llaman *adyacentes*.

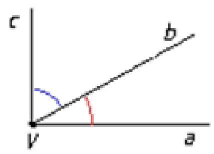


Ángulos consecutivos

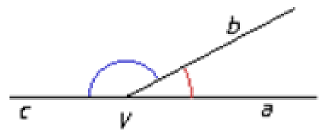


Ángulos adyacentes

- **Complementarios y suplementarios**. Dos ángulos son *complementarios* si su suma es un ángulo recto (90º) y *suplementarios* si la suma es un ángulo plano (180º).

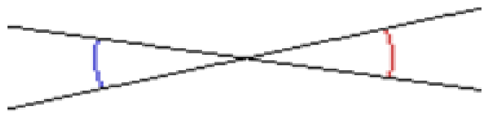


Ángulos complementarios



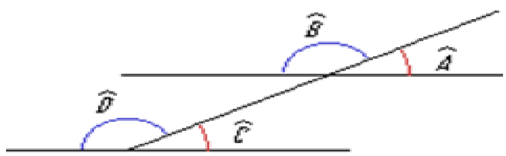
Ángulos suplementarios

- **Opuestos por el vértice**. Dos ángulos son *opuestos por el vértice* si los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro. **Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales**.



Ángulos opuestos por el vértice

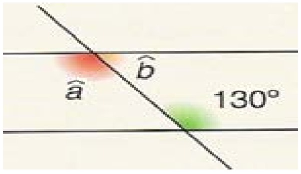
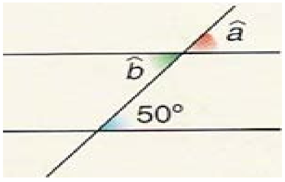
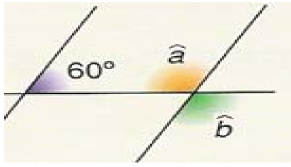
Observe los siguientes pares de ángulos que tienen los lados situados sobre rectas paralelas o coincidentes.



Los ángulos $\hat{A} = \hat{C}$ **tienen dos lados paralelos y los otros dos situados sobre la misma recta**. Como consecuencia, ambos ángulos son iguales: $\hat{A} = \hat{C}$. Por el mismo motivo, $\hat{B} = \hat{D}$.

Actividad resuelta

Observe las siguientes figuras y calcule el valor de los ángulos indicados en cada una (justifique los valores obtenidos).

					
$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{a}$	$\hat{b}$
El ángulo $\hat{a}$ mide también 50º, ya que tiene un lado coincidente con este y el otro lado paralelo.	El ángulo $\hat{b}$ mide 50º, ya que es opuesto por el vértice al ángulo $\hat{a}$.	El ángulo $\hat{a}$ mide 130°, ya que tiene un lado coincidente con este y el otro lado paralelo.	El ángulo $\hat{b}$ es suplementario del ángulo $\hat{a}$ = 130°. Entonces, $\hat{b}$ = 180° - 130° = 50°.	El ángulo suplementario de $\hat{a}$ mide 60º, ya que tiene un lado coincidente con este y el otro es paralelo. Entonces, $\hat{a}$ = 180º - 60º = 120º.	El ángulo $\hat{b}$ mide 60º, ya que es opuesto por el vértice al ángulo $\hat{a}$.

Actividades propuestas

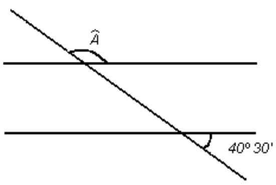
S7. Responda a las siguientes cuestiones.

a) ¿Cuántos grados miden tres ángulos rectos?	
b) ¿Y medio ángulo recto?	
c) ¿Cuántos ángulos rectos son 360º?	
d) ¿Cuánto mide un ángulo plano?	
e) ¿Cuánto suman dos ángulos que son complementarios?	
f) ¿Cuánto suman dos ángulos que son suplementarios?	

S8. Compruebe si los ángulos dados son complementarios o suplementarios.

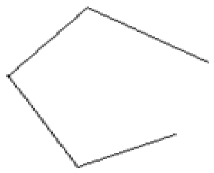
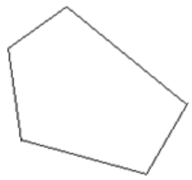
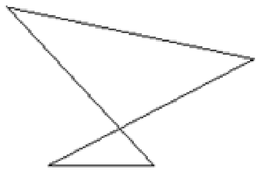
a) $\hat{A} = 43° \ y \ \hat{B} = 137°$	
b) $\hat{A} = 62° \ y \ \hat{B} = 28°$	
c) $\hat{A} = 133° \quad 43' \quad 44'' \ y \ \hat{B} = 46° \quad 16' \quad 16''$	
d) $\hat{A} = 33° \quad 43' \quad 44'' \ y \ \hat{B} = 56° \quad 16' \quad 16''$	

S9. Observe la figura e indique la medida del ángulo $\hat{A}$.

2.3 Los polígonos

Si unimos tres o más puntos del plano por medio de segmentos, obtenemos una línea poligonal. Las líneas poligonales pueden ser abiertas o cerradas. Un polígono es la porción del plano limitada por una línea poligonal cerrada.

		
Línea poligonal abierta	Línea poligonal cerrada simple (polígono)	Línea poligonal cerrada cruzada

2.3.1 Denominación de los polígonos

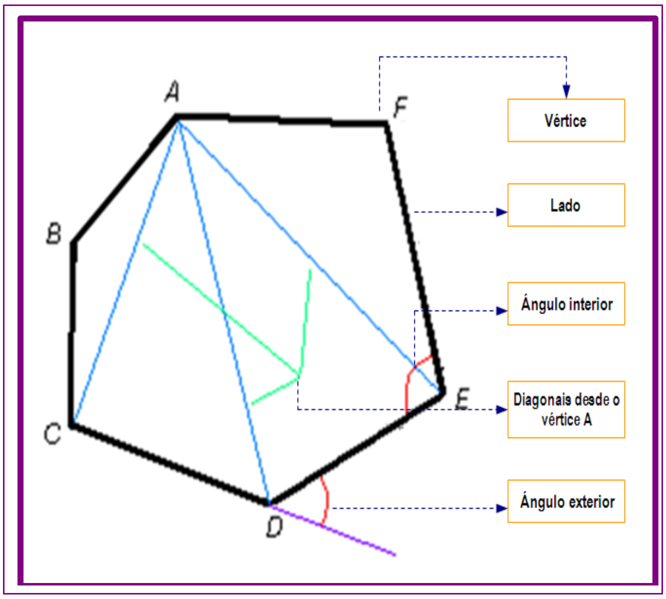
Los polígonos se clasifican por su número de lados. Si tienen más de 12 lados se denominan genéricamente polígonos de "n" lados.

Nº de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono

Nº de lados	Nombre
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Endecágono
12	Dodecágono

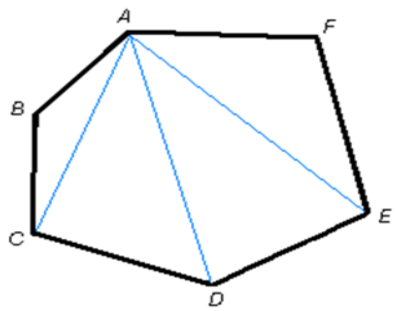
2.3.2 Elementos de un polígono

- **Lados**: son los segmentos que forman la línea poligonal cerrada.
- **Vértices**: son los puntos donde concurren dos lados.
- **Ángulos interiores**: son los que forman dos lados consecutivos en el interior del polígono. La suma de los ángulos interiores $= (n-2) \cdot 180°$ *siendo* $\boldsymbol{n}$ *el número de lados.*



- **Diagonales**: son los segmentos que determinan dos vértices no consecutivos. El número de diagonales de un polígono $= n \cdot (n-3) : 2$ *siendo **n** el número de lados.*

Podemos descomponer un polígono en triángulos trazando, desde un vértice, todas las diagonales posibles. Por ejemplo, un hexágono se descompone en cuatro triángulos.



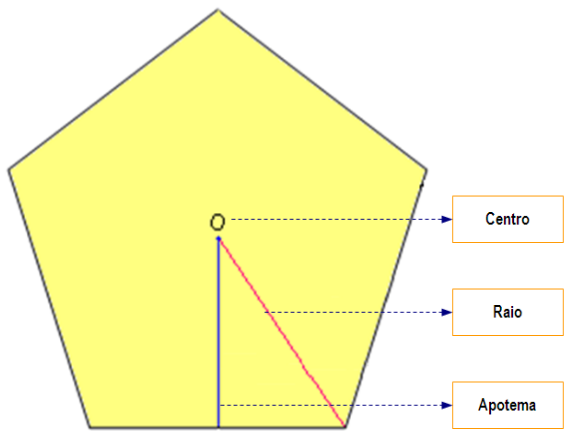
Descomposición de un hexágono por triangulación

2.3.3 Polígonos regulares

Los polígonos que tienen todos sus lados y todos sus ángulos iguales se denominan polígonos *regulares*. En otro caso reciben el nombre de polígonos *irregulares*.

Los polígonos regulares poseen *centro*, *radios* y *apotemas*.

- *Centro*: es un punto interior del polígono que equidista de cada vértice.
- *Radios: son* los segmentos que unen el centro con cada vértice.
- Apotemas: son los segmentos que unen el centro con los puntos medios de los lados y son perpendiculares a ellos.

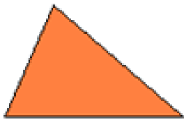
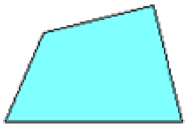
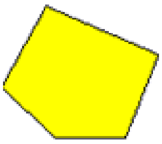
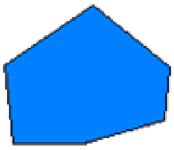
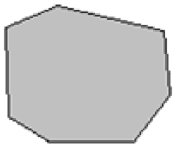


Actividades propuestas

S10. Complete el siguiente cuadro con los datos que faltan de los polígonos.

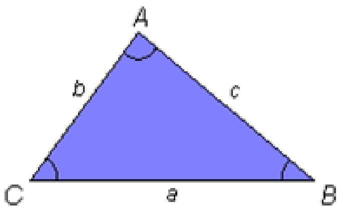
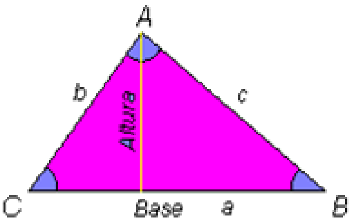
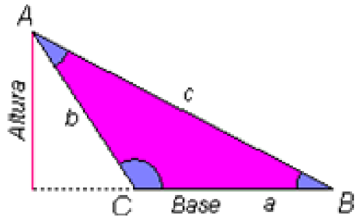
Nº de lados	Nº de vértices	Nº de ángulos	Nº de diagonales
3			
	4		
		5	
			9
8			

S11. Nombre los polígonos según el número de lados.

2.3.4 Triángulos

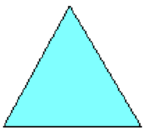
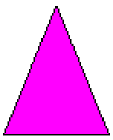
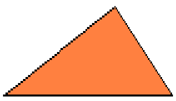
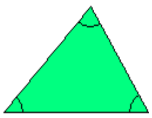
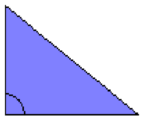
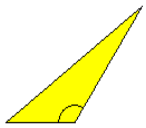
Recuerde que un triángulo es un polígono de tres lados. Los vértices de un triángulo y sus lados opuestos se nombran con la misma letra, los vértices con letras mayúsculas y los lados con letras minúsculas.

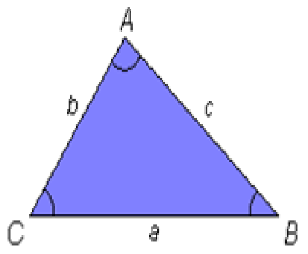
- **Base y altura**. La *altura* correspondiente al lado *a* es el segmento perpendicular desde el vértice opuesto, A, hasta el lado *a,* llamado *base,* o hasta la prolongación de este lado. De igual modo, se pueden definir las alturas correspondientes a los lados *b* y *c,* pues un triángulo tiene tres alturas.

Clasificación de los triángulos

Podemos clasificar los triángulos según la medida de sus lados o de sus ángulos como se indica en la tabla siguiente.

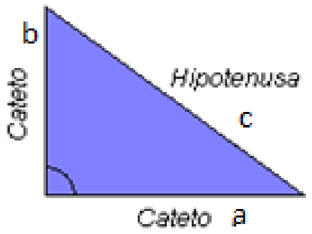
CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS						
SEGÚN LA MEDIDA DE SUS LADOS				SEGÚN LA MEDIDA DE SUS ÁNGULOS		
Equilátero	*Isósceles*	*Escaleno*		*Acutángulo*	*Rectángulo*	*Obtusángulo*
						
Tiene tres lados iguales.	Tiene dos lados iguales.	Ningún lado es igual.		Tiene los tres ángulos agudos $< 60°$.	Tiene un ángulo recto $= 90°$.	Tiene un ángulo obtuso $> 90°$.

Relaciones entre los lados de un triángulo



En cualquier triángulo de lados a, b, c se va a cumplir:		
▪ Cualquier lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos.		
$b < a + c$	$a < b + c$	$c < b + a$
▪ Cualquier lado de un triángulo es mayor que la diferencia de los otros dos.		
$b > a - c$	$a > b - c$	$c > b - a$

Triángulo rectángulo



Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto $(90°)$. Los **lados que forman el ángulo recto** se llaman **catetos** y el **lado mayor** se llama **hipotenusa**.

TEOREMA DE PITÁGORAS. En todo triángulo rectángulo se cumple que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Actividades resueltas

¿Podría formar un triángulo con segmentos de las siguientes medidas 3, 5, 9 cm?

Con las medidas de 3 cm, 5 cm y 9 cm No se puede formar un triángulo, ya que el lado mayor no es menor que la suma de los otros dos lados.

$$9 \not< 5 + 3 = 8$$

Calcule el ángulo que falta para formar un triángulo junto con estos dos ángulos $\hat{A} = 28°, \hat{B} = 72°$.

Como los tres ángulos de un triángulo tienen que sumar 180°, si $\hat{C}$ es el ángulo que falta, se cumple que $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

$$28° + 72° + \hat{C} = 180° \Rightarrow \hat{C} = 180° - 100° = 80° \Rightarrow \hat{C} = 80°$$

S12. Razone si puede formar triángulos con segmentos de las siguientes medidas.

a) 5 cm, 7 cm, 11 cm	
b) 25 cm, 55 cm , 15 cm	
c) 12 cm, 22cm, 16 cm	

S13. Calcule el ángulo que faltaría en cada caso para formar un triángulo junto con los otros ángulos.

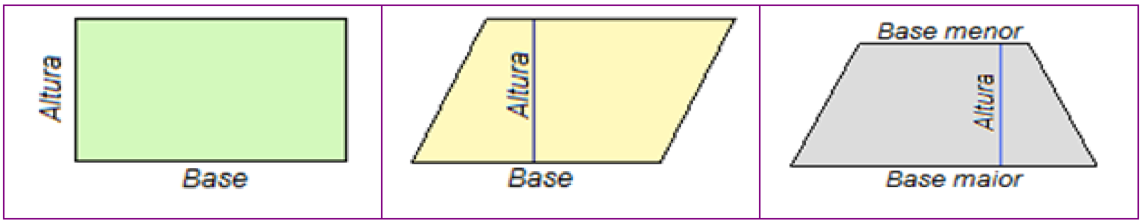
a) $\widehat{50°}$, $\widehat{50°}$	
b) $\widehat{43°}$, $\widehat{72°}$	
c) $\widehat{100°}$, $\widehat{75°}$	

2.3.5 Cuadriláteros

El cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Son muy comunes en la realidad: ventanas, puertas...

Trazando una de las diagonales podemos dividir el cuadrilátero en dos triángulos. Como la suma de los ángulos de cada triángulo mide 180°, entonces los ángulos de un cuadrilátero miden 360°.

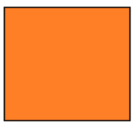
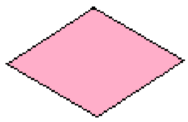
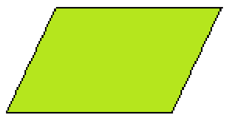
- **Base y altura**. La *altura* de un cuadrilátero es la perpendicular desde un lado al lado paralelo opuesto, llamado *base*. La base y la altura de un cuadrilátero no son elementos fijos, sino que dependen de la posición de la figura dibujada.



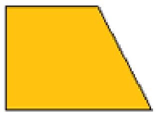
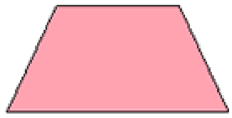
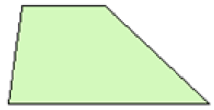
Clasificación de los cuadriláteros

Podemos clasificar los cuadriláteros, según el paralelismo de sus lados, en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

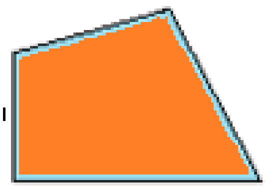
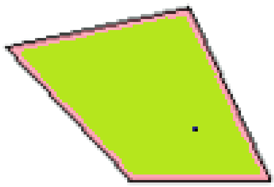
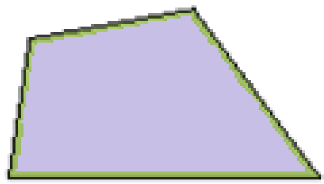
- **Paralelogramos**. Son los cuadriláteros que **tienen sus lados opuestos paralelos**. Existen cuatro tipos de paralelogramos: ***cuadrado, rectángulo, rombo y romboide***. En el cuadro siguiente se resumen las características de cada uno.

Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
			
Cuatro lados iguales.	Lados iguales dos a dos.	Cuatro lados iguales.	Lados iguales dos a dos.
Cuatro ángulos iguales rectos (90°).	Cuatro ángulos iguales rectos (90°).	Ángulos iguales dos a dos (dos agudos, dos obtusos).	Ángulos iguales dos a dos (dos agudos, dos obtusos).
Dos diagonales iguales y perpendiculares que se cortan en su punto medio.	Dos diagonales iguales no perpendiculares.	Dos diagonales desiguales y perpendiculares.	Dos diagonales desiguales no perpendiculares.

- **Trapecios**. Son los cuadriláteros que solo **tienen dos lados paralelos y los otros dos no paralelos**. El grupo de los trapecios está formado por los cuadriláteros que solo tienen dos lados paralelos. Según la posición de los lados no paralelos pueden ser: trapecio rectángulo, trapecio isósceles y trapecio escaleno.

Trapecio rectángulo	Trapecio isósceles	Trapecio escaleno
		
Tiene dos ángulos rectos (90°).	No tiene ningún ángulo recto. Ángulos contiguos iguales dos a dos.	Trapecio que no es rectángulo ni isósceles.
Sus diagonales tienen distinta longitud.	Sus diagonales son iguales. Sus lados no paralelos son iguales.	Sus diagonales tienen distinta longitud.
En los trapecios distinguimos: La altura. Es el segmento perpendicular a los dos lados paralelos. Las bases. Son los dos lados paralelos. Diferenciamos base mayor, B, y base menor, b.		

- **Trapezoides**. Son los cuadriláteros que no tienen ningún lado paralelo. El grupo de los trapezoides está formado por los cuadriláteros de lados no paralelos.

Trapezoides
  
Los trapezoides son cuadriláteros que no tienen ninguno de sus lados paralelos.

S14. Indique si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas y razónelo.

El rombo no tiene ningún ángulo recto.	
El rectángulo es un polígono regular.	
Las bases de un trapecio pueden ser iguales.	
Las diagonales de un rombo siempre son perpendiculares.	

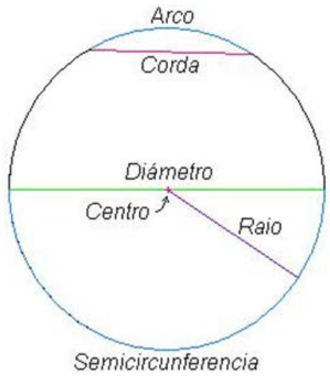
2.3.6 Circunferencia y círculo

Circunferencia

Es una línea curva, cerrada y plana tal que todos sus puntos están a la misma distancia de otro punto interior llamado *centro*. En la circunferencia existen varios elementos:

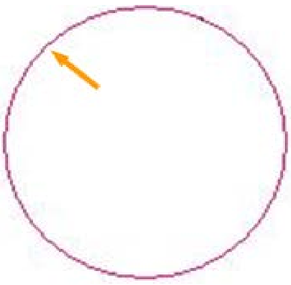
- **Radio**: es el segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia. En una circunferencia existen infinitos radios.
- **Cuerda**: es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

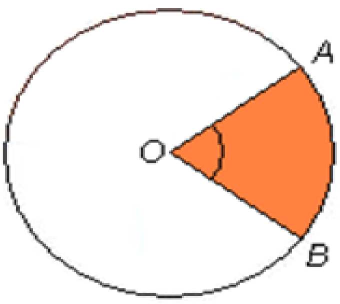
- **Diámetro**: si la cuerda pasa por el centro, recibe el nombre de diámetro.
- **Arco**: es la parte de circunferencia comprendida entre dos puntos de ella.
- **Semicircunferencia:** cada uno de los arcos en que el diámetro divide la circunferencia.

	Para dibujar correctamente una circunferencia utilice el compás.

Círculo

Es la parte del plano limitada por una circunferencia; es decir, el círculo contiene todos los puntos interiores de la circunferencia.

	
Circunferencia	Círculo

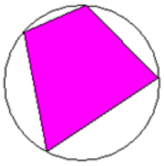
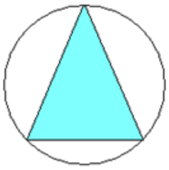
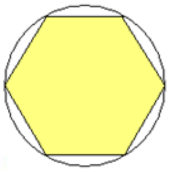
	**Ángulo central**. Si trazamos dos radios cualesquiera, el ángulo comprendido entre ellos con vértice en el centro de la circunferencia recibe el nombre de ángulo central.

Si consideramos que el ángulo central equivalente a una circunferencia completa mide 360º, podemos deducir que el ángulo central $\widehat{AOB}$ mide lo mismo que el arco$\widehat{AB}$, y viceversa.

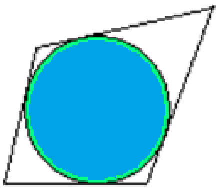
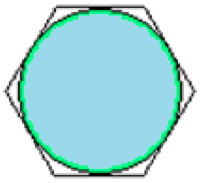
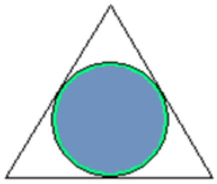
2.3.7 Polígonos y circunferencias

Dibujamos una circunferencia y señalamos en ella varios puntos. Si unimos estos puntos, obtenemos un polígono con todos los vértices en la circunferencia.

- **Polígono inscrito en una circunferencia**. Un polígono está inscrito en una circunferencia cuando todos sus vértices están en ella y sus lados son cuerdas de ella.

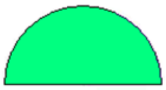
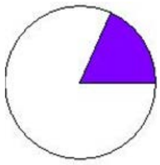
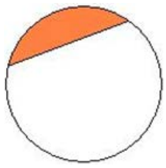
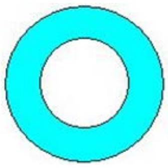
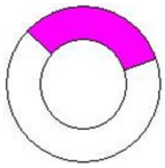
		
Polígonos inscritos en circunferencias		

- **Polígono** circunscrito **a una circunferencia**. Si dibujamos un polígono cualquiera y en su interior una circunferencia tangente a todos sus lados, diremos que el polígono está circunscrito a la circunferencia. Un polígono circunscrito a una circunferencia está situado fuera de ella.

		
Polígonos circunscritos a circunferencias		

- **Figuras circulares**

En el círculo podemos observar varias figuras:

				
Semicírculo Parte en que se divide al trazar el diámetro.	Sector circular Parte limitada por dos radios.	Segmento circular Parte limitada por una cuerda y su arco.	Corona circular Parte entre dos circunferencias concéntricas.	Trapecio circular Parte de la corona circular limitada por dos radios.

S15. Indique si las afirmaciones siguientes son verdadera o falsas y razónelo.

Afirmaciones	V / F
▪ Una circunferencia tiene infinitos diámetros.	
▪ Un segmento circular está limitado por dos radios.	
▪ Los vértices de un polígono circunscrito están situados en la circunferencia.	
▪ Un semicírculo es un caso particular de sector circular.	
▪ El arco que abarca un ángulo inscrito recto es un cuarto de circunferencia.	

2.4 El sistema internacional de unidades (SI)

2.4.1 Magnitudes y unidades

Una magnitud es cualquier propiedad de los cuerpos que se puede medir numéricamente.

Medir es comparar una magnitud con otra que llamaremos unidad. La medida, por lo tanto, será el número de veces que la magnitud contiene la unidad. Así, por ejemplo, si quisiéramos medir el ancho de nuestra aula, en primer lugar deberíamos elegir la unidad de medida. En este caso lo más apropiado sería escoger como unidad el metro (m).

Magnitud es todo aquello que se puede medir, las magnitudes pueden clasificarse en *fundamentales* y *derivadas*, *escalares* y *vectoriales*.

<table>
<tr><td rowspan="4">M
A
G
N
I
T
U
D
E
S</td><td>FUNDAMENTALES</td><td>Son aquellas en las que la unidad se define por convenio. La longitud, la masa, el tiempo y la temperatura se consideran magnitudes fundamentales al no depender de otras.</td></tr>
<tr><td>DERIVADAS</td><td>Son la mayoría; se obtienen a partir de las fundamentales aplicando relaciones matemáticas. Por ejemplo, la superficie es una magnitud derivada obtenida de multiplicar dos longitudes (largo por ancho), y la velocidad es derivada, al obtenerse de dividir una longitud entre el tiempo empleado en recorrerla.</td></tr>
<tr><td>ESCALARES</td><td>Con dar un número (su valor) quedan perfectamente definidas (masa, temperatura o tiempo).</td></tr>
<tr><td>VECTORIALES</td><td>Hay que especificar además de su valor (en número) su dirección y su sentido. Así mismo, puede ser derivada o fundamental. Ejemplos: la velocidad, la aceleración y la fuerza.</td></tr>
</table>

Actividad resuelta

Clasifique las siguientes magnitudes

Magnitud	Unidades fundamentales en el (SI)	Fundamental/Derivada	Escalar/Vectorial
▪ Masa	Kilogramo (kg)	Fundamental	Escalar
▪ Longitud	Metro (m)	Fundamental	Escalar
▪ Tiempo	Segundo (s)	Fundamental	Escalar
▪ Superficie	Metro cuadrado (m^2)	Derivada	Escalar
▪ Volumen	Metro cúbico (m^3)	Derivada	Escalar
▪ Densidad	Kilogramo por metro cúbico (kg/m^3)	Derivada	Escalar
▪ Velocidad	Metro por segundo (m/s)	Derivada	Vectorial
▪ Fuerza	Newton (N)	Derivada	Vectorial

2.4.2 Sistema métrico decimal

En tiempos pasados cada país, y en algunos casos cada región, seguía unidades de medida diferentes. Por causa de esta diversidad en cuanto a las medidas, las relaciones comerciales entre los pueblos presentaban muchas dificultades. Es por eso que en 1792, para facilitar las actividades de intercambios (comerciales, científicos, culturales, de datos entre los pueblos), la Academia de Ciencias de París propuso el sistema métrico decimal. Fue implantado como sistema universal por el Tratado del Metro de París en 1875 y confirmado por la primera Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en París en el año 1889.

Progresivamente, este sistema métrico decimal se fue implantando en todos los países, excepto en los de habla inglesa, que se siguieron rigiendo por el sistema inglés o sistema imperial británico durante muchos más años.

Con el tiempo, los distintos países fueron adoptando el sistema en su versión del sistema internacional de unidades y raros son los países que actualmente no lo han adoptado. Entre ellos EUA, Birmania y Liberia.

El sistema métrico decimal es un sistema de unidades en el que los múltiplos y submúltiplos de una unidad de medida están relacionados entre sí por múltiplos o submúltiplos de 10.

El sistema métrico decimal lo utilizamos en la medida de las siguientes magnitudes:

- Longitud
- Masa
- Capacidad
- Superficie
- Volumen

Las unidades de tiempo no pertenecen al sistema métrico decimal al estar relacionadas entre sí por múltiplos y submúltiplos de 60.

- El tiempo es una magnitud del sistema sexagesimal $\boxed{1h = 60' \text{ y } 1' = 60''}$

2.4.3 Unidades de longitud

La unidad de longitud del sistema internacional es el metro (m). Para facilitar la expresión de longitudes grandes o pequeñas se utilizan los múltiplos y los submúltiplos del metro, añadiendo unos prefijos tomados del griego y del latín. El valor de las unidades va de diez en diez, lo mismo que nuestro sistema de numeración, lo que facilita el cambio de unidades.

Los símbolos no son abreviaturas, debe ponerlos tal y como están aquí (en singular, sin puntos, etc.). Para expresar una medida debe emplear una sola unidad: podemos decir *mido 1,70 m*, o también *mido 170 cm*, pero se aconseja no decir *mido 1 m y 70 cm*.

Unidades y símbolos	Equivalencia en metros
Kilómetro (km)	1000 m
Hectómetro (hm)	100 m
Decámetro (dam)	10 m
Metro	1 m

Unidades y símbolos	Equivalencia en metros
Decímetro (dm)	0,1 m
Centímetro (cm)	0,01 m
Milímetro (mm)	0,001 m

Si queremos pasar de una unidad mayor a otra menor, tendremos que multiplicar por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia abajo en la escala lineal.

deca-	Significa multiplicar la unidad por diez.	1 x 10 = 10
hecto-	Significa multiplicar la unidad por cien.	1 x 100 = 10^2
kilo-	Significa multiplicar la unidad por mil.	1 x 1000 = 10^3

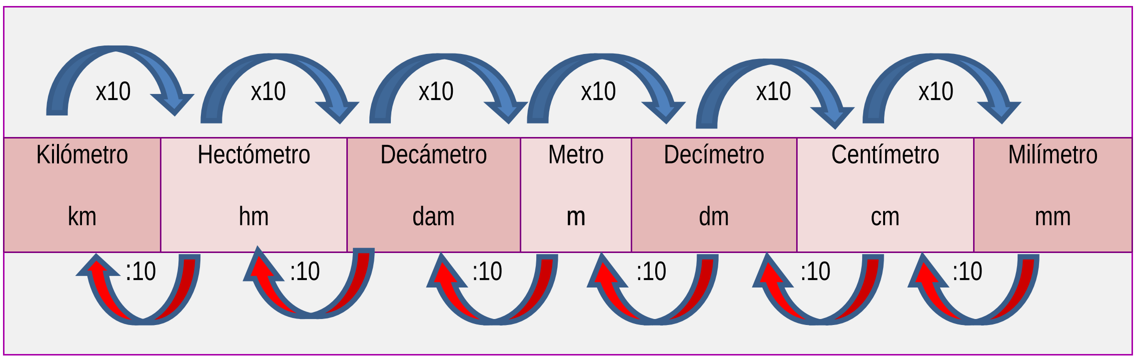
Si queremos pasar de una unidad menor a otra mayor, tendremos que dividir por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia arriba en la escala lineal.

deci-	Significa dividir la unidad en diez partes.	1/10 = 0,1
centi-	Significa dividir la unidad en cien partes.	1/100 = 0,01
mili-	Significa dividir la unidad en mil partes.	1/1000 = 0,001

Para pasar de una **unidad mayor a otra menor,** tendremos que **multiplicar** por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia la derecha.

Para pasar de una **unidad menor a otra mayor,** tendremos que **dividir** por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia la izquierda.

Nos será útil el siguiente esquema:



Actividades resueltas

Exprese 2 km en m.

2 Km = 2000 m	De km a m desplazamos tres lugares hacia la derecha, es decir, multiplicamos por 1000. 2 km = 2 · 1000 = 2000 m

Exprese en m 40 cm.

40 cm = 0,40 m	De cm a m desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 40 cm = 40 : 100 = 0,40 m

Exprese en m 2345 mm.

2345 mm = 2,345 m	De mm a m desplazamos tres lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 1000. 2345 mm = 2345 : 1000 = 2,345 m

Exprese en dam 32 dm.

32 dm = 0,32 dam	De dm a dam desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 32 dm = 32 : 100 = 0, 32 dam

Exprese en hm 56 dm.

56 dm = 0,056 hm	De dm a hm desplazamos tres lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 1000. 56 dm = 56 : 1000 = 0,056 hm

Exprese en m 387 cm.

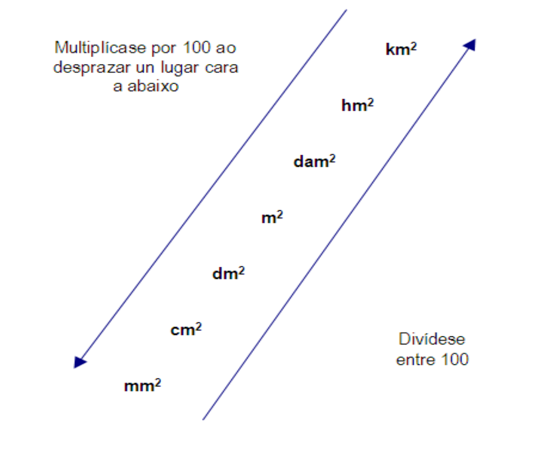
387cm = 3,87 m	De cm a m desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 387 cm = 387 : 100 = 3,87 m

S16. Exprese la misma medida en las distintas unidades.

km	m	dm	cm	mm
				325
			127	
	13			
		9		
5000				

2.4.4 Unidades de superficie

La unidad de superficie en el sistema internacional es el metro cuadrado (m^2). El valor de los múltiplos y de los submúltiplos de la superficie va de cien en cien.



Medidas agrarias

Se utilizan para expresar medidas de campo.
La unidad es el área.

Hectárea	ha = hm^2
Área	a = dam^2
Centiárea	ca = m^2

Para pasar de una **unidad mayor a otra menor** tendremos que **multiplicar** por un 1 seguido de dos ceros por cada lugar que nos desplacemos hacia abajo.

Para pasar de una **unidad menor a otra mayor** tendremos que **dividir** por un 1 seguido de dos ceros por cada lugar que nos desplacemos hacia arriba.

Actividades resueltas

Exprese 2 km^2 en hm^2.

2 Km^2 = 200 hm^2	De km^2 a hm^2 desplazamos un lugar hacia abajo, es decir, multiplicamos por 100. 2 Km^2 = 2 · 100 = 200 hm^2

Exprese 24 200 cm^2 en m^2.

24 200 cm^2 = 2,4200 m^2	De cm^2 a m^2 desplazamos dos lugares hacia arriba, dos ceros por cada lugar ⇒ por lo tanto, dividimos entre 10 000. 24 200 cm^2 = 24 200 : 10 000= 2,4200 m^2

Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado (m^2)		
Kilómetro cuadrado	km^2	km^2 = 1 000 000 m^2
Hectómetro cuadrado	hm^2	1 hm^2 = 10 000 m^2
Decámetro cuadrado	dam^2	1 dam^2 = 100 m^2
Metro cuadrado	1m^2 = 0,01 dam^2 = 0,0001 hm^2 = 0,000001 km^2	
Decímetro cuadrado	dm^2	1 dm^2 = 0,01 m^2
Centímetro cuadrado	cm^2	1 cm^2 = 0,0001 m^2
Milímetro cuadrado	mm^2	1 mm^2 = 0,00001 m^2
1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2		

Actividades propuestas

S17. Sabemos que un cuadrado tiene $16{,}25\ \mathrm{m}^2$ de área. Exprésela en cm^2.

S18. ¿Cuántos dam^2 tiene una superficie de 2,5 m^2 de área?

S19. Un terreno tiene una superficie de 3,5 hm^2 8,2 dam^2 de área. ¿Cuántos m^2 tiene en total?

2.4.5 Unidades de masa

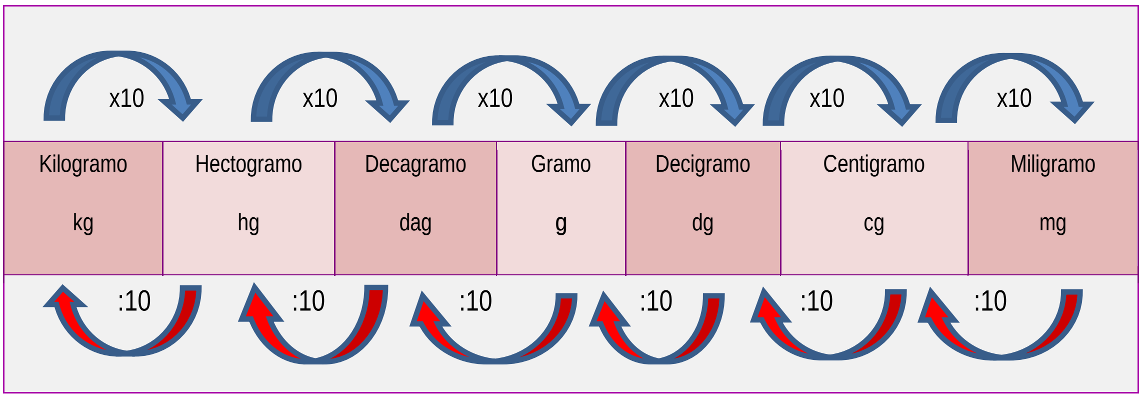
- La masa es la magnitud que expresa la cantidad de materia que tiene un cuerpo.
- Se mide empleando balanzas.
- La unidad del sistema internacional es el kilogramo (kg).

Unidades y símbolos		Equivalencia en quilogramos
Kilogramo	(kg)	1000 g
Hectogramo	(hg)	100 g
Decagramo	(dag)	10 g
Gramo	(g)	1 g
Decigramo	(dg)	0,1 g
Centigramo	(cg)	0,01 g
Miligramo	(mg)	0,001 g

Para pasar de una **unidad mayor a otra menor,** tendremos que **multiplicar** por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia la derecha.

Para pasar de una **unidad menor a otra mayor,** tendremos que **dividir** por un 1 seguido de tantos ceros como lugares nos desplacemos hacia la izquierda.

Nos será útil el siguiente esquema:



Actividades resueltas

Exprese 2 kg en g.

2 Kg = 2000 g	De kg a g desplazamos tres lugares hacia la derecha, es decir, multiplicamos por 1000. 2 kg = 2 · 1000 = 2000 g

Exprese en g 40 cg.

40 cg = 0,40 g	De cg a g desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 40 cg = 40 : 100 = 0, 40 g

Exprese en g 2345 mg.

2345 mg = 2,345 g	De mg a g desplazamos tres lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 1000. 2345 mg = 2345 : 1000 = 2,345 g

Exprese en dag 32 dg.

32 dg = 0,32 dag	De dg a dag desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 32 cg = 32 : 100 = 0, 32 dag

Exprese en g 387 cg

387 cg = 3,87 g	De cg a g desplazamos dos lugares hacia la izquierda, por lo tanto, dividimos entre 100. 387 cg = 387 : 100 = 3,87 g

Actividades propuestas

S20. Convierta 2,5 gramos en:

2,5 g = mg	2,5 g = dag	2,5 g = kg

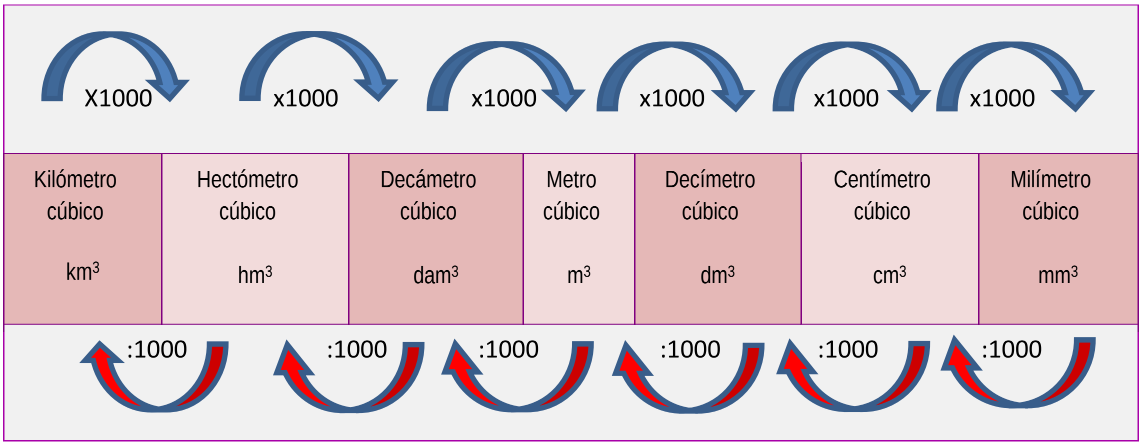
S21. Para expresar la masa de grandes objetos utilizamos la unidad llamada tonelada que equivale a 1000 kg. ¿Cuántos kilogramos tendrá un camión cuya masa es de 2,5 toneladas?

2.4.6 Unidades de volumen

Es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo. En sólidos regulares, como un prisma, se calcula el volumen multiplicando la longitud de sus tres dimensiones (largo, ancho y alto). La unidad es el resultado de multiplicar las tres longitudes. Como cada una de ellas se expresa en metros (m), en el sistema internacional el volumen se medirá en metros cúbicos (m^3). El valor de los múltiplos y submúltiplos del volumen va de mil en mil.

Múltiplos y submúltiplos del metro cúbico (m^3)	
Kilómetro cúbico (km^3)	km^3 = 1 000 000 000 m^3
Hectómetro cúbico (hm^3)	1 hm^3 = 1 000 000 m^3
Decámetro cúbico (dam^3)	1 dam^3 = 1000 m^3
1m^3 = 0,001 dam^3 = 0,000001 hm^3 = 0,000000001 km3	
Decímetro cúbico (dm^3)	1 dm^3 = 0,001 m^3
Centímetro cúbico (cm^3)	1 cm^3 = 0,000001 m^3
Milímetro cúbico (mm^3)	1 mm^3 = 0,000000001 m^3
1m^3 = 1000 dm^3 = 1 000 000 cm^3 = 1 000 000 000 mm^3	

Nos será útil el siguiente esquema:



Para **pasar de una unidad mayor a otra menor,** tendremos que **multiplicar** por un 1 seguido de tres ceros por cada lugar que nos desplacemos hacia la derecha.

Para **pasar de una unidad menor a otra mayor,** tendremos que **dividir** por un 1 seguido de tres ceros por cada lugar que nos desplacemos hacia la izquierda.

Capacidad

A pesar de ser el metro cúbico la unidad de volumen, es probable que esté más familiarizado con el litro (l o L), una unidad relacionada con la **capacidad** que indica el volumen de líquido en un recipiente.

Unidades y símbolos	Equivalencia en litros
Kilolitro kL	1000 L
Hectolitro hL	100 L
Decalitro daL	10 L
Litro L	1 L

Unidades y símbolos	Equivalencia en litros
Decilitro dL	0,1 L
Centilitro cL	0,01 L
Mililitro mL	0,001 L

Relación entre medidas de volumen, masa y capacidad (para agua destilada)			
Unidades de volumen	1 m^3	1 dm^3	1 cm^3
Unidades de capacidad	1 kL	1 L	1 mL
Unidades de masa	1 t	1 kg	1 g

Actividades resueltas

Exprese 56 dam^3 en litros.

56 dam^3 = 56 000 000 L	$56\ dam^3 = 56 \cdot 1\ 000\ 000\ dm^3 = 56\ 000\ 000\ dm^3 = 56\ 000\ 000\ L$

Exprese 4,6 m^3 en litros.

4,6 m^3 = 4600 L	$4{,}6\ \mathrm{m}^3 = 4{,}6\ \mathrm{kL} = 4{,}6 \cdot 1000\ \mathrm{L} = 4600\ \mathrm{L}$

Exprese en g 42 dm^3 de agua destilada.

42 dm^3 = 42 000g	$42\ \mathrm{dm}^3 = 42\ \mathrm{kg} = 42 \cdot 1000\ \mathrm{g} = 42\ 000\ \mathrm{g}$

Exprese 5000 g de agua destilada en dm^3.

5000 g = 5 dm^3	$5000\ \mathrm{g} = 5000 : 1000\ \mathrm{kg} = 5\ \mathrm{kg} = 5\ \mathrm{L} = 5\ \mathrm{dm}^3$

Exprese 3 kg de agua destilada en m^3.

3 kg = 0,003m^3	$3\ kg = 3\ L = 3\ dm^3 = 3 : 1000\ m^3 = 0{,}003\ m^3$

2.4.7 Temperatura

La temperatura es la magnitud que indica el estado térmico de un cuerpo. Su instrumento de medida es el termómetro.	

La unidad de medida que utilizamos habitualmente es la escala de grados Celsius o centígrados (ºC), que le asigna el valor cero (0 ºC) al hielo fundiéndose y el valor cien (100 ºC) al agua hirviendo.

El sistema internacional utiliza la escala Kelvin. El cambio de grados Celsius a kélvines (y viceversa) lo hacemos con las relaciones:

$$T_K = T_C + 273 \quad \text{o bien} \quad T_C = T_K - 273$$

Actividades resueltas

Exprese en grados Celsius las siguientes temperaturas: 290 K y 250 K.

290 K = 17 °C	$T_C = T_K - 273 \Rightarrow T_C = 290 - 273 = 17\ °C$
250 K = −23 °C	$T_C = T_K - 273 \Rightarrow T_C = 250 - 273 = -23\ °C$

Exprese en Kelvin las siguientes temperaturas: 25 °C, −4 °C, 0 °C.

25 °C = 298 K	$T_K = T_C + 273 \Rightarrow T_K = 25 + 273 = 298\ K$
−4 °C = 269 K	$T_K = T_C + 273 \Rightarrow T_K = -4 + 273 = 269\ K$
0 °C = 273 K	$T_K = T_C + 273 \Rightarrow T_K = 0 + 273 = 273\ K$

2.4.8 Tiempo

Aunque no es fácil definirlo, podemos decir que el tiempo es una magnitud que mide el transcurrir de los acontecimientos. ***La unidad de medida en el sistema internacional es el segundo (s).*** También utilizamos otras unidades para medir el tiempo, entre ellas las más comunes son los minutos, las horas, los días y los años.

1 min = 60 s   1 h = 60 min

Actividades resueltas

Indique los segundos que tienen una hora y un día.

1 hora = 3600 s	1 hora = 60 minutos $\Rightarrow$ 1 hora $= 60 \cdot 60\ s = 3600\ s$
1 día = 86 400 s	1 día = 24 horas $\Rightarrow$ 24 horas $= 24 \cdot 60\ \text{min} = 1440\ \text{min} = 1440 \cdot 60\ \text{s} = 86\,400\ \text{s}$

2.4.9 Densidad

Es la magnitud que mide, en cierto modo, lo "concentrada" que está la masa en un cuerpo. Por ejemplo, el plomo tiene una densidad mayor que la madera. Esto quiere decir que si cogemos dos bolas de igual volumen de plomo y de madera, la de plomo ha de tener una masa mayor. *La densidad de una sustancia es una magnitud derivada* y expresa la relación entre la masa y el volumen de un cuerpo. Se expresa matemáticamente mediante esta fórmula:

$densidad = \frac{masa}{volumen}$	o utilizando estos símbolos:	$d = \frac{m}{V}$

El valor de la densidad de una substancia no depende del tamaño de la muestra que se utiliza; la densidad de una pepita de oro es la misma que la densidad de un lingote de oro.

Para cada substancia, la cantidad de masa que cabe en un volumen concreto es única, por eso la densidad es una propiedad específica de la materia.

Ya que en el sistema internacional (SI) la masa se expresa en kg y el volumen en m^3, la unidad de la densidad en ese sistema internacional es kg/m^3. Otras unidades muy usadas son los g/cm^3 ($1\ g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$).

La densidad de los sólidos es, en general, mayor que la de los líquidos y la de los líquidos es mayor que la de los gases. Veamos algunos ejemplos de densidades en distintos materiales:

Materia	Agua del mar	Gasolina	Plomo	Mercurio	Oro	Hielo	Agua	Alcohol	Oxígeno
Densidad kg/m^3	1030	900	11 300	13 600	19 300	920	1000	790	1,13

Actividades resueltas

¿Cuáles de las sustancias de la tabla anterior flotan en la agua?

Solución	Al juntar sustancias inmiscibles (que no se mezclan) de densidades diferentes, las menos densas flotan sobre las de mayor densidad. Entonces, flotarán en el agua la gasolina, el hielo, el alcohol y el oxígeno.

2.5 Los factores de conversión

La conversión de unidades es la transformación de una cantidad, expresada en una cierta unidad de medida, en otra equivalente, que puede ser del mismo sistema de unidades o no.

- El **factor de conversión** es una operación matemática que se utiliza para realizar cambios de unidades de la misma magnitud.

- La operación matemática utilizada es la multiplicación de fracciones.
- Consiste en multiplicar por una fracción que vale la unidad, ya que el numerador y el denominador son medidas iguales pero expresadas en distinta unidad. Por ejemplo, $\frac{1\ (\mathrm{km})}{1000\ (\mathrm{m})} = 1$, $\frac{1\ (\mathrm{g})}{10\ (dg)} = 1$, $\frac{3600\ (\mathrm{s})}{1\ (\mathrm{h})} = 1$. Estas fracciones equivalen a la unidad, puesto que el numerador y el denominador valen el mismo.

Vamos a ver ahora dos ejemplos detallando cada paso. En el primero ejemplo intervienen un solo factor de conversión, en el segundo ejemplo son necesarios dos factores de conversión.

Procedimiento con un solo factor de conversión

Ejemplo: pasar la longitud de 1400 m a km.

Paso	Procedimiento	Ejemplo: pasar 1400 m a km
1	Leer el enunciado, identificar la unidad que queremos quitar y la unidad a la que queremos llegar.	– Unidad que queremos quitar: m – Unidad a la que queremos llegar: km
2	Escribir el dato inicial con su unidad correspondiente.	1400 m
3	Escribir a continuación el signo de multiplicación y la raya de fracción.	$1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{\quad}{\quad} =$
	Escribir las unidades	
4	Escribir en el denominador la unidad que queremos quitar.	La unidad que queremos quitar es m: $1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{\quad}{\mathrm{m}} =$
5	Escribir en el numerador la unidad a la que queremos llegar.	$1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{km}{m} =$
	Escribir los valores numéricos	
6	Colocar siempre delante de la unidad mayor un "1".	Como el km es mayor que el m, colocamos el "1" delante del km $1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{\mathrm{m}} =$
7	Delante de la otra unidad escribimos el valor que relaciona a ambas.	Como 1 km = 1000 m $1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{1000\ \ \mathrm{m}} =$
	Hacemos las operaciones para calcular el resultado	
8	Multiplicamos todas las cantidades del numerador.	$1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{1000\ \ \mathrm{m}} = \frac{1400 \cdot 1}{1 \cdot 1000} = \frac{1400}{1000}$
9	Multiplicamos todas las cantidades del denominador.	
10	Calculamos la división.	$1400\ \mathrm{m} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{1000\ \ \mathrm{m}} = \frac{1400 \cdot 1}{1 \cdot 1000} = \frac{1400}{1000} = 1{,}4$
11	Eliminamos todas las unidades iguales siempre que una se encuentre en el numerador y otra en el denominador (es decir que estén cruzadas).	$1400\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{1000\ \ \cancel{\mathrm{m}}} = \frac{1400}{1000} = 1{,}4$
12	La unidad resultante será aquella que se encuentre sin tachar.	$1400\ \cancel{\mathrm{m}} \cdot \frac{1\ \ \mathrm{km}}{1000\ \ \cancel{\mathrm{m}}} = \frac{1400}{1000} = 1{,}4\ \mathrm{km}$
	Recuerde	
	- Las unidades que queremos eliminar deben estar cruzadas: $\left(\frac{una\ en\ el\ numerador}{la\ otra\ en\ el\ denominador}\right)$. - Delante de la unidad mayor colocamos un "1". - Se tachan las dos unidades iguales (siempre que estén cruzadas). - El resultado numérico es la multiplicación de las fracciones.	

Actividades resueltas

Exprese 56 km en metros empleando los factores de conversión.

56 km = 56 000 m	$56\ \cancel{km} \cdot \frac{1000\ \ m}{1\ \cancel{km}} = 56 \cdot 1000\ = 56\ 000$ m

Exprese 12 horas en segundos empleando los factores de conversión.

12 h = 43 200 s	$12\ \cancel{h} \cdot \frac{3600\ \ s}{1\ \cancel{h}} = 12 \cdot 3600\ = 43\ 200$ s

Exprese en gramos 80 hectogramos empleando los factores de conversión.

80 hg = 8000 g	$80\ \cancel{hg} \cdot \frac{100\ \ g}{1\ \cancel{hg}} = 80 \cdot 100\ = 800$ g

Exprese 12 cm^3 en m^3 empleando los factores de conversión.

12 cm^3 = 0,000012 m^3	$12\ \cancel{cm^3} \cdot \frac{1\ m^3}{1\ 000\ 000\ \cancel{cm^3}} = \frac{12}{1\ 000\ 000} = 0{,}000012\ \mathrm{m}^3$

Exprese 12 cm en m empleando los factores de conversión.

12 cm = 0,12 m	$12\ \cancel{cm} \cdot \frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \cancel{cm}} = \frac{12}{100} = 0{,}12\ \mathrm{m}$

Exprese 7000 dg en kg empleando los factores de conversión.

7000 dg = 0,7 kg	$7000\ \cancel{dg} \cdot \frac{1\ \mathrm{kg}}{10\ 000\ \cancel{dg}} = \frac{7000}{10\ 000} = 0{,}7\ \mathrm{kg}$

Exprese cantos minutos tiene un día empleando los factores de conversión.

1 día = 1440 min	$1\ \cancel{día} \cdot \frac{24\ \cancel{h}}{1\ \cancel{día}} \cdot \frac{60\ min}{1\ \cancel{h}} = \frac{24 \cdot 60}{1 \cdot 1} = 1440\ \mathrm{min}$

Exprese 720 minutos en horas empleando los factores de conversión.

720 min = 12 h	$720\ \cancel{min} \cdot \frac{1\ \mathrm{h}}{60\ \cancel{min}} = \frac{720 \cdot 1}{60} = 12\ \mathrm{h}$

Exprese 25 680 mm^2 en m^2 empleando los factores de conversión.

25 685 mm^2 = 0,025685 m^2	$25\ 685\ \cancel{mm^2} \cdot \frac{1\ \mathrm{m}^2}{1\ 000\ 000\ \cancel{mm^2}} = \frac{25\ 685\ \cdot 1}{1\ 000\ 000} = 0{,}025685\ m^2$

- Procedimiento con dos factores de conversión. [Pasar 72 $\frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$ **a** $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$]

Paso	Procedimiento	Ejemplo: pasar 1400 m a km
1	Fijémonos en la unidad que se encuentra en el numerador (km) y realizamos los siete primeros pasos de la tabla anterior.	– Unidad que queremos quitar: km – Unidad a la que queremos llegar: m *Realizados los pasos indicados llegamos al siguiente:* $72\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} =$
2	Escribir otra raya de fracción que multiplica a la anterior y realizamos todos los pasos siguiendo el mismo razonamiento.	$72\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{\quad}{\quad} =$
	Escribir las **unidades**	
4	Escribir en el numerador la unidad que queremos quitar (h). (Se coloca ahora en el numerador porque la unidad que queremos quitar (h) se encuentra inicialmente en el denominador).	Unidad que queremos quitar es h (que se encuentra en el denominador) $72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{\text{h}}{\quad} =$
5	Escribir en el denominador la unidad a la que queremos llegar	$72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{\text{h}}{s} =$
	Escribir los **valores numéricos**	
6	Colocar siempre delante de la unidad mayor un “1”.	Como la “h” es mayor que el “s” colocamos el “1” delante de “h” $72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{s} =$
7	Delante de la otra unidad escribimos el valor que relaciona ambas.	Como 1h = 3600 s $72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ s} =$
	Hacemos las operaciones para calcular el **resultado**	
8 9	Multiplicamos todas las cantidades del numerador. Multiplicamos todas las cantidades del denominador.	$72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ s} = \frac{72 \cdot 1000 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 3600} = \frac{72000}{3600}$
10	Calculamos la división.	$72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ s} = \frac{72\,000}{3600} = 20$
11	Eliminamos todas las unidades iguales siempre que una se encuentre en el numerador y otra en el denominador (es decir que estén cruzadas).	$72\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ s} = \frac{72\,000}{3600} = 20$
12	Las unidades resultantes serán aquellas que se encuentren sin tachar.	$72\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ s} = \frac{72\,000}{3600} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
	Recuerde	
	- Las unidades que queremos eliminar tienen que estar cruzadas: $\left(\frac{\text{una en el numerador}}{\text{la otra en el denominador}}\right)$. - Delante de la unidad mayor colocamos un “1”. - Se tachan dos unidades iguales (siempre que estén cruzadas). - El resultado numérico es la multiplicación de las fracciones.	

Actividades resueltas

Exprese 120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ empleando los factores de conversión.

$120\,\frac{km}{h} = 33{,}3\,\frac{m}{s}$	$120\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ s} = \frac{120 \cdot 1000 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 3600} = \frac{120\,000}{3600} = 33{,}3\,\frac{m}{s}$

Exprese 20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ en $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ empleando los factores de conversión.

$20\,\frac{m}{s} = 72\,\frac{km}{h}$	$20\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\ km}{1000\ \cancel{m}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1h} = \frac{20\cdot 1\cdot 3600}{1000\cdot 1} = \frac{72\,000}{1000} = 72\,\frac{km}{h}$

Exprese 5 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ en $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ empleando los factores de conversión.

$5\,\frac{g}{cm^3} = 5000\,\frac{kg}{m^3}$	$5\,\frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{1\ kg}{1000\ \cancel{g}} \cdot \frac{1\,000\,000\ \cancel{cm^3}}{1m^3} = \frac{5\cdot 1\cdot 1\,000\,000}{1000\cdot 1} = \frac{5\,000\,000}{1000} = 5000\,\frac{kg}{m^3}$

Exprese 2000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ empleando los factores de conversión.

$2000\,\frac{kg}{m^3} = 2\,\frac{g}{cm^3}$	$2000\,\frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{1\,000g}{1\,\cancel{kg}} \cdot \frac{1\,\cancel{m^3}}{1\,000\,000\ cm^3} = \frac{2000\cdot 1000\cdot 1}{1\cdot 1\,000\,000} = \frac{2\,000\,000}{1\,000\,000} = 2\,\frac{g}{cm^3}$

Exprese 108 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ empleando los factores de conversión.

$108\,\frac{km}{h} = 30\,\frac{m}{s}$	$108\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = \frac{108\cdot 1000\cdot 1}{1\cdot 1\cdot 3600} = \frac{108\,000}{3600} = 30\,\frac{m}{s}$

Exprese 1,2 $\frac{\mathrm{hg}}{\mathrm{dm}^3}$ en $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ empleando los factores de conversión.

$1{,}2\,\frac{hg}{dm^3} = 120\,\frac{kg}{m^3}$	$1{,}2\,\frac{\cancel{hg}}{\cancel{dm^3}} \cdot \frac{100\ \cancel{g}}{1\ \cancel{hg}} \cdot \frac{1kg}{1000\cancel{g}} \cdot \frac{1000\cancel{dm^3}}{1\ m^3} = \frac{1{,}2\cdot 100\cdot 1\cdot 1000}{1\cdot 1\cdot 1000\cdot 1} = \frac{120\,000}{1000} = 120\,\frac{kg}{m^3}$

Exprese 108 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ empleando los factores de conversión.

$90\,\frac{dam}{h} = 0{,}25\,\frac{m}{s}$	$90\,\frac{\cancel{dam}}{\cancel{h}} \cdot \frac{10\ m}{1\ \cancel{dam}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = \frac{90\cdot 10\cdot 1}{1\cdot 1\cdot 3600} = \frac{900}{3600} = 0{,}25\,\frac{m}{s}$

Exprese 6,4 $\frac{\mathrm{dag}}{\mathrm{dm}^3}$ en $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ empleando los factores de conversión.

$6{,}4\,\frac{dag}{dm^3} = 64\,\frac{kg}{m^3}$	$6{,}4\,\frac{\cancel{dag}}{\cancel{dm^3}} \cdot \frac{10\ \cancel{g}}{1\ \cancel{dag}} \cdot \frac{1kg}{1000\cancel{g}} \cdot \frac{1000\cancel{dm^3}}{1\ m^3} = \frac{6{,}4\cdot 10\cdot 1\cdot 1000}{1\cdot 1\cdot 1000\cdot 1} = \frac{64\,000}{1000} = 64\,\frac{kg}{m^3}$

Actividades propuestas

S22. Empleando los factores de conversión, transforme las siguientes unidades.

a) 28 kg → g	
b) 324 500 mg → kg	
c) 3 cg → hg	
d) 3 cg → mg	
e) 5000 mg → g	
f) 0,65 dag → mg	

S23. Empleando los factores de conversión, transforme las siguientes unidades.

a) 24 s → min	
b) 18 h → $\mathrm{días}$	
c) 150 min → s	
d) 10 800 s → h	

S24. Empleando los factores de conversión, transforme las siguientes unidades

a) 9 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \rightarrow \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	
b) 80 $\frac{m}{s} \rightarrow \frac{\mathrm{km}}{h}$	
c) 1000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \rightarrow \frac{\mathrm{g}}{c\mathrm{m}^3}$	
d) 180 $\frac{dam}{h} \rightarrow \frac{m}{s}$	
e) 40 $\frac{m}{s} \rightarrow \frac{km}{h}$	

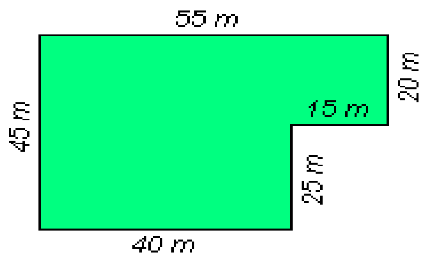
2.6 Perímetros y áreas de figuras planas

2.6.1 Perímetros y áreas

- **Perímetros**

El perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de los lados y se expresa en unidades de longitud. El perímetro de una figura suele representarse con la letra P.

Supongamos que queremos cerrar un terreno con forma de polígono, de las dimensiones indicadas en la figura, con un hilo de alambre que lo rodee perimetralmente. ¿Cuántos metros de alambre harán falta para el cierre?



Para responder a esta pregunta deberemos sumar las medidas de todos los lados:

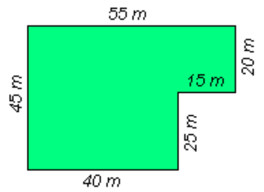
P = 55 m + 45 m + 40 m + 25 m + 15 m + 20 m = 200 m

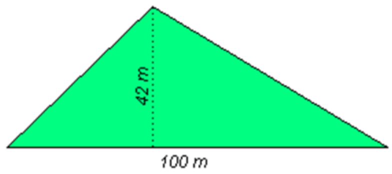
Necesitamos 200 m de alambre. Esta medida es el perímetro del terreno.

Por lo tanto, vemos que el perímetro de un polígono resulta de sumar cada uno de los lados del polígono. Las medidas deben estar en las mismas unidades para poder ser sumadas.

- **Áreas**

Supongamos ahora que queremos comparar la extensión del terreno anterior con otro terreno de forma triangular, de las dimensiones indicadas en la figura. ¿Cuál tendrá mayor extensión?





En este caso deberemos calcular el área de cada uno de los terrenos. El área de una figura es la medida de su superficie y se expresa en unidades de superficie.

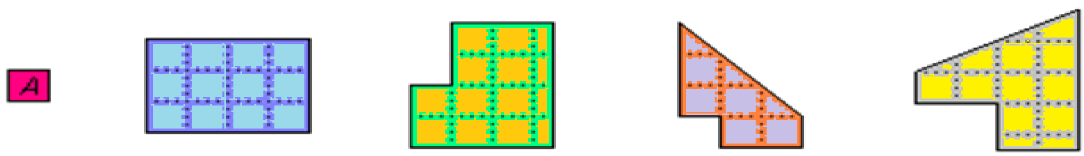
Medir una superficie consiste en establecer una unidad de medida y determinar cuántas veces está contenida la unidad en la figura.

La medida de la superficie se puede realizar de modo:

- **Directo**, contando el número de veces que está contenida la unidad en la figura que estamos midiendo.

- **Indirecto**, por medio de fórmulas matemáticas.

Veamos cómo se puede **medir directamente** el área de las siguientes figuras, tomando el cuadrado "**A**" rojo como unidad de medida. Para saber su área es preciso comprobar cuántas veces cabe el cuadrado unidad en cada una. Observe que en cada figura podemos unir varias partes menores que la unidad para formar una unidad completa.



Como puede comprobar, las áreas respectivas de las figuras son, por orden, 12 unidades, 12 unidades, 6,5 unidades y 11 unidades.

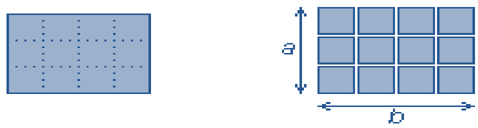
Medir el área de una figura de modo directo resulta difícil cuando no podemos formar unidades enteras con las partes de la unidad. En ese caso es mejor efectuar la medición de **modo indirecto, utilizando fórmulas matemáticas.**

2.6.2 Áreas de polígonos

Como comentábamos en el punto anterior, medir el área de una figura plana por el método directo no siempre es fácil al no poder formar unidades enteras con las partes de la unidad. Por eso, en este punto estudiaremos el **método indirecto** del cálculo de superficies de las figuras planas **a través de fórmulas matemáticas.**

ÁREA DEL RECTÁNGULO

Si tomamos el lado del cuadro como unidad de longitud y designamos las medidas del rectángulo como *base (b)* y *altura (a),* la fórmula del área del rectángulo será el producto de la base por la altura, ambas expresadas en las mismas unidades:

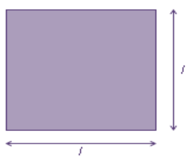


$A = b \times a$

[Área del rectángulo = base x altura]

ÁREA DEL CUADRADO

Cualquier cuadrado de lado ***l*** puede ser considerado como un rectángulo con la base igual que la altura.

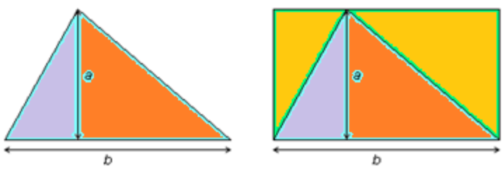


$A = \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{l} = \boldsymbol{l}^2$

[Área del cuadrado = lado x lado]

ÁREA DEL TRIÁNGULO

Vea el siguiente triángulo. Si lo inscribimos en un rectángulo con la misma base y altura, observe que el área del triángulo es la mitad de la del rectángulo.

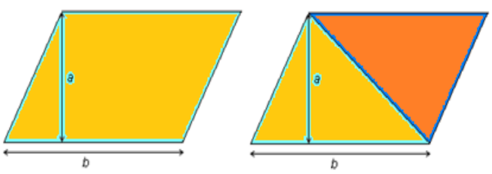


$A = \frac{\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}}{\mathbf{2}}$

[Área del triángulo = $\frac{\text{base x altura}}{2}$]

ÁREA DEL ROMBOIDE

Si observa el siguiente romboide, verá que su área es el doble del área del triángulo con la misma base y la misma altura.

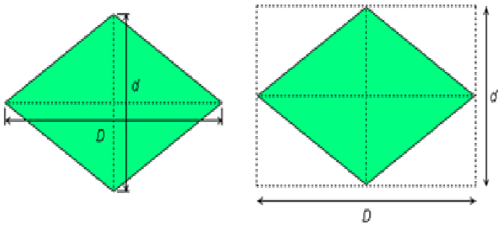


$A = 2 \cdot \left(\frac{b \cdot a}{2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{A} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}$

[Área del romboide = base x altura]

ÁREA DEL ROMBO

Las dimensiones características del rombo son, además del lado, las diagonales, llamadas *diagonal mayor (D)* y *diagonal menor (d)*. Si inscribimos el rombo en un rectángulo de lados iguales a las diagonales del rombo, podemos ver que el área del rombo es exactamente igual a la mitad del área del rectángulo.

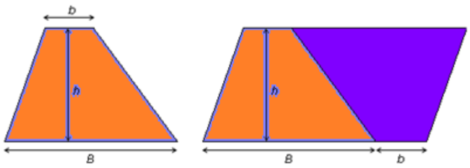


$$\mathrm{A} = \frac{\boldsymbol{D \cdot d}}{\mathbf{2}}$$

$$\text{Área del rombo} = \frac{\textbf{diagonal mayor x diagonal menor}}{\mathbf{2}}$$

ÁREA DEL TRAPECIO

El trapecio es un cuadrilátero con dos lados paralelos, base mayor (B) y base menor (b). Si duplicamos el trapecio y los disponemos como se indica, obtenemos un romboide de base (B + b) y altura h igual a la del trapecio original. Luego, su área es la mitad del área del romboide.



$$\mathrm{A} = \frac{\boldsymbol{(B+b)\cdot h}}{\mathbf{2}}$$

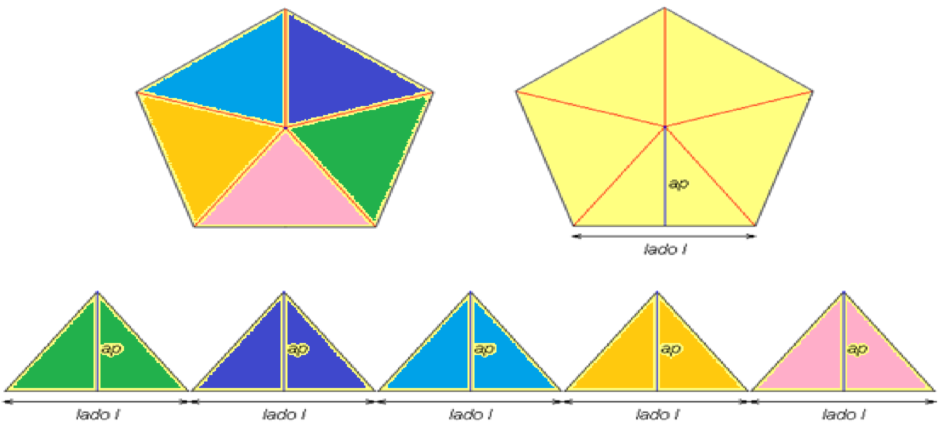
$$\text{Área del trapecio} = \frac{\textbf{área del romboide}}{\mathbf{2}}$$

$$\text{Área del trapecio} = \frac{\textbf{((B + b) x altura)}}{\mathbf{2}}$$

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

Los polígonos regulares se caracterizan por tener un centro equidistante de cada uno de los vértices, por lo que es posible descomponerlos en triángulos iguales de base igual al lado l del polígono y de altura igual a la apotema ap.

En este caso estudiamos el área de un pentágono regular. Vemos como lo podemos descomponer en cinco triángulos iguales. Por lo tanto, el área del pentágono coincide con el área total de los cinco triángulos.



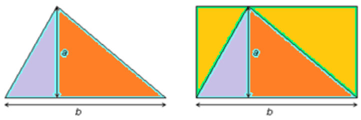
El ÁREA DE CADA TRIÁNGULO	ÁREA TOTAL CINCO TRIÁNGULOS = ÁREA DEL POLÍGONO
$\mathrm{A} = \frac{lado \text{ x } ap}{2}$	$\mathrm{A}_{\text{(total 5 triángulos)}} = 5 \cdot \left[\frac{lado \text{ x } ap}{2}\right] = \frac{5 \text{ x } lado \text{ x } ap}{2}$
El perímetro (P) del pentágono es igual a la suma de los lados del pentágono $\Rightarrow P = \underbrace{l + l + l + l + l} = 5 \text{ x } l$	Como el área total de los 5 triángulos es igual al área del polígono regular, substituyendo en la fórmula anterior la expresión $5 \text{ x } l = P$ obtendremos la fórmula para calcular el área de un polígono regular cualquiera.

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

$$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{P \cdot ap}}{\mathbf{2}}$$

Cuadro resumen de las áreas de figuras planas

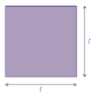
ÁREA DEL TRIÁNGULO



$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

[Área del triángulo = $\frac{\text{base x altura}}{2}$]

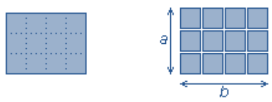
ÁREA DEL CUADRADO



$$A = l \cdot l = l^2$$

[Área del cuadrado = lado x lado]

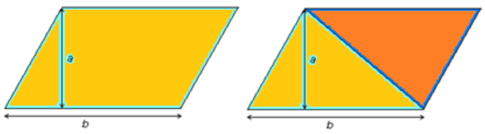
ÁREA DEL RECTÁNGULO



A = b x a

[Área del rectángulo = base x altura]

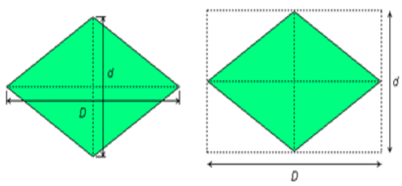
ÁREA DEL ROMBOIDE



$$A = 2 \cdot \left(\frac{b \cdot a}{2}\right) \Rightarrow A = b \cdot a$$

[Área del romboide = base x altura]

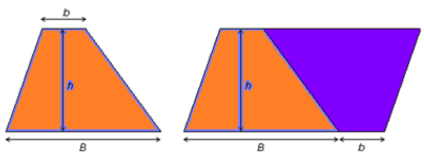
ÁREA DEL ROMBO



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Área del rombo = $\frac{\text{diagonal mayor x diagonal menor}}{2}$

ÁREA DEL TRAPECIO

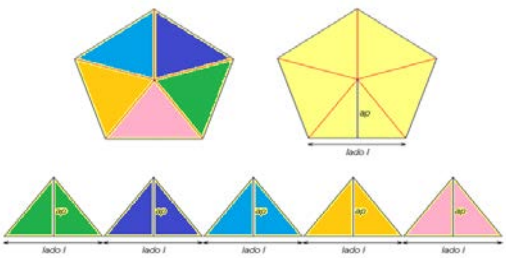


$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

Área del trapecio = $\frac{\text{área del romboide}}{2}$

Área del trapecio $= \frac{\text{((B+b) x altura)}}{2}$

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

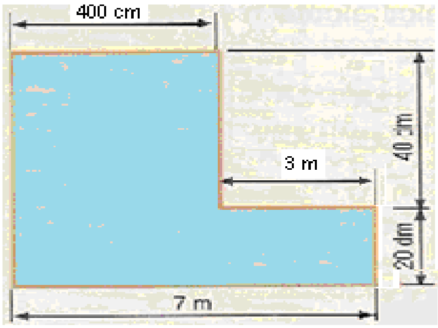


$$A = \frac{P \cdot ap}{2}$$

$$A = \frac{perímetro \cdot apotema}{2}$$

Actividades resueltas

Calcule el perímetro de la siguiente figura.

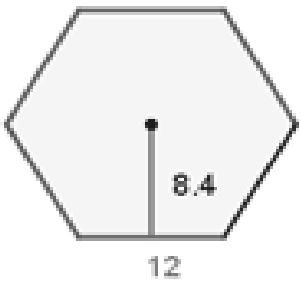


Sumaremos los lados consecutivamente. Para seguir un orden, comenzaremos por la base e iremos sumando los lados en el sentido contrario a las agujas del reloj. Como para sumar las medidas tienen que estar en las mismas unidades, sumaremos todas pasándolas a metros:

7 m + 20 dm + 3 m + 40 dm + 400 cm + (40 dm + 20 dm) =

= 7 m + 2 m + 3 m + 4 m + 4 m + (4 m + 2 m) = 26 m

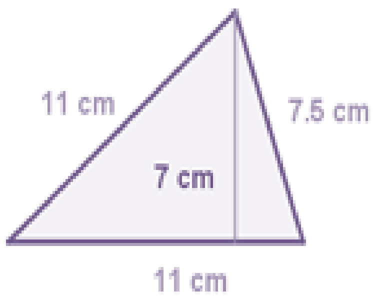
Calcule el perímetro y el área del siguiente polígono regular. Las medidas están en cm.



PERÍMETRO
Al ser polígono regular, todos los lados son iguales. Por lo tanto, el perímetro será igual a la medida de un lado por el número de lados.
P $= 6 \cdot 12 = 72\ cm$

ÁREA
El área de un polígono regular es igual a perímetro por apotema dividido entre dos:
A $= \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{72 \cdot 8{,}4}{2} = \frac{604{,}8}{2} = 302{,}4\ \text{cm}^2$

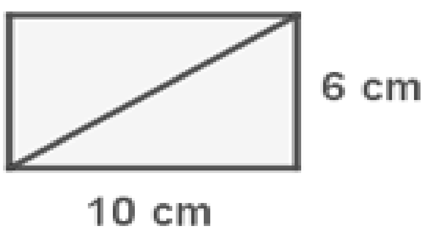
Calcule el área del siguiente triángulo. Las medidas están en cm.



PERÍMETRO
Sumamos todos los lados:
P $= 11 + 7{,}5 + 11 = 29{,}5\ cm$

ÁREA
El área de un triángulo es igual a base por altura dividido entre dos:
A $= \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 7}{2} = \frac{77}{2} = 38{,}5\ cm^2$

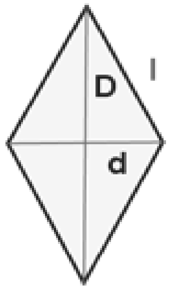
Calcule el perímetro y el área de un rectángulo de 10 cm de base y 6 cm de altura.



PERÍMETRO
Sumamos todos los lados:
P $= 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 = 2 \cdot (10 + 6) = 2 \cdot 16 = 32\ cm$
También se puede hallar: P $= 10 + 6 + 10 + 6 = 32\ cm$

ÁREA
El área de un rectángulo es igual a base por altura:
A $= b \cdot h = 10 \cdot 6 = 60\ cm^2$

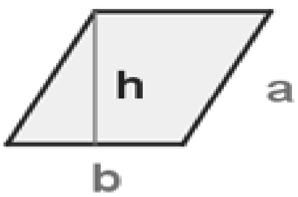
Calcule el perímetro y el área de un rombo que tiene por diagonales 30 y 16 cm y su lado mide 17 cm.

	PERÍMETRO Sumamos todos los lados. Como el rombo tiene 4 lados iguales: P $= 17 + 17 + 17 + 17 = 4 \cdot 17 = 68\ cm$
	ÁREA El área de un rombo es igual a diagonal mayor por diagonal menor entre dos. A $= \frac{D \cdot d}{2} = \frac{30 \cdot 16}{2} = \frac{480}{2} = 240\ cm^2$

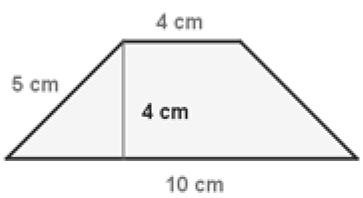
Calcule el perímetro y el área de un cuadrado de 8 cm de lado.

	PERÍMETRO Sumamos todos los lados. Como el cuadrado tiene 4 lados iguales: P $= 8 + 8 + 8 + 8 = 4 \cdot 8 = 32\ cm$
	ÁREA El área de un cuadrado es igual a lado al cuadrado: A $= l^2 = 8^2\ = 64\ cm^2$

Calcule el perímetro y el área de un romboide b = 4, a = 6 cm de lados y h = 4,5 cm.

	PERÍMETRO Sumamos todos los lados: P $= 4 + 6 + 4 + 6 = 20\ cm$ P $= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 2 \cdot (4 + 6) = 2 \cdot 10 = 20\ cm$
	ÁREA El área de un romboide es igual a base por altura: A $= b \cdot h = 4 \cdot 4{,}5\ = 18\ cm^2$

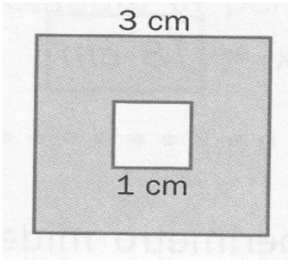
Calcule el perímetro y el área del siguiente trapecio.

	PERÍMETRO Sumamos todos los lados: P $= 10 + 5 + 4 + 5 = 24\ cm$
	ÁREA El área de un trapecio es igual a la semisuma de las bases por la altura: A $= \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(10 + 4) \cdot 4}{2} = \frac{56}{2} = 28\ cm^2$

Actividades propuestas

S25. En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 38 cm cada uno. Si el perímetro mide un metro, ¿cuánto mide el otro lado?

S26. Calcule la parte sombreada de la siguiente figura.

S27. Calcule el área de un decágono regular cuyo lado mide 32,5 cm y su apotema 5 decímetros.

S28. Calcule el área de un rectángulo de 2 dm de altura y 35 cm de base.

S29. Ordene las siguientes figuras de menor a mayor área.

a) Cuadrado de 8 cm de lado. b) Rectángulo de 12 cm de base y 5 cm de altura. c) Triángulo de 18 cm de base y 10 cm de altura.	

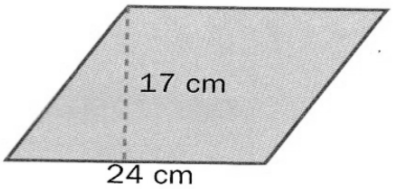
S30. Complete la siguiente tabla donde aparecen distintas dimensiones de triángulos.

Base	16 cm	88 cm	22 cm		8 cm
Altura	12 cm	48 cm		6 m	
Área	$96\ cm^2$		$55\ cm^2$	$21m^2$	$8\ cm^2$

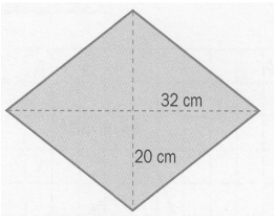
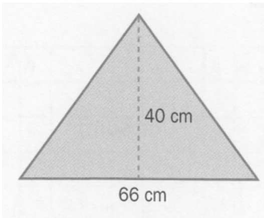
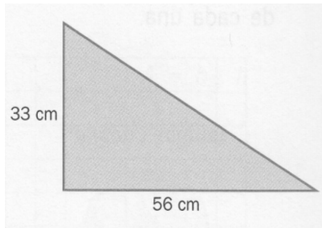
S31. Calcule el área de un cuadrado cuyo perímetro es de 32 metros.

S32. Calcule cuánto mide el lado de un cuadrado que tiene 81 metros cuadrados de área.

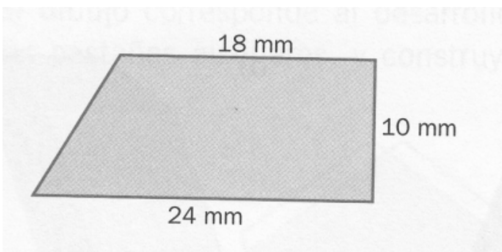
S33. Calcule el área de la siguiente figura geométrica.

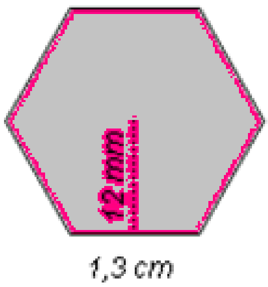
S34. Calcule el área de las siguientes figuras geométricas.

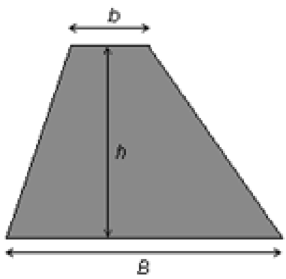
S35. Calcule la superficie del siguiente trapecio.

S36. Calcule el área del siguiente polígono regular, de 12 mm de apotema y 1,3 cm de lado, utilizando la fórmula adecuada.

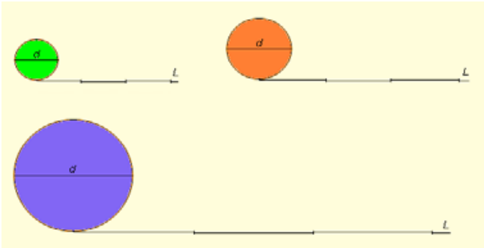
S37. Calcule el área del siguiente trapecio sabiendo que B = 1,2 dm, b = 8 cm y h = 50 mm.

	A = $\frac{(12\ cm + 8\ cm) \cdot 5\ cm}{2} = \frac{100}{2} = \mathbf{50\ cm^2}$

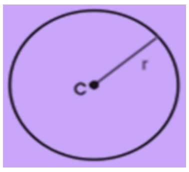
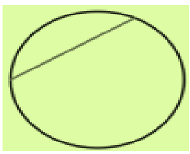
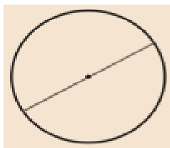
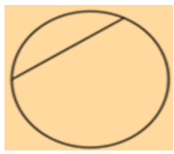
2.6.3 Circunferencia y círculo

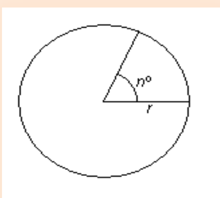
Circunferencia

Una circunferencia es una curva cerrada en la que todos sus puntos están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

<table>
<tr><th colspan="2">LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA</th></tr>
<tr><td colspan="2">La longitud de la circunferencia depende de su diámetro, ya que ambas magnitudes, longitud (L) y diámetro (d), están relacionadas, como es bien sabido desde la antigüedad.
En todas las circunferencias se cumple que el cociente entre la longitud y la medida del diámetro es aproximadamente 3,1416, es decir, algo más de tres veces la longitud del diámetro. Este número se representa por la letra griega pi (π).
La longitud de una circunferencia será dos veces el número π multiplicado por el radio.</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>$\pi = \frac{longitud\ de\ la\ circunferencia\ (L)}{diámetro\ (d)}$</td></tr>
<tr><td>Entonces,
$L = \pi \cdot d$
$Y\ como\ el\ diámetro = 2r$
$L = \pi \cdot 2 \cdot r = 2\,\pi\,r$</td></tr>
</table>

Elementos de la circunferencia

Radio	Cuerda	Diámetro	Arco
			
El radio es el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de esta.	Cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia.	Cualquier cuerda que pase por el centro de la circunferencia.	Parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos de ella. A cada cuerda le corresponden dos arcos.

<table>
<tr><th colspan="2">LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA</th></tr>
<tr><td colspan="2">Cualquier circunferencia completa mide 360°, es decir un arco completo = 360°. La longitud de un arco, por lo tanto, será directamente proporcional a su número de grados (n°). Si a la circunferencia le corresponde un ángulo completo (360°), al arco le corresponderá un ángulo de (n°).</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Establecemos una regla de tres:
$\left.\begin{matrix} 2\pi r \longrightarrow 360° \\ L_{arco} \rightarrow \quad n° \end{matrix}\right\} \Rightarrow L_{arco} = n° \cdot \frac{2\pi r}{360°}$</td></tr>
<tr><td>$L_{arco} = n° \cdot \frac{2\pi r}{360°}$</td></tr>
</table>

Círculo

El círculo es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.

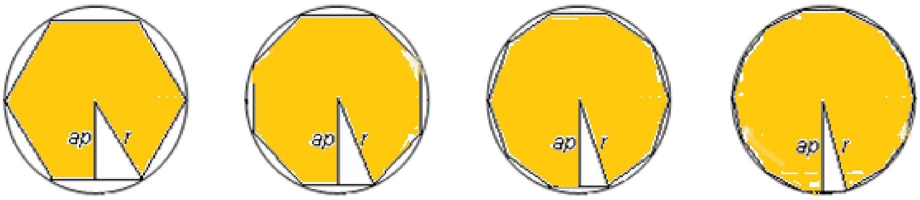
Podríamos decir que un círculo es un polígono regular con muchos lados.

ÁREA DEL CÍRCULO

El área del círculo se deduce sabiendo que el área interior de cualquier polígono regular es igual al producto del perímetro por la apotema dividido entre 2:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2}$$

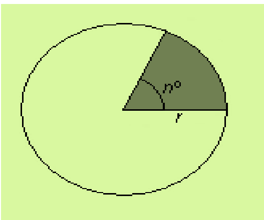
Como se puede comprobar en la figura, si consideramos la circunferencia como un polígono regular de infinitos lados, el perímetro coincide con la longitud de la circunferencia ($P = 2\pi r$) y la apotema con el radio ($a_p = r$).



$$A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{2\,\pi \cdot r \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow \; A = \pi \cdot r^2$$

ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR

Un sector circular es la parte de un círculo que está limitada por dos radios y su arco.
De igual modo que razonamos el cálculo de la longitud de un arco de circunferencia, el área de un sector circular es directamente proporcional a su número de grados (n°).
Si a todo el círculo le corresponde un ángulo completo (360°), al sector circular le corresponderá un ángulo de (n°).



Establecemos una regla de tres:

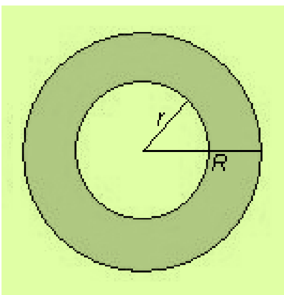
$$\left.\begin{array}{l} \pi \cdot r^2 \longrightarrow 360° \\ A_{sector\ circ.} \longrightarrow \mathbf{n°} \end{array}\right\} \Rightarrow A_{sector\ circ.} = n° \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360°}$$

$$\boldsymbol{A_{sector\ circ.} = n° \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360°}}$$

ÁREA DE UNA CORONA CIRCULAR

Una corona circular es la zona comprendida entre dos circunferencias que tienen el mismo centro y distinto radio.

Para calcular esta área, calculamos el área del círculo mayor y le restamos el área del círculo menor.

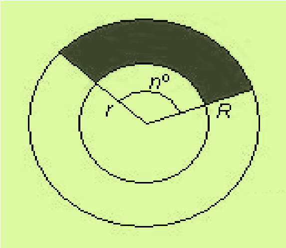


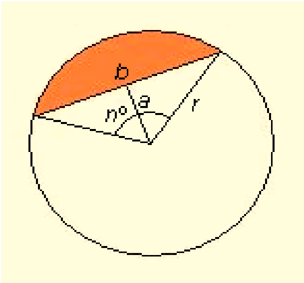
Área circulo mayor = $\pi \cdot R^2$

Área circulo menor = $\pi \cdot r^2$

$$A_{corona\ circ.} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$$

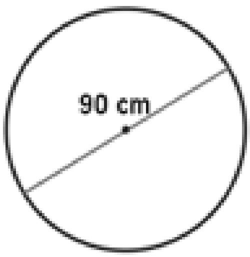
$$\boldsymbol{A_{corona\ circ.} = \pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

ÁREA DE UN TRAPECIO CIRCULAR	
El trapecio circular es una parte de la corona circular. El área del trapecio circular es directamente proporcional a su número de grados (n°).	
	Establecemos una regla de tres: $\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{\pi}\cdot(\boldsymbol{R}^2-\boldsymbol{r}^2) \ - 360° \\ A_{trapecio\ circ.} - \ \mathbf{n°}\end{array}\right\} \Rightarrow A_{trapecio\ circ.} = \frac{\boldsymbol{n°}\cdot\boldsymbol{\pi}\cdot(\boldsymbol{R}^2-\boldsymbol{r}^2)}{360°}$
	$\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{trapecio\ circ.}} = \frac{\boldsymbol{n°}\cdot\boldsymbol{\pi}\cdot(\boldsymbol{R}^2-\boldsymbol{r}^2)}{\mathbf{360°}}$

ÁREA DE UN SEGMENTO CIRCULAR	
Un segmento circular es la parte del círculo limitada por una cuerda y su radio. Para calcular el área del segmento circular, le restamos al área del sector circular el área del triángulo de base *b*, igual a la longitud de la cuerda, y de altura *a*, la distancia del centro a la cuerda.	
	$\mathrm{A}_{\mathrm{segmento\ circ.}} = A_{segmento\ circ.} - A_{triángulo}$
	$\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{segmento\ circ.}} = \frac{n°\cdot\boldsymbol{\pi}\cdot\boldsymbol{r}^2}{360°} - \frac{b\cdot a}{2}$

Actividades resueltas

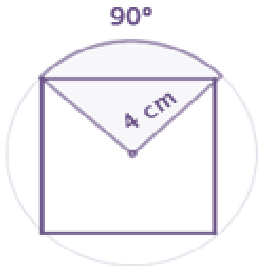
Calcule la longitud de una rueda que tiene de diámetro 90 cm.

	Sabemos que el diámetro es dos veces el radio. Por lo tanto, el radio será la mitad del diámetro $\Rightarrow \ r = \frac{d}{2} = \frac{90}{2} = 45\ cm.$ Podemos calcularla en función del diámetro o en función del radio : $\boxed{L = \pi\cdot d = 3{,}14\cdot 90 = 282{,}6\ cm}$ $\boxed{L = 2\pi\cdot r = 2\cdot 3{,}14\cdot 45 = 282{,}6\ cm}$

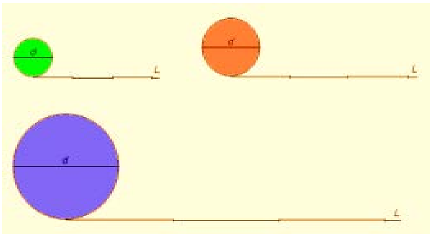
Calcule la superficie de una mesa redonda de 90 cm de diámetro.

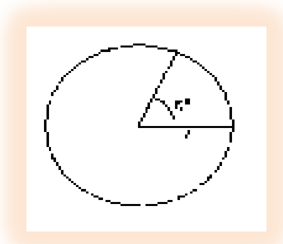
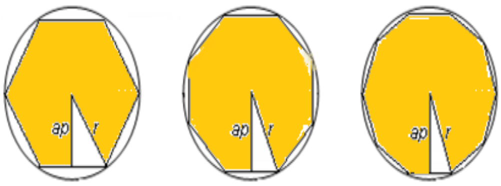
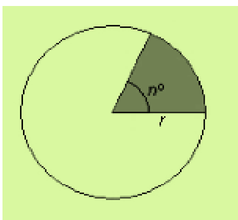
	El radio es la mitad del diámetro $\Rightarrow \ r = \frac{d}{2} = \frac{90}{2} = 45\ cm$ $\boxed{A = \pi\cdot r^2 \ = 3{,}14\ \cdot\ 45^2 \ = 3{,}14\cdot 2025 = 6358{,}5\ cm^2}$

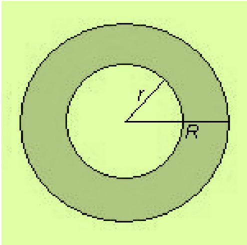
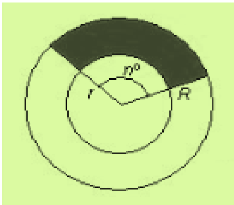
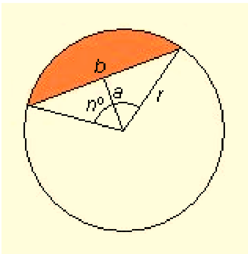
Calcule el área del sector circular cuya cuerda es el lado del cuadrado inscrito, siendo 4 cm el radio de la circunferencia.

	$A_{sector\ circ.} = n° \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360°}$
	$\mathrm{A} = 90 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{360} = 12,56\ cm^2$

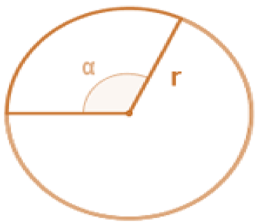
Cuadro resumen de la circunferencia y del círculo

LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA	
	$L = \pi \cdot d$ $y\ como\ el\ \ diametro = 2r$ $L = \pi \cdot 2 \cdot r = 2\,\pi\, r$

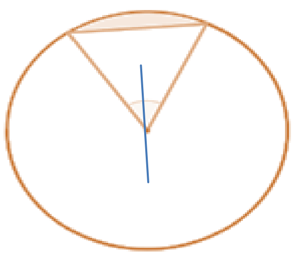
LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA	
	$L_{arco=} n° \cdot \frac{2\pi r}{360°}$
ÁREA DEL CÍRCULO	
	$A = \ \pi \cdot r^2$
ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR	
	$A_{sector\ circ.} = n° \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360°}$

ÁREA DE UNA CORONA CIRCULAR	
	$A_{corona\ circ.} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
ÁREA DE UN TRAPECIO CIRCULAR	
	$A_{trapecio\ circ.} = \frac{n° \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)}{360°}$
ÁREA DE UN SEGMENTO CIRCULAR	
	$A_{segmento\ circ.} = \frac{n° \cdot \pi \cdot r^2}{360°} - \frac{b \cdot a}{2}$

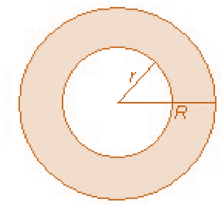
Calcule la longitud del arco de circunferencia de ángulo $\alpha = 110°$ y de radio r $= 10\ cm$.

	$L_{arco} = n° \cdot \frac{2\pi r}{360°}$
	$L_{arco} = 110 \cdot \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10}{360} = \frac{110 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10}{360} = 19{,}18 cm$

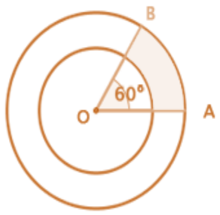
Calcule el área del segmento circular de la figura sabiendo que el ángulo central es de $\alpha = 60°$ y que forma un triángulo equilátero de lado 4 cm y de altura 3,46 cm.

	$A_{\text{segmento circ.}} = A_{segmento\ circ.} - A_{triángulo}$ $A_{segmento\ circ.} = \frac{n° \cdot \pi \cdot r^2}{360°} - \frac{b \cdot a}{2}$
	$A = \frac{n° \cdot \pi \cdot r^2}{360°} - \frac{b \cdot a}{2} = \frac{60 \cdot 3{,}14 \cdot 4^2}{360°} - \frac{4 \cdot 3{,}46}{2} = 1{,}45\ cm^2$

Calcule el área de la corona circular de la figura sabiendo que el radio mayor mide 4 cm y el radio menor 2,83 cm.

	$A_{corona\ circ.} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
	A= $\pi \cdot (R^2 - r^2) = 3{,}14 \cdot (4^2 - 2{,}83^2) = 25{,}10\ cm^2$

Calcule el área del trapecio circular formado por circunferencias concéntricas de radios 8 cm y 5 cm, respectivamente. Se trazan los radios OA y OB que forman ángulo de 60°.

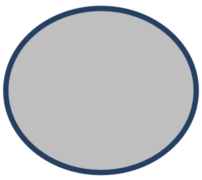
	$A_{trapecio\ circ.} = \frac{n° \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)}{360°}$
	A= $\frac{n° \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)}{360°} = \frac{60° \cdot 3{,}14 \cdot (8^2 - 5^2)}{360°} = 20{,}42\ cm^2$

Actividades propuestas

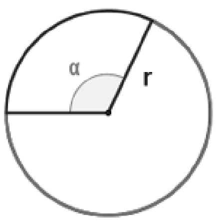
S38. Calcule la longitud de una circunferencia que tiene de diámetro 16 cm.

S39. Calcule la longitud de una circunferencia que tiene de radio 35 cm.

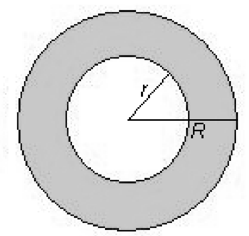
S40. Calcule el área de la siguiente figura circular que tiene un diámetro de 20 cm.

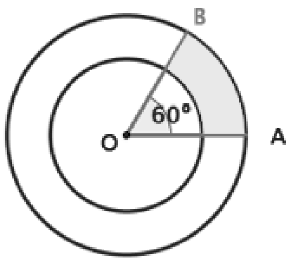
S41. Calcule la longitud del arco de circunferencia de ángulo $\alpha = 106°$ y de radio $r = 12$ cm.

S42. Calcule el área de una corona circular en la que el radio mayor mide 200 mm y el radio menor 10 cm.

	A

S43. Calcule el área de un trapecio circular en el que las circunferencias concéntricas tienen radios de 10 y 5 cm, respectivamente, y el ángulo $\widehat{AOB} = 69°$.

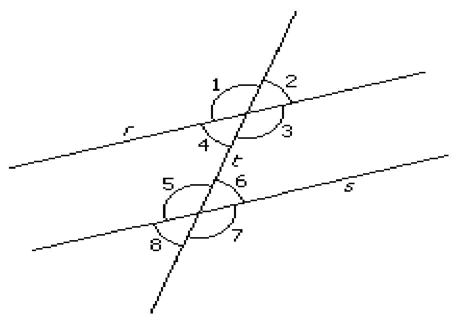
	$A = \frac{69° \cdot 3{,}1416 \cdot (10^2 - 5^2)}{360°} = 45{,}16\ cm^2$

3. Actividades finales

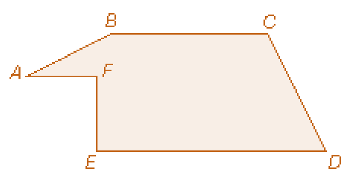
S44. Calcule el ángulo complementario y suplementario de:

	Complementario	Suplementario
35º		
43°		
83°		

S45. Al cortar dos rectas paralelas, *r* y *s*, por otra recta *t*, se forman los ocho ángulos indicados en la figura.

Indique cuatro pares de ángulos opuestos por el vértice.	
Indique cuatro pares de ángulos adyacentes.	
Indique grupos de ángulos iguales.	
Indique pares de ángulos suplementarios.	
¿Hay algún par de ángulos complementarios?	

S46. Observe los ángulos interiores de esta figura y señale los ángulos rectos, los agudos y los obtusos que existan en ella. ¿Tiene algún ángulo cóncavo?



S47. Calcule la superficie en m^2 y en hectáreas de un terreno cuadrado de 500 m de lado.

S48. Una rana da saltos de 25 cm. ¿Cuántos metros habrá recorrido después de dar 12 saltos seguidos?

S49. Calcule y simplifique: (45° 30' 49") + (12' 57") =

S50. Calcule y simplifique: (30° 15' 3") – (28° 74' 63") =

S51. ¿Cuántas horas tiene un tercio de día?

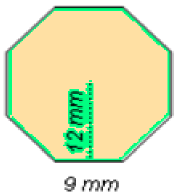
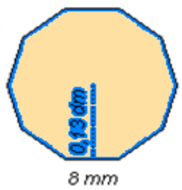
S52. ¿Cuántos minutos tiene medio día?

S53. ¿Cuántos segundos tiene un cuarto de día?

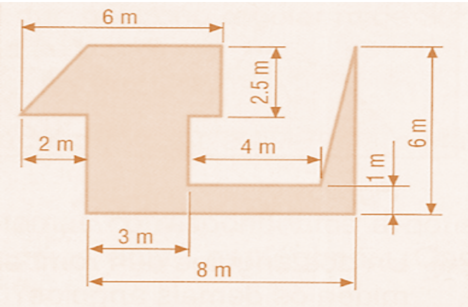
S54. Complete cada frase con el nombre del cuadrilátero correspondiente:

	Tiene cuatro ángulos iguales y los lados iguales dos a dos.
	Tiene solamente dos lados paralelos y los otros dos lados son iguales.
	Tiene cuatro lados iguales y los ángulos iguales dos a dos.
	No tiene ningún lado paralelo.
	Tiene dos lados paralelos y solamente un ángulo recto.
	Tiene los lados y los ángulos iguales dos a dos.

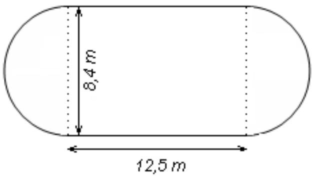
S55. Calcule el área de los siguientes polígonos regulares utilizando la fórmula adecuada.

S56. Calcule el área de la siguiente figura por descomposición en figuras simples. Observe que, para obtener las medidas que faltan, debe sumar o restar algunas de las medidas que se indican.



S57. Calcule el área de la siguiente figura por descomposición en figuras simples. Observe que, para obtener las medidas que faltan, debe sumar o restar algunas de las medidas que se indican.



S58. Calcule el área de las siguientes figuras circulares:

Corona circular de radios 5,7 cm y 23 mm.
Sector circular de 8 cm de radio y 72º de ángulo.
Segmento circular de 90º de amplitud en una circunferencia de 10 cm de radio, 14,14 cm de cuerda y 5 cm de distancia del centro a la cuerda.
Trapecio circular de 35º 24’ en la corona circular del primer punto del ejercicio.

S59. Empleando los factores de conversión, transforme las siguientes unidades.

a) $14\ \text{kg} \rightarrow mg$	
b) $7\,500\,234\ \text{mg} \rightarrow \text{kg}$	
c) $43\ \text{dg} \rightarrow \text{hg}$	

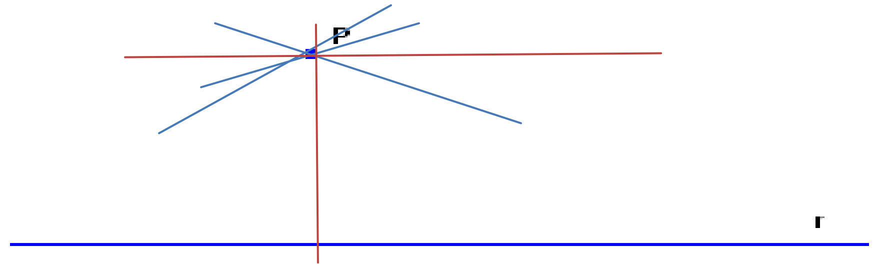
S60. Empleando los factores de conversión, transforme las siguientes unidades.

a) $0{,}5\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$0{,}5\ \frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \cancel{g}} \cdot \frac{1\,000\,000\ \cancel{cm^3}}{1 m^3} = \frac{500\,000}{1000} = 500\ \frac{kg}{m^3}$
b) $60\ \frac{m}{s} \rightarrow \frac{\text{km}}{h}$	$60\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\ \text{km}}{1000\ \cancel{m}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1 h} = \frac{216\,000}{1000} = 216\ \frac{km}{h}$
c) $5000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow \frac{\text{g}}{c\text{m}^3}$	$5000\ \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{1000\text{g}}{1\ \cancel{kg}} \cdot \frac{1\ \cancel{m^3}}{1\,000\,000\ \text{cm}^3} = \frac{5\,000\,000}{1\,000\,000} = 5\ \frac{g}{cm^3}$
d) $180\ \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s}$	$180\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = \frac{180\,000}{3600} = 50\ \frac{m}{s}$

4. Solucionario

4.1 Soluciones de las actividades propuestas

S1.



Trace algunas rectas que pasen por el punto P y que corten a la recta r. ¿Cuántas se pueden trazar?	Se pueden trazar infinitas rectas que pasen por el punto P y corten la recta r.
Trace ahora rectas paralelas a r que pasen por el punto P. ¿Cuántas se pueden trazar? Y rectas perpendiculares a r que pasen por, ¿cuántas se pueden trazar?	Por el punto P solamente se puede trazar una recta paralela y una recta perpendicular a la recta r.

S2.

a) 25º 40' 35'' + 70º 8' 30'' =	a) 95º 49´ 5"
b) 15º 25' 40'' + 24º 50' 30'' =	b) 40º 16´10"
c) 10º 20' 40'' + 42º 50' 52'' + 28º 45'' =	c) 81º 12´17"
d) 130º 40' 25'' - 75º 30' 40'' =	d) 55º 9´ 45"
e) 85º 18' 30'' - 60º 50' 22'' =	e) 24º 28´8"
f) 15º 25' 30'' x 3 =	f) 46º 16´30"
g) 40º 35' 50'' x 4 =	g) 162º 23´20"

S3.

a) $54° \quad 16' \quad 15'' + 66° \quad 48' \quad 10'' =$	$121° \quad 4' \quad 25''$
b) $45° \quad 54' \quad 39'' + 12° \quad 33' \quad 56'' =$	$58° \quad 28' \quad 35''$

S4.

a) $54° \quad 16' \quad 15'' - 23° \quad 48' \quad 33'' =$	$30° \quad 27' \quad 42''$
b) $45° \quad 24' \quad 39'' - 12° \quad 33' \quad 56'' =$	$32° \quad 50' \quad 43''$

S5.

a) $(13° \quad 45' \quad 37'') \times 7 =$	$96° \quad 4' \quad 25''$
b) $(11° \quad 39' \quad 43'') \times 4 =$	$46° \quad 38' \quad 52''$

S6.

a) $(125° \quad 35' \quad 30'') : 5 =$	$25° \quad 7' \quad 6''$
b) $(121° \quad 42' \quad 36'') : 6 =$	$20° \quad 17' \quad 6''$

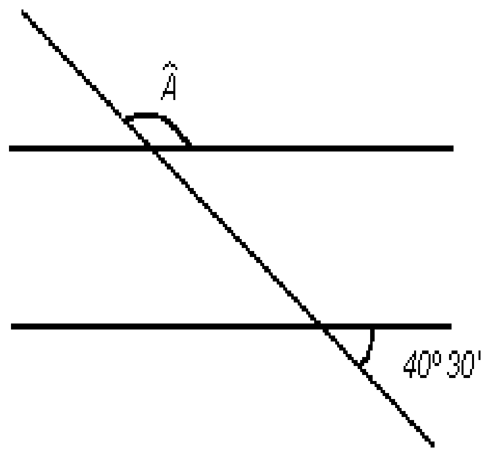
S7.

a) ¿Cuántos grados miden tres ángulos rectos?	$3 \times 90° = 270°$
b) ¿Y medio ángulo recto?	90° : 2 = 45°
c) ¿Cuántos ángulos rectos son 360º?	$360° : 90° = 4$ ángulos rectos
d) ¿Cuánto mide un ángulo plano?	180°
e) ¿Cuánto suman dos ángulos que son complementarios?	90°
f) ¿Cuánto suman dos ángulos que son suplementarios?	180°

S8.

a) $\hat{A} = 43°\ y\ \hat{B} = 137°$	$\hat{A} + \hat{B} = 180°$ suplementarios
b) $\hat{A} = 62°\ y\ \hat{B} = 28°$	$\hat{A} + \hat{B} = 90°$ complementarios
c) $\hat{A} = 133°\quad 43'\quad 44''\ y\ \hat{B} = 46°\quad 16'\quad 16''$	$\hat{A} + \hat{B} = 179°\quad 59'\quad 60'' \rightarrow 179°60' = 180°$ $\hat{A} + \hat{B} = 180°$ suplementarios
d) $\hat{A} = 33°\quad 43'\quad 44''\ y\ \hat{B} = 56°\quad 16'\quad 16''$	$\hat{A} + \hat{B} = 89°\quad 59'\quad 60 \rightarrow 89°60' \rightarrow 90°$ $\hat{A} + \hat{B} = 90°$ complementarios

S9.



Para calcular la medida del ángulo $\hat{A}$ podemos hacer lo siguiente:

Primero calculamos el complementario del ángulo $40°\quad 30'$

$$179°\quad 60' - 40°\quad 30' = 139°\quad 30'$$

Como los ángulos alternos externos son iguales podemos decir que:

$$\hat{A} = 139°\quad 30'$$

También se puede resolver:

Como el ángulo complementario de $40°\quad 30'$ y el ángulo $\hat{A}$ tienen dos lados paralelos y los otros dos están en la misma recta $\Rightarrow$ son iguales.

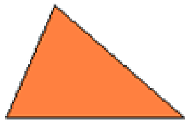
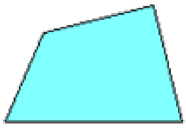
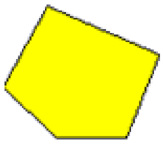
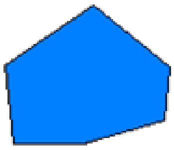
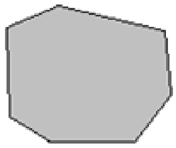
Por lo tanto,

$$\hat{A} = 139°\quad 30'$$

S10.

Nº de lados	Nº de vértices	Nº de ángulos	Nº de diagonales
3	3	3	0
4	4	4	2
5	5	5	5
6	6	6	9
8	8	8	20

S11.

				
Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono

S12.

a) 5 cm, 7 cm, 11 cm	Sí $\Rightarrow$ $11 < 5 + 7 = 12$
b) 25 cm, 55 cm ,15 cm	No $\Rightarrow$ $55 \nless 25 + 15 = 40$
c) 12 cm, 22 cm, 16 cm	Sí $\Rightarrow$ $22 < 12 + 16 = 28$

S13.

a) $\widehat{50°}\,,\ \widehat{50°}$	$\hat{C} = 180° - 100° = 80°$
b) $\widehat{43°}\,,\ \widehat{72°}$	$\hat{C} = 180° - 115° = 65°$
c) $\widehat{100°}\,,\ \widehat{75°}$	$\hat{C} = 180° - 175° = 5°$

S14.

El rombo no tiene ningún ángulo recto.	Verdadero, ya que si no, sería un cuadrado.
El rectángulo es un polígono regular.	Falso, ya que no tiene los cuatro lados iguales.
Las bases de un trapecio pueden ser iguales.	Falso, ya que si lo fuesen, se trataría de un rectángulo o de un romboide.
Las diagonales de un rombo siempre son perpendiculares.	Verdadero, ya que si no, sería un romboide.

S15.

Afirmaciones	V / F
Una circunferencia tiene infinitos diámetros.	Verdadero
Un segmento circular está limitado por dos radios.	Falso
Los vértices de un polígono circunscrito están situados en la circunferencia.	Falso
Un semicírculo es un caso particular de sector circular.	Verdadero
El arco que abarca un ángulo inscrito recto es un cuarto de circunferencia.	Verdadero

S16.

km	m	dm	cm	mm
0, 000325	0, 325	3, 25	32, 5	325
0, 00127	1, 27	12, 7	127	1270
0, 013	13	130	1300	13 000
0, 009	0, 9	9	90	900
5000	5 000 000	50 000 000	500 000 000	5000 000 000

S17. $16{,}25\ m^2 = 16{,}25 \cdot 10\,000 = 162\,500\ \mathrm{cm}^2$

S18. $2{,}5\ m^2 = 2{,}5 : 100 = 0{,}025\ \mathrm{dam}^2$

S19. $3{,}5\ hm^2 = 3{,}5 \cdot 10\,000 = 35\,000\ \mathrm{m}^2\,;\ 8{,}2\ dam^2 = 8{,}2 \cdot 100 = 820\ \mathrm{m}^2 \Rightarrow Total = 35\,820\ m^2$

S20.

2,5 g =	2500 mg	2,5 g =	0,25 dag	2,5 g =	0,0025 kg

S21. 1t = 1000 kg $\Rightarrow 2{,}5\ t = 2{,}5 \cdot 1000 = 2500\ kg$

S22.

a) 28 kg → g	a) $28\ \cancel{\mathrm{kg}} \cdot \frac{1000\ \mathrm{g}}{1\ \cancel{\mathrm{kg}}} = 28 \cdot 1000 = 28\,000$ g
b) 324 500 mg → kg	b) $324\,500\ \cancel{\mathrm{mg}} \cdot \frac{1\ \mathrm{kg}}{1\,000\,000\ \cancel{\mathrm{mg}}} = \frac{324\,500}{1\,000\,000} = 0{,}3245$ kg
c) 3 cg → hg	c) $3\ \cancel{\mathrm{cg}} \cdot \frac{1\ \mathrm{hg}}{10\,000\ \cancel{\mathrm{cg}}} = \frac{3}{10\,000} = 0{,}0003$ hg
d) 3 cg → mg	d) $3\ \cancel{\mathrm{cg}} \cdot \frac{10\ \mathrm{mg}}{1\ \cancel{\mathrm{cg}}} = \frac{30}{1} = 30\ \mathrm{mg}$
e) 5000 mg → g	e) $5000\ \cancel{\mathrm{mg}} \cdot \frac{1\ \mathrm{g}}{1000\cancel{\mathrm{mg}}} = \frac{5000}{1000} = 5\ \mathrm{g}$
f) 0,65 dag → mg	f) $0{,}65\ \cancel{\mathrm{dag}} \cdot \frac{10\,000\ \mathrm{mg}}{1\ \cancel{\mathrm{dag}}} = \frac{6500}{1} = 6500\ \mathrm{mg}$

S23.

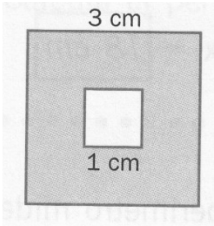
a) 24 s → min	a) $24\ \cancel{\mathrm{s}} \cdot \frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \cancel{\mathrm{s}}} = \frac{24}{60} = 0{,}4\ \mathrm{min}$
b) 18 h → días	b) $18\ \cancel{\mathrm{horas}} \cdot \frac{1\ \mathrm{día}}{24\ \cancel{\mathrm{horas}}} = \frac{18}{24} = 0{,}75\ \mathrm{días}$
c) 150 min → s	c) $150\ \cancel{\mathrm{min}} \cdot \frac{60\ \mathrm{s}}{1\ \cancel{\mathrm{min}}} = 150 \cdot 60 = 9000\ \mathrm{s}$
d) 10 800 s → h	d) $10\,800\ \cancel{\mathrm{s}} \cdot \frac{1\ \mathrm{h}}{3600\ \cancel{\mathrm{cg}}} = \frac{10\,800}{3600} = 3\ \mathrm{h}$

S24.

a) 9 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \to \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$9\ \frac{\cancel{\mathrm{g}}}{\cancel{\mathrm{cm}^3}} \cdot \frac{1\ \mathrm{kg}}{1000\ \cancel{\mathrm{g}}} \cdot \frac{1\,000\,000\ \cancel{cm^3}}{1m^3} = \frac{900\,0000}{1000} = 9000\ \frac{kg}{m^3}$
b) 80 $\frac{m}{s} \to \frac{\mathrm{km}}{h}$	$80\ \frac{\cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\ \mathrm{km}}{1000\ \cancel{\mathrm{m}}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1h} = \frac{288\,000}{1000} = 288\ \frac{km}{h}$
c) 1000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \to \frac{\mathrm{g}}{cm^3}$	$1000\ \frac{\cancel{\mathrm{kg}}}{\cancel{\mathrm{m}^3}} \cdot \frac{1000\mathrm{g}}{1\cancel{\mathrm{kg}}} \cdot \frac{1\ \cancel{m^3}}{1\,000\,000\ \mathrm{cm}^3} = \frac{1\,000\,000}{1\,000\,000} = 1\ \frac{g}{cm^3}$
d) 180 $\frac{dam}{h} \to \frac{m}{s}$	$180\ \frac{\cancel{\mathrm{dam}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{10\ \mathrm{m}}{1\ \cancel{\mathrm{dam}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\mathrm{h}}}{3600\ s} = \frac{1800}{3600} = 0{,}5\ \frac{m}{s}$
e) 40 $\frac{m}{s} \to \frac{km}{h}$	$40\ \frac{\cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{s}}} \cdot \frac{1\ \mathrm{km}}{1000\ \cancel{\mathrm{m}}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1h} = \frac{40 \cdot 1 \cdot 3600}{1000 \cdot 1} = \frac{144\,000}{1000} = 144\ \frac{km}{h}$

S25. *24 cm*

S26.

	La superficie sombreada corresponde a la superficie del cuadrado mayor menos la superficie del cuadrado menor. Se calculan las aéreas y se hace la resta: $A_{mayor} = 3^2 = 9\ cm^2,\ A_{menor} = 1^2 = 1\ cm^2$ $A_{sombreada}$ = 9 - 1 = 8 cm^2

S27. $8125\ \ cm^2 = 81{,}25\ dm^2$

S28. $700\ \ cm^2 = 7\ dm^2$

S29.

a) Cuadrado de 8 cm de lado b) Rectángulo de 12 cm de base y 5 cm de altura c) Triángulo de 18 cm de base y 10 cm de altura	$[\boldsymbol{b}\ <\ a\ <\ c]$ $a) = 64\ cm^2$ $b) = 60\ cm^2$ $c) = 90\ cm^2$

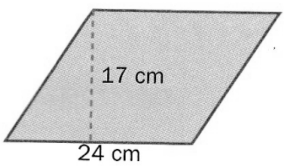
S30.

Base	16 cm	88 cm	22 cm	7 m	8 cm
Altura	12 cm	48 cm	5 cm	6 m	2 cm
Área	$96\ cm^2$	$2112\ cm^2$	$55\ cm^2$	$21\ m^2$	$8\ cm^2$

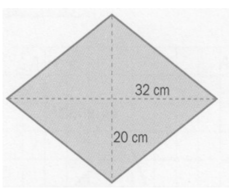
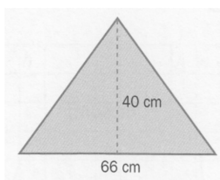
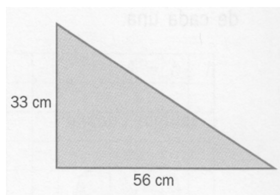
S31. $\mathrm{A} = l^2 = 8^2 = 64\ m^2$

S32. $81\ m^2 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{81} = 9\ m$

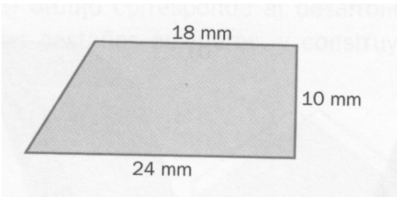
S33.

	La figura es un romboide. A = b · a A = 24 · 17 = 408 cm^2

S34.

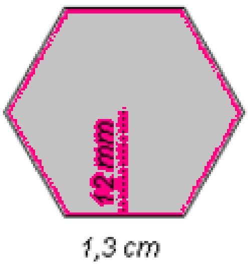
		
A = $320\ cm^2$	A = $1320\ cm^2$	A = $924\ cm^2$

S35.



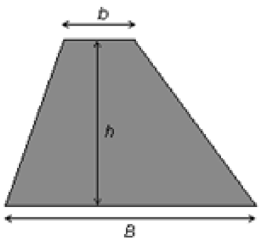
$$A = \frac{420}{2} = \frac{(24+18)\cdot 10}{2} = 210\ cm^2$$

S36.



$$A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{7,8\ cm \cdot 1,2\ cm}{2} = \frac{93,6\ cm^2}{2} = 46,8\ cm^2$$

S37.

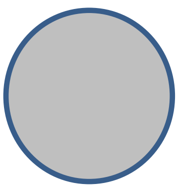


$$A = \frac{(12\ cm + 8\ cm)\cdot 5\ cm}{2} = \frac{100}{2} = 50\ cm^2$$

S38. $L = \pi \cdot d = 3,1416 \cdot 16 = 50,26\ cm$

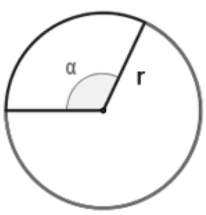
S39. $L = 2 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot 3,1416 \cdot 35 = 219,91\ cm$

S40.



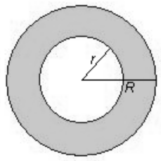
$$\boxed{A = \pi \cdot r^2 = 3,1416 \cdot 10^2 = 3,1416 \cdot 100 = 314,16\ cm^2}$$

S41.

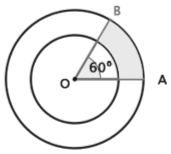


$$L_{arco} = \frac{106 \cdot 2 \cdot 3,1416 \cdot 12}{360} = 22,20\ cm$$

S42.

	$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = 3{,}1416 \cdot (20^2 - 10^2) = 942{,}48\ cm^2$

S43.

	$A = \frac{69° \cdot 3{,}1416 \cdot (10^2 - 5^2)}{360°} = \mathbf{45{,}16\ cm^2}$

4.2 Soluciones de las actividades finales

S44.

	Complementario	Suplementario
35º	55°	125°
43°	47°	137°
83°	7°	97°

S45.

- Cuatro pares de ángulos opuestos por el vértice: 1-3, 2-4, 5-7, 6-7.
- Cuatro pares de ángulos adyacentes: 1-2, 3-4, 5-6, 7-8.
- Grupos de ángulos iguales: 1-3, 5-7, 2-4, 6-8.
- Pares de ángulos suplementarios: 1-2, 3-4, 5-6, 7-8.
- ¿Hay algún par de ángulos complementarios?: no.

S46.

- Ángulos rectos: E.
- Ángulos agudos: A, D.
- Ángulos obtusos: B, C.
- Ángulos cóncavos: F.

S47.

- Primero calculamos la superficie del terreno en m^2; S = 500 m. 500 m = 250 000 m2.
- A continuación pasamos los metros cuadrados a hectáreas, sabiendo que 1 hectárea corresponde a 1 hm^2 = 10 000 m^2.
- Por último tenemos que dividir los 250 000 m^2 entre 10 000.
- El terreno tendrá una superficie de 25 ha.

S48. $25 \cdot 12 = 300\ cm = 3\ m$

S49. $(45°\ 30'\ 49'') + (12'\ 57'') = 45°\ 43'\ 46''$

S50. $(30°\ 15'\ 3'')\ -\ (28°\ 74'\ 63'') = 1°\ 35'\ 13''$

S51. $\frac{1}{3}\ día = \frac{24}{3} = 8\ h$

S52. $\frac{1}{2}\ día = \frac{24}{2} = 12\ h = 12 \cdot 60 = 720'$

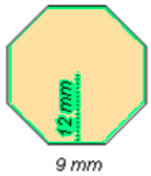
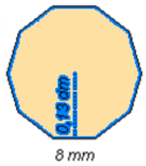
S53. $\frac{1}{4}\ día = \frac{24}{4} = 6\ h = 6 \cdot 60 = 360' = 6 \cdot 360 = 21\ 600''$

S54.

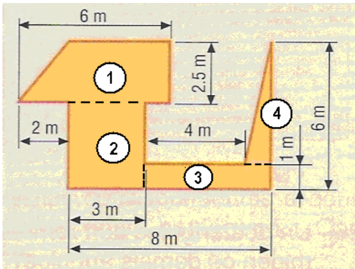
Cuadrado	Tiene cuatro ángulos iguales y los lados iguales dos a dos.
Trapecio	Tiene solamente dos lados paralelos y los otros dos lados son iguales.
Rombo	Tiene cuatro lados iguales y los ángulos iguales dos a dos.

Trapezoide	No tiene ningún lado paralelo.
Trapecio rectángulo	Tiene dos lados paralelos y solamente un ángulo recto.
Romboide	Tiene los lados y los ángulos iguales dos a dos.

S55.

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>La figura es un octógono, polígono regular de 8 lados, por lo que aplicaremos la fórmula:
$A_{polígono} = \frac{P \text{ x } ap}{2}$
Los datos del problema son:
Lado: l = 9 mm
Apotema: ap = 12 mm
Calcularemos previamente el perímetro P:
P = 9 mm x 8 lados = 72 mm
Por lo tanto:
$A_{polígono} = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{72 \cdot 12}{2} = \frac{864}{2} = 432\ mm^2$</td><td>La figura es un decágono, polígono regular de 10 lados, por lo que aplicaremos la fórmula:
$A_{polígono} = \frac{P \text{ x } ap}{2}$
Los datos del problema son:
Lado: l = 8 mm
Apotema: ap = 0,13 dm = 13 mm
Calcularemos previamente el perímetro P:
P = 8 mm x 10 lados = 80 mm
Por lo tanto:
$A_{polígono} = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{80 \cdot 13}{2} = \frac{1040}{2} = 520\ mm^2$</td></tr>
</table>

S56.



Descompondremos la figura dada en figuras más sencillas para calcular el área de cada una y sumar los resultados.

1. La figura 1 es un trapecio de base mayor 6 m, base menor 6 m – 2 m = 4 m y altura 2,5 m

$$A = \frac{(B + b) \text{ x } h}{2} = \frac{(6 + 4) \text{ x } 2{,}5}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5 \text{ m}^2$$

2. La figura 2 es un rectángulo de base 3 m y altura 6 m – 2,5 m = 3,5 m

$$A = b \text{ x } a = 3 \text{ m x } 3{,}5 \text{ m} = 10{,}5 \text{ m}^2$$

3. La figura 3 es un rectángulo de base 8 m - 3 m = 5 m y altura 1 m

$$A = b \text{ x } a = 5 \text{ m x } 1 \text{ m} = 5 \text{ m}^2$$

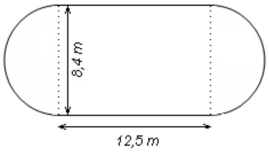
4. La figura 4 es un triángulo de base 8 m – 3 m – 4 m = 1 m, y altura 6 m – 1 m = 5 m

$$A = \frac{b \text{ x } a}{2} = \frac{1 \text{ x } 5}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área total de la figura dada será:

$$A = 12{,}5 \text{ m}^2 + 10{,}5 \text{ m}^2 + 5 \text{ m}^2 + 2{,}5 \text{ m}^2 = 30{,}5 \text{ m}^2$$

S57.



La longitud del borde será igual a la suma de los dos lados mayores del rectángulo que observamos en la figura.
Longitud de los dos lados = 2 x 12,5 m = 25 m.

La longitud que falta son dos semicircunferencias que entre las dos hacen una circunferencia de 8,4 m de diámetro.
Su longitud es L = π x d = 3,14 x 8,4 m = 26,376 m

Longitud total del borde = 25 m + 26,376 m = 51,376 m

S58.

A corona circ. = π x ($R^2 – r^2$) = 3,14 x ($5{,}7^2 – 2{,}3^2$) = 3,14 x (32,49 – 5,29) = 85,408 cm^2

$$A_{\text{sec tor circ.}} = \frac{n^o\ x\ \pi\ x\ r^2}{360^o} = \frac{72^o\ x\ 3{,}14\ x\ 8^2}{360^o} = \frac{14469{,}12}{360} = 40{,}192\ cm^2$$

$$A_{\text{segmento circ.}} = \frac{n^o\ x\ \pi\ x\ r^2}{360^o} - \frac{b\ x\ a}{2} = \frac{90^o\ x\ 3{,}14\ x 10^2}{360^o} - \frac{14{,}14\ x\ 5}{2} = \frac{28260}{360} - \frac{70{,}7}{2} = 78{,}5 - 35{,}35 = 43{,}15\ cm^2$$

Expresaremos previamente la medida del trapecio solo en grados utilizando la calculadora: 35º 24' = 35,4º

$$A_{\text{trapecio circ.}} = \frac{n^o\ x\ \pi\ x\ (R^2 - r^2)}{360^o} = \frac{35{,}4^o\ x\ 3{,}14\ x\ (5{,}7^2 - 2{,}3^2)}{360^o} = \frac{3023{,}4432}{360} = 8{,}398\ cm^2$$

S59.

a) 14 kg → mg	a) $14\ \cancel{kg} \cdot \frac{1000\ g}{1\ \cancel{kg}} = 14 \cdot 1000 = 14\,000$ g
b) 7 500 234 mg → kg	b) $7\,500\,234\ \cancel{mg} \cdot \frac{1\ kg}{1\,000\,000\ \cancel{mg}} = \frac{7\,500\,234}{1\,000\,000} = 7{,}500234$ kg
c) 43 dg → hg	c) $43\ \cancel{dg} \cdot \frac{1\ hg}{1000\ \cancel{dg}} = \frac{43}{10\,000} = 0{,}043$ hg

S60.

a) $0{,}5\ \frac{g}{cm^3} \rightarrow \frac{kg}{m^3}$	$0{,}5\ \frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{1\ kg}{1000\ \cancel{g}} \cdot \frac{1\,000\,000\ \cancel{cm^3}}{1 m^3} = \frac{500\,000}{1000} = 500\ \frac{kg}{m^3}$
b) $60\ \frac{m}{s} \rightarrow \frac{km}{h}$	$60\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\ km}{1000\ \cancel{m}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1h} = \frac{216\,000}{1000} = 216\ \frac{km}{h}$
c) $5000\ \frac{kg}{m^3} \rightarrow \frac{g}{cm^3}$	$5000\ \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{1000g}{1\ \cancel{kg}} \cdot \frac{1\ \cancel{m^3}}{1\,000\,000\ cm^3} = \frac{5\,000\,000}{1\,000\,000} = 5\ \frac{g}{cm^3}$
d) $180\ \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s}$	$180\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = \frac{180\,000}{3600} = 50\ \frac{m}{s}$

5. Glosario

A	▪ Ángulo central	Es el ángulo formado por dos radios cualesquiera de una circunferencia con vértice en el centro de esta.
	▪ Ángulos consecutivos	Los que tienen el vértice y un lado común.
	▪ Ángulos adyacentes	Ángulos consecutivos que forman un ángulo plano.
	▪ Ángulos opuestos por el vértice	Aquellos en los que los lados de un ángulo son prolongación de los lados del otro y, por lo tanto, son iguales.
	▪ Ángulos complementarios	Dos ángulos son complementarios si su suma es un ángulo recto. En otras palabras, si su suma es igual a 90°.
	▪ Ángulos suplementarios	Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a un ángulo plano. En otras palabras, si su suma es igual a 180°.
	▪ Apotema	Línea que une el centro con el punto medio del lado de un polígono regular.
	▪ Área	Medida de la superficie que cubre un cuerpo o figura geométrica.
B	▪ Bisectriz	Recta que divide un ángulo en dos ángulos de la misma medida.
	▪ Base	La base de un polígono es el lado sobre el cual el polígono descansa. La base de un triángulo es uno de los lados a partir del cual podemos medir la altura.
C	▪ Calcular	Obtener el resultado de una operación.
	▪ Capacidad	En matemáticas, magnitud que nos indica el valor del volumen que ocupa un sólido.
	▪ Circunferencia	Es el conjunto de puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.
	▪ Círculo	Es el área o superficie que queda delimitada por una circunferencia.
D	▪ Densidad	Propiedad característica de la materia que indique la relación entre la masa y el volumen de un cuerpo o sistema material.
	▪ Desigualdad del triángulo	En un triángulo, la suma de las longitudes de dos de sus lados siempre es mayor que la longitud de su tercer lado.
	▪ Diagonal	La diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices no consecutivos de un polígono.
	▪ Diámetro	Es el segmento que tiene sus extremos sobre la circunferencia y que pasa por el centro.
E	▪ Equivalencia	Propiedad que presentan dos cantidades que tienen el mismo valor. Decimos entonces que dos cantidades son equivalentes si son iguales.
H	▪ Hectárea	Unidad equivalente a un cuadrado de 100 m de lado $\Rightarrow$ 1 ha = 10 000 m^2.
	▪ Hipotenusa	En un triángulo rectángulo la hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto.

K	▪ Kelvin	Unidad de temperatura utilizada en el sistema internacional de unidades. El símbolo empleado para el kelvin es K. La equivalencia con el grado centígrado (°C) → 0 °C = - 273 K.
L	▪ Litro	Unidad de capacidad equivalente a un dm^3 $\Rightarrow$ $1\,L = 1\,dm^3$.
M	▪ Mediatriz	La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.
P	▪ Paralelas	Decimos que dos rectas son paralelas si no se cortan por más que se prolonguen.
	▪ Perímetro	El perímetro es la longitud del borde de una figura plana.
	▪ Perpendicular	Dos rectas son perpendiculares si, al cortarse, forman cuatro ángulos iguales. Estos ángulos son rectos.
R	▪ Radio	Distancia del centro de una circunferencia a cualquiera de sus puntos.
S	▪ Sector circular	Un sector circular es una parte de la circunferencia limitada por dos radios y un arco.
	▪ Semicircunferencia	Es el arco de circunferencia que une dos extremos de un diámetro.
	▪ Semicírculo	Es la mitad de un círculo.

6. Bibliografía y recursos

Bibliografía

- *Libros para la educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito tecnológico-matemático. Aplicaciones de la tecnología informática. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.*
- *Ámbito científico-tecnológico. Educación secundaria para personas adultas. Nivel I. Ed. Safel, 2010.*
- *Secundaria 2000 Matemática I. Enseñanza secundaria para personas adultas. Ed. Santillana, 1999.*
- *Matemáticas. Educación secundaria de adultos. Colección eduforma. Ed. Mad-Sevilla.*
- *Matemáticas ESO1. Ed. Anaya. 2016.*
- *Matemáticas Serie Práctica ESO1. Ed.Obradoiro. Santillana. 2004.*
- *Wikipedia, la enciclopedia libre.*

Enlaces de Internet

En estos enlaces puede encontrar trucos e información que puede consultar para mejorar su práctica.

- hhttp://www.vitutor.com
- http://www.apuntes mareaverde.org.es
- http://www.recursos.cnice.mec.es/descartes
- https://es.wikipedia.org/
- http://aulamatematica.com/
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/

7. Anexo. Licencia de recursos

Licencias de recursos utilizados en esta unidad didáctica

- *Las figuras geométricas utilizadas en esta unidad están todas recogidas del material de educación secundaria para personas adultas: Ámbito científico tecnológico Módulo 1. Unidades didácticas 5, 6 y 7.*
- *Libros para la educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito tecnológico-matemático. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.*