

**Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais**

**Probas de acceso a ciclos formativos
de grao superior**

Convocatoria extraordinaria: marzo de 2005

Parte xeral

Matemáticas

Índice

1. Formato e duración	3
2. Exercicio	3
3. Criterios de avaliación e comentarios	4
3.1 Criterios que se empregan no exercicio	4
3.2 Criterios que se empregan no exercicio modificando o procedemento base	4
3.3 Criterios excluídos do exercicio	4
4. Solución completa con pautas de corrección e de puntuación	5
Problema 1	5
Problema 2	5
Problema 3	6
Problema 4	7

1. Formato e duración

Esta proba consta de catro problemas con varios apartados cada un. Débense xustificar todas as respostas.

A duración da proba é dunha hora e media.

Pódese usar calculadora non gráfica e non programable.

2. Exercicio



PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS: GRAO SUPERIOR
Convocatoria extraordinaria: marzo de 2005

Parte xeral
MATEMÁTICAS
[CS.PX.040]

Débense xustificar todas as respostas.
Pódese usar calculadora non gráfica e non programable.

Se deben justificar todas las respuestas.
Se puede usar calculadora no gráfica y no programable.

1. Unha empresa dispón de dous hoteis, A e B. Os clientes do hotel A pagan 20 euros iniciais en concepto de reserva e 52 euros diarios en concepto de aloxamento. Os clientes do hotel B pagan 60 euros diarios por aloxamento, e non teñen que pagar suplemento inicial. [2,50 puntos]
 - a) Escriba unha función que represente os ingresos por cliente no hotel A, en función dos días de estancia, e faga unha representación gráfica dela utilizando a escala axeitada. [0,50 puntos]
 - b) Durante sete días distribuíronse entre os dous hoteis os integrantes dunha excursión de 100 persoas. Sábese que os ingresos globais dos dous hoteis polo aloxamento da excursión foron de 40.920 euros. Cantos excursionistas se aloxaron en cada hotel? [0,75 puntos]
 - c) Para estancias superiores a dez días, no hotel B fan un desconto, do día undécimo en adiante, do 20% no prezo do aloxamento. Formule e resolva unha ecuación que permita saber cantos días tería que durar a estancia dun cliente para que o prezo global do aloxamento (incluíndo reserva) fose o mesmo nos dous hoteis. [0,75 puntos]
 - d) Sabendo que nun determinado día os ingresos por aloxamento dos hoteis A e B foron 1.500 e 4.500 euros respectivamente, represente mediante un diagrama de sectores a porcentaxe que representa cada hotel no total dos ingresos da empresa por este concepto. [0,50 puntos]

1. Una empresa dispone de dos hoteles, A y B. Los clientes del hotel A pagan 20 euros iniciales en concepto de reserva y 52 euros diarios en concepto de alojamiento. Los clientes del hotel B pagan 60 euros diarios por alojamiento, y no tienen que pagar suplemento inicial. [2,50 puntos]
 - a) Escriba una función que represente los ingresos por cliente en el hotel A, en función de los días de estancia, y haga una representación gráfica de ella utilizando la escala adecuada. [0,50 puntos]
 - b) Durante siete días se distribuyeron entre los dos hoteles los integrantes de una excursión de 100 personas. Se sabe que los ingresos globales de los dos hoteles por el alojamiento de la excursión fueron de 40.920 euros. ¿Cuántos excursionistas se alojaron en cada hotel? [0,75 puntos]
 - c) Para estancias superiores a diez días, en el hotel B hacen un descuento, del día undécimo en adelante, del 20% en el precio del alojamiento. Plantee y resuelva una ecuación que permita saber cuántos días tendría que durar la estancia de un cliente para que el precio global del alojamiento (incluyendo reserva) fuese el mismo en los dos hoteles. [0,75 puntos]
 - d) Sabiendo que en un determinado día los ingresos por alojamiento de los hoteles A y B fueron 1.500 y 4.500 euros respectivamente, represente mediante un diagrama de sectores el porcentaje que representa cada hotel en el total de los ingresos de la empresa por este concepto. [0,50 puntos]



PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS: GRAO SUPERIOR
Convocatoria extraordinaria: marzo de 2005

Parte específica
MATEMÁTICAS
[CS.PX.040]

2. Do sistema de ecuacións da dereita non se coñece m , pero sábese que as incógnitas x , y e z representan as idades de Andrés, Bieito e Carlos respectivamente. $\left. \begin{aligned} x + y - z &= -10 \\ 6x - 7y &= z \\ x + y + z &= m \end{aligned} \right\}$
 [2,50 puntos]
- a) Sabendo que esas tres persoas son avó, fillo e neto, razoe á vista do sistema quen é o avó e quen é o neto. [0,50 puntos]
- b) Indique cal das tres seguintes corresponde á expresión matricial do sistema anterior. Xustifique a súa resposta. [0,50 puntos]

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -7 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & -10 \\ 6 & -7 & -1 & | & 0 \\ 1 & 1 & 1 & | & m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -7 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ m \end{pmatrix}$$

- c) Dada a seguinte matriz: [1,00 puntos: 0,50 cada subapartado]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -7 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{--- Calcule o seu determinante.} \\ \text{--- Razoe se a matriz } A \text{ ten inversa e se se pode} \\ \text{efectuar o produto } A \cdot M, \text{ sendo } M \text{ a matriz da} \\ \text{dereita.} \end{array} \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- d) Comprobar se os valores $x=2^{-3}$ e $y=0,04$ constitúen unha solución para o sistema da dereita: [0,50 puntos] $\left. \begin{aligned} 8x + 2y &= \frac{27}{25} \\ x - 10y &= \frac{-11}{40} \end{aligned} \right\}$

2. Del sistema de ecuaciones de la derecha no se conoce m , pero se sabe que las incógnitas x , y , z representan las edades de Andrés, Bieito y Carlos respectivamente. $\left. \begin{aligned} x + y - z &= -10 \\ 6x - 7y &= z \\ x + y + z &= m \end{aligned} \right\}$
 [2,50 puntos]
- a) Sabiendo que esas tres personas son abuelo, hijo y nieto, razone a la vista del sistema quién es el abuelo y quién es el nieto. [0,50 puntos]
- b) Indique cuál de las tres siguientes corresponde a la expresión matricial del sistema anterior. Justifique su respuesta. [0,50 puntos]

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -7 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & -10 \\ 6 & -7 & -1 & | & 0 \\ 1 & 1 & 1 & | & m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -7 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ m \end{pmatrix}$$

- c) Dada la siguiente matriz: [1,00 puntos: 0,50 cada subapartado]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -7 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{--- Calcule su determinante.} \\ \text{--- Razone si la matriz } A \text{ tiene inversa y si se puede} \\ \text{efectuar el producto } A \cdot M, \text{ siendo } M \text{ la matriz} \\ \text{de la derecha.} \end{array} \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- d) Comprobar si los valores $x=2^{-3}$; $y=0,04$ constituyen una solución para el sistema de la derecha: [0,50 puntos] $\left. \begin{aligned} 8x + 2y &= \frac{27}{25} \\ x - 10y &= \frac{-11}{40} \end{aligned} \right\}$



PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS: GRAO SUPERIOR
Convocatoria extraordinaria: marzo de 2005

Parte específica
MATEMÁTICAS
[CS.PX.040]

3. Os beneficios obtidos pola fabricación dunha determinada máquina veñen dados pola expresión da dereita, onde x representa o número de unidades producidas por día e $B(x)$ o beneficio diario obtido, expresado en milleiros de euros. ^[2,50 puntos]

$$B(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + 10}$$

a) Conteste ás seguintes cuestións: ^[0,75 puntos]

- Cal será o beneficio nun día no que se produzan dez unidades?
- Cantas unidades cómpre producir como mínimo para cubrir gastos?
- Se a produción se paraliza catro días como consecuencia da avaría dunha máquina, a canto ascenden as perdas?

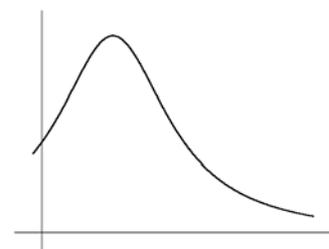
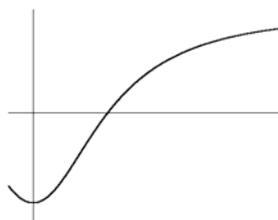
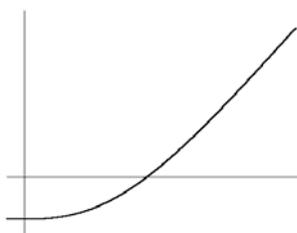
b) Xustifique razoadamente: ^[0,75 puntos]

- Se a función $B(x)$ ten algún mínimo ou algún máximo.
- En caso afirmativo, explique o seu significado no contexto do problema.

c) Xustifique razoadamente: ^[0,50 puntos]

- Se a función $B(x)$ ten algunha asíntota horizontal.
- En caso afirmativo, explique o seu significado no contexto do problema.

d) Cal das gráficas que se reproducen abaixo corresponde á función $B(x)$? Indique brevemente tres razóns para a opción elixida. ^[0,50 puntos]



3. Los beneficios obtenidos por la fabricación de una determinada máquina vienen dados por la expresión de la derecha, donde x representa el número de unidades producidas por día y $B(x)$ el beneficio diario obtenido, expresado en miles de euros. ^[2,50 puntos]

$$B(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + 10}$$

a) Conteste a las siguientes cuestiones: ^[0,75 puntos]

- ¿Cuál será el beneficio en un día en el que se produzcan diez unidades?
- ¿Cuántas unidades hay que producir como mínimo para cubrir gastos?
- Si la producción se paraliza cuatro días como consecuencia de la avería de una máquina, ¿a cuánto ascienden las pérdidas?

b) Justifique razonadamente: ^[0,75 puntos]

- Si la función $B(x)$ tiene algún mínimo o algún máximo.
- En caso afirmativo, explique su significado en el contexto do problema.

c) Justifique razonadamente: ^[0,50 puntos]

- Si la función $B(x)$ tiene alguna asíntota horizontal.
- En caso afirmativo, explique su significado en el contexto del problema.

d) ¿Cuál de las gráficas que se reproducen arriba corresponde a la función $B(x)$? Indique brevemente tres razones para la opción elegida. ^[0,50 puntos]



PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS: GRAO SUPERIOR
Convocatoria extraordinaria: marzo de 2005

Parte específica
MATEMÁTICAS
[CS.PX.040]

4. Nun control de alcoholemia méíronse as seguintes taxas de alcohol, en miligramos: [2,50 puntos]

0,20	0,00	0,25	0,20	0,00
0,15	0,20	0,15	0,50	0,50
0,10	0,25	0,00	0,20	0,10

- a) Calcule a media, a mediana e a moda dos datos anteriores, e represénteos mediante un diagrama de barras. [1,00 punto]
- b) A taxa máxima permitida é de 0,25 mg. Elixido un condutor dos anteriores ao chou, cal é a probabilidade de que dea positivo no control? [0,50 puntos]
- c) Sábese que de cada dez accidentes mortais catro son debidos ao consumo excesivo de alcohol. Nun determinado día prodúcense oito accidentes:
- Cal é a probabilidade de que cinco deles sexan debidos ao alcohol? [0,50 puntos]
 - Cal é a probabilidade de que polo menos dous sexan debidos ao alcohol? [0,50 puntos]

4. En un control de alcoholemia se midieron las siguientes tasas de alcohol, en miligramos: [2,50 puntos]

0,20	0,00	0,25	0,20	0,00
0,15	0,20	0,15	0,50	0,50
0,10	0,25	0,00	0,20	0,10

- a) Calcule la media, la mediana y la moda de los datos anteriores, y represéntelos mediante un diagrama de barras. [1,00 punto]
- b) La tasa máxima permitida es de 0,25 mg. Elegido un conductor de los anteriores al azar, ¿cuál es la probabilidad de que dé positivo en el control? [0,50 puntos]
- c) Se sabe que de cada diez accidentes mortales cuatro son debidos al consumo excesivo de alcohol. En un determinado día se producen ocho accidentes:
- ¿Cuál es la probabilidad de que cinco de ellos sean debidos al alcohol? [0,50 puntos]
 - ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos sean debidos al alcohol? [0,50 puntos]

3. Criterios de avaliación e comentarios

3.1 Criterios que se empregan no exercicio

- Recoñecer as familias de funcións elementais, relacionar as súas gráficas e fórmulas alxébricas con fenómenos que se axusten a elas, e valorar a importancia da elección de escalas.
 - Este criterio valórase nos problemas 1 e 3.
- Interpretar informacións sobre situacións reais que se poidan representarse graficamente, que esixan ter en conta intervalos de crecemento e de decrecemento, máximos e mínimos, e tendencias de evolución e continuidade.
 - Este criterio valórase no problema 3.
- Utilizar a linguaxe matricial e as operacións con matrices como instrumentos para representar datos, relacións e ecuacións e, en xeral, para resolver situacións diversas.
 - Este criterio valórase no problema 2.
- Asignar e interpretar probabilidades a sucesos simples e compostos, utilizando diferentes técnicas como o reconto directo, a combinatoria e as propiedades da probabilidade.
 - Este criterio valórase no problema 4.
- Tomar decisións ante situacións que se axusten a unha distribución binomial ou normal, por medio do estudo das probabilidades de sucesos.
 - Este criterio valórase no problema 4.
- Utilizar as operacións con distintos tipos de números para afrontar ecuacións con solucións de diferentes campos numéricos e resolver problemas xurdidos delas, elixindo a forma de cálculo apropiada, e interpretar os resultados obtidos.
 - Este criterio valórase no problema 2.
- Resolver problemas concretos mediante a elaboración de estratexias que permitan expresalos na linguaxe alxébrica, aplicando as técnicas precisas para achar a súa solución
 - Este criterio valórase nos problemas 1 e 2.

3.2 Criterios que se empregan no exercicio modificando o procedemento base

Non se modifica criterio ningún.

3.3 Criterios excluídos do exercicio

A limitación de tempo na realización do exercicio impide a avaliación da totalidade dos criterios. Neste exercicio concreto exclúese o seguinte criterio:

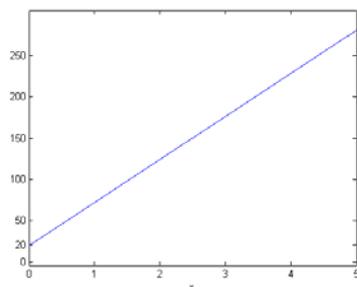
- Utilizar en situacións reais o coeficiente de correlación e a recta de regresión para interpretar o grao e o carácter da relación entre dúas variables dunha distribución bidimensional.

4. Solución completa con pautas de corrección e de puntuación

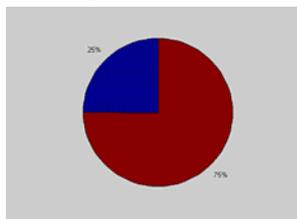
Problema 1

[2,50 puntos]

- a) Función que represente os ingresos por cliente no hotel A, en función dos días de estancia, e representación gráfica utilizando as escalas axeitadas. [0,25 cada cuestión]
 - Sendo x o número de días, a función pedida é: $f_A(x) = 20 + 52 \cdot x$
 - A representación gráfica é:



- b) Cantos excursionistas se aloxaron en cada hotel? [0,50 puntos a formulación; 0,25 puntos a resolución do sistema]
 - Chamándolle x ao número de clientes que se aloxaron no hotel A, e y ao número dos que se aloxaron no hotel B, resulta o sistema:
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 20 \cdot x + 52 \cdot 7 \cdot x + 60 \cdot 7 \cdot y = 40920 \end{array} \right\} \text{, que,}$$
 unha vez resolto, dá as solucións: $x = 30$ (clientes que se aloxaron en A); $y = 70$ (clientes de B).
- c) Días que tería que durar a estancia dun cliente, para que o prezo global do aloxamento fose o mesmo nos dous hoteis. [0,75 puntos: 0,50 a formulación e 0,25 a resolución]
 - Sendo x o número de días, resulta a ecuación: $20 + 52 \cdot x = 60 \cdot 10 + 48 \cdot (x - 10)$, que, unha vez resolta, dá como resultado $x = 25$ días de estancia
- d) Porcentaxe que representa cada hotel no total dos ingresos da empresa por este concepto [0,25 puntos] e representación mediante un diagrama de sectores [0,25 puntos].
 - 1.500 euros representan o 25 % de 6.000, e 4.500 representan o 75 %.
 - O diagrama de sectores pedido é:



Problema 2

- a) Razoar á vista do sistema quen é o avó e quen é o neto. [0,50 puntos]

- Da primeira ecuación resulta: $x + y + 10 = z$, polo que a maior idade ten que ser z , que corresponde a Carlos. Xa que logo, o avó é Carlos.
- Na segunda ecuación, $6x - 7y = z$ (z positivo, pois é unha idade) $\Rightarrow 6 \cdot x > 7 \cdot y \Rightarrow x > y$, polo que a idade do neto ten que ser y (que corresponde a Bieito).

- b) A expresión que corresponde ao sistema é: [0,50 puntos]

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -7 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ m \end{pmatrix}, \text{ pois efectuando as sucesivas multiplicacións filas-}$$

columnas no primeiro membro e igualando coas respectivas columnas do segundo membro, obtemos o sistema.

- c) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & -7 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

- O seu determinante vale $-7-6-1-(7+6-1) = -26$. [0,50 puntos]
- A matriz A ten inversa, porque é non singular. [0,25 puntos]
- Non se pode efectuar a multiplicación $A \cdot M$, porque o número de columnas da matriz A non coincide co número de filas de M . [0,25 puntos]

- d) Comprobar se os valores $x = 2^{-3}$; $y = 0,04$ constitúen unha solución para o sistema

$$\left. \begin{array}{l} 8x + 2y = \frac{27}{25} \\ x - 10y = \frac{-11}{40} \end{array} \right\} [0,50 \text{ puntos}]$$

- Substituíndo nas dúas ecuacións resulta: $8 \cdot 2^{-3} + 2 \cdot 0,04 = 8 \cdot \frac{1}{8} + 0,08 = 1,08 = \frac{108}{100} = \frac{27}{25}$

Analogamente: $2^{-3} - 10 \cdot 0,04 = \frac{1}{8} - 0,4 = \frac{1}{8} - \frac{4}{10} = \frac{5-16}{40} = -\frac{11}{40}$; xa que logo, os valores de x e y dados constitúen unha solución para o sistema.

Problema 3

- a) [0,75 puntos]

- Beneficio nun día no que se produzan 10 unidades:

$$B(10) = \frac{3 \cdot 10^2 - 27}{10^2 + 10} = \frac{273}{110} = 2,4818181, \text{ que equivale a } 2481,82 \text{ euros. [0,25 puntos]}$$

- Para cubrir gastos, ten que cumprirse que $B(x) = 0$ e, por tanto, $3 \cdot x^2 - 27 = 0$, que dá como resultado $x = 3$ unidades. [0,25 puntos]

- Se a produción se paraliza un día, $x = 0 \Rightarrow B(x) = \frac{-27}{10} = -2,7$, que representa as perdas dese día. Se a produción se paraliza catro días, as perdas ascenderán a $4 \cdot (-2,7) = -10,8$; é dicir, 10.800 euros de perdas. [0,25 puntos]

- b) Extremos relativos e significado:

– $B'(x) = \frac{6x}{(x^2 + 10)^2}$; $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

Como $B''(0) > 0 \Rightarrow x = 0$ é un mínimo para a función $B(x)$. [0,50 puntos]

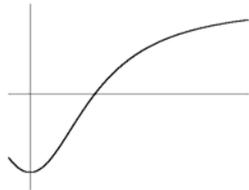
No contexto deste problema, este mínimo relativo significa que se non se produce unidade ningunha nun determinado día, as perdas son máximas. [0,25 puntos]

▪ c) Asíntotas horizontais e significado:

– $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 27}{x^2 + 10} = 3 \Rightarrow$ a recta $y = 3$ é unha asíntota horizontal para a curva dada. [0,25 puntos]

– O significado no contexto do problema é que á medida que aumenta o número de unidades producidas os beneficios se aproximan cada vez máis a 3.000 euros, pero sen chegar a esa cantidade. [0,25 puntos]

▪ d) A función $B(x)$ ten un mínimo en $x = 0$, e ten como asíntota horizontal a recta $y = 3$. Ademais, a súa segunda derivada en $x = 3$ é negativa, polo que ten que ter a súa curvatura cara a abaixo nun contorno dese punto. A única gráfica que cumpre estas tres condicións é a segunda: [0,50 puntos]



Problema 4

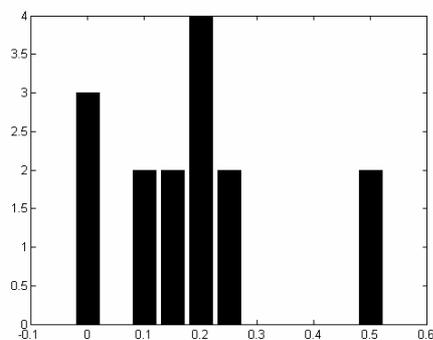
▪ a) Ordenando os datos de menor a maior obtemos: 0,00 - 0,00 - 0,00 - 0,10 - 0,10 - 0,15 - 0,15 - 0,20 - 0,20 - 0,20 - 0,20 - 0,25 - 0,25 - 0,50 - 0,50. Resulta, entón: [0,25 puntos cada apartado]

– Mediana: $M_e = 0,20$.

– Moda: $M_o = 0,20$.

– Media: $\bar{M} = \frac{3x0,00 + 2x0,10 + 2x0,15 + 4x0,20 + 2x0,25 + 2x0,50}{15} = 0,187$

– O diagrama de barras é:



- b) Probabilidade de que dea positivo [0,50 puntos]: $p(P) = \frac{c. favorables}{c. posibles} = \frac{2}{15} = 0,1333$
- c) Considerando a variable aleatoria $X \equiv$ número de accidentes debidos ao alcohol, X segue unha distribución binomial de parámetros 8 e 0,4. De oito accidentes
 - Probabilidade de que, de oito accidentes, cinco se deban ao alcohol [0,50 puntos]:

$$p\{X = 5\} = \binom{8}{5} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^3 = 0,1239$$
 - Probabilidade de que polo menos dous accidentes se deban ao alcohol [0,50 puntos]:

$$p\{X \geq 2\} = 1 - p\{X < 2\} = 1 - [p\{X = 0\} + p\{X = 1\}] =$$

$$= 1 - \left[\binom{8}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^8 + \binom{8}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^7 \right] = 0,8936$$