Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais

Probas de acceso a ciclos formativos
de grao superior

Parte específica

Matemáticas aplicadas ás ciencias sociais

Índice

1. Formato e duración

Esta proba consta de cinco problemas con varios apartados cada un. Débense xustificar todas as respostas.

A duración da proba é de dúas horas

Pódese usar calculadora non gráfica e non programable.

2. Exercicio

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Probas de acceso a ciclos formativos de grao superior

Proba de

Matemáticas aplicadas ás ciencias sociais 2

Código

CSPE160

Control

Poña aquí a etiqueta de control do exame

(código só en letras)

Matemáticas aplicadas ás ciencias sociais 2

PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRAO SUPERIOR

Convocatoria ordinaria: xuño de 2004

Parte específica
MATEMÁTICAS APLIC. CCSS
[CS.PE.160]

1. **Queremos realizar un investimento en accións e bonos. Sábese que as accións teñen unha rendibilidade media do 10%, e os bonos do 4 %.** [2,00 puntos]
   a) **Se investimos 10.000 euros en cada producto, que beneficio total obtemos?** [0,25 puntos]
   b) **Se queremos investir 42.200 euros, de xeito que o investimento en accións sexa sete veces maior ca o investimento en bonos, que cantidade temos que investir en cada produto?** [0,50 puntos]
   c) **Se queremos investir 10.000 euros en total e obter unha rendibilidade global do 6,1 %, formule e resolva un sistema de ecuacións que permita coñecer que cantidade debemos investir en cada un dos produtos.** [0,75 puntos]
   d) [0,25 puntos] **Comprobar se** $x = 3 \cdot 10^{-1}$, $y = 0{,}025$ **é unha solución para o sistema** $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 0{,}675 \\ 10x - 4y = 2{,}9 \end{array}\right\}$.
   e) **Exprese o sistema do apartado c) en forma matricial.** [0,25 puntos]

1. Queremos realizar una inversión en acciones y bonos. Se sabe que las acciones tienen una rentabilidad media del 10%, y los bonos del 4 %. [2,00 puntos]
a) Si invertimos 10.000 euros en cada producto, ¿qué beneficio total obtenemos? [0,25 puntos]
b) Si queremos invertir 42.200 euros, de modo que la inversión en acciones sea siete veces mayor que la inversión en bonos, ¿qué cantidad tenemos que invertir en cada producto? [0,50 puntos]
c) Si queremos invertir 10.000 euros en total y obtener una rentabilidad global del 6,1 %, formule y resuelva un sistema de ecuaciones que permita averiguar qué cantidad debemos invertir en cada uno de los productos. [0,75 puntos]
d) [0,25 puntos] *Comprobar si* $x = 3 \cdot 10^{-1}$, $y = 0{,}025$ *es una solución para el sistema* $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 0{,}675 \\ 10x - 4y = 2{,}9 \end{array}\right\}$.

2. **O proceso de fabricación dun determinado produto supón un investimento inicial de 5.000 euros, e un custo adicional de 12 euros por cada unidade fabricada.** [2,00 puntos]
   a) **Se se fabrican 2.000 unidades, cal será o custo medio de fabricación por unidade?** [0,25 puntos]
   b) **No suposto anterior, cal tería que ser o prezo de venda de cada unidade para poder obter un beneficio total de 12.000 euros?** [0,25 puntos]
   c) **Se x representa o número de unidades fabricadas, explique o que representa, no contexto deste problema, cada unha das funcións seguintes:** [0,50 puntos]
   $$f(x) = 5000 + 12 \cdot x \qquad g(x) = \frac{5 \cdot 10^3 + 12 \cdot x}{x}$$
   d) **Realice unha representación gráfica aproximada da función g(x) anterior, para valores de abscisa positivos.** [0,50 puntos]
   e) **Conteste ás seguintes cuestións:** [0,50 puntos]
   — **Que ocorre co custo medio de fabricación por unidade á medida que aumentamos o número de unidades fabricadas?**
   — **Xustifique alxébricamente a conclusión anterior, mediante o cálculo dunha asíntota da función correspondente.**

Versión en castellano de esta pregunta en la página siguiente

2. *El proceso de fabricación de un determinado producto supone una inversión inicial de 5.000 euros, y un coste adicional de 12 euros por cada unidad fabricada.* [2,00 puntos]
   a) *Si se fabrican 2.000 unidades, ¿cuál será el coste medio de fabricación por unidad?* [0,25 puntos]
   b) *En el supuesto anterior, ¿cuál tendría que ser el precio de venta de cada unidad para poder obtener un beneficio total de 12.000 euros?* [0,25 puntos]
   c) *Si x representa el número de unidades fabricadas, explique qué representa, en el contexto de este problema, cada una de las funciones siguientes:* [0,50 puntos]

   $$f(x) = 5000 + 12 \cdot x \qquad g(x) = \frac{5 \cdot 10^3 + 12 \cdot x}{x}$$

   d) *Realice una representación gráfica aproximada de la función g(x) anterior, para valores de abscisa positivos.* [0,50 puntos]
   e) *Conteste a las siguientes cuestiones:* [0,50 puntos]
   - *¿Qué ocurre con el coste medio de fabricación por unidad a medida que aumentamos el número de unidades fabricadas?*
   - *Justifique algabraicamente la conclusión anterior, mediante el cálculo de una asíntota de la función correspondiente.*

3. As vendas, en milleiros de euros, dunha determinada empresa ao longo dun mes veñen dadas pola expresión $V(t) = 30 + 0{,}24 \cdot t - 0{,}03 \cdot t^2$, onde t representa o día do mes. [2,00 puntos]

a) A canto ascenden as vendas do cuarto día do mes? [0,25 puntos]

b) Obteña un máximo da función *V(t)* para saber en que día se produciu un número máximo de vendas. [0,75 puntos]

c) En que días se produciu un número mínimo de vendas? [0,50 puntos]

d) Faga unha representación gráfica aproximada de: [0,50 puntos]

- **Unha función que sexa crecente e negativa no intervalo (0 , 1).**
- **Unha función que sexa decrecente e positiva no intervalo (0 , 1).**

3. *Las ventas, en miles de euros, de una determinada empresa a lo largo de un mes vienen dadas por la expresión* $V(t) = 30 + 0{,}24 \cdot t - 0{,}03 \cdot t^2$, *donde t representa el día del mes.* [2,00 puntos]
   a) *¿A cuánto ascienden las ventas del cuarto día del mes?* [0,25 puntos]
   b) *Obtenga un máximo de la función V(t) para saber en qué día se produjo un número máximo de ventas.* [0,75 puntos]
   c) *¿En qué días se produjo un número mínimo de ventas?* [0,50 puntos]
   d) *Haga una representación gráfica aproximada de:* [0,50 puntos]
   - *Una función que sea creciente y negativa en el intervalo (0 , 1).*
   - *Una función que sea decreciente y positiva en el intervalo (0 , 1).*

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Formación Profesional
e Ensinanzas Especiais

Edificio administrativo San Caetano, s/n
15771 – Santiago de Compostela

4. Dada unha baralla española (40 cartas) ... [2,00 puntos]

a) Se extraemos unha carta ao chou, cal é a probabilidade de que sexa unha sota? [0,50 puntos]

b) Se extraemos tres cartas de xeito sucesivo, devolvendo á baralla en cada caso a carta extraída, cal é a probabilidade de que as tres sexan espadas? [0,50 puntos]

c) Se extraemos tres cartas simultaneamente, cal é a probabilidade de que as tres sexan espadas? [0,50 puntos]

d) Se extraemos tres cartas simultaneamente, cal é a probabilidade de que polo menos dúas sexan espadas? [0,50 puntos]

4. Dada una baraja española (40 cartas) ... [2,00 puntos]

a) Si extraemos una carta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una sota? [0,50 puntos]

b) Si extraemos tres cartas de modo sucesivo, devolviendo a la baraja en cada caso la carta extraída, ¿cuál es la probabilidad de que las tres sean espadas? [0,50 puntos]

c) Si extraemos tres cartas simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que las tres sean espadas? [0,50 puntos]

d) Si extraemos tres cartas simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos sean espadas? [0,50 puntos]

5. Estudiadas as estaturas e os pesos dos alumnos dunha clase, obtense a táboa seguinte: [2,00 puntos]

Estatura (*y*)	164	175	172	177	170	182	164	172	160	164
Peso (*x*)	53	62	51	63	65	62	55	52	51	56

a) Calcule a media e a mediana dos pesos dos alumnos da táboa anterior. [0,50 puntos]

b) Dividindo as estaturas dos alumnos en intervalos de 5 en 5 centímetros, entre 160 e 185 centímetros, calcule as frecuencias absolutas de cada intervalo e represente os datos mediante un histograma. [0,50 puntos]

c) No suposto de que a ecuación da recta de regresión de *y* sobre *x* sexa $y = 0{,}77 \cdot x + 126{,}11$**:** [0,75 puntos]

— Faga unha representación gráfica aproximada da recta de regresión e da nube de puntos correspondente á distribución.

— Cal sería o peso estimado dun alumno que medise 190 cm de estatura?

d) No suposto de que o coeficiente de correlación sexa 0,6 indique se a correlación entre as variables pode considerarse forte, débil ou ningunha das dúas cousas. Xustifique a resposta. [0,25 puntos]

5. Estudiadas las estaturas y los pesos de los alumnos de una clase, se obtiene la tabla siguiente: [2,00 puntos]

Estatura (y)	164	175	172	177	170	182	164	172	160	164
Peso (x)	53	62	51	63	65	62	55	52	51	56

a) Calcule la media y la mediana de los pesos de los alumnos de la tabla anterior. [0,50 puntos]

b) Dividiendo las estaturas de los alumnos en intervalos de 5 en 5 centímetros, entre 160 y 185 centímetros, calcule las frecuencias absolutas de cada intervalo y represente los datos mediante un histograma. [0,50 puntos]

c) En el supuesto de que la ecuación de la recta de regresión de y sobre x sea $y = 0{,}77 \cdot x + 126{,}11$*:* [0,75 puntos]

— Haga una representación gráfica aproximada de la recta de regresión y de la nube de puntos correspondiente a la distribución.

— ¿Cuál sería el peso estimado de un alumno que midiese 190 cm de estatura?

d) En el supuesto de que el coeficiente de correlación sea 0,6 indique si la correlación entre las variables puede considerarse fuerte, débil o ninguna de las dos cosas. Justifique la respuesta. [0,25 puntos]

3. Criterios de avaliación e comentarios

3.1 Criterios que se empregan no exercicio

- Traducir problemas enunciados na linguaxe natural á linguaxe alxébrica, seleccionar as técnicas axeitadas para a súa solución e interpretar as solucións obtidas no contexto de que se trate.
  - Este criterio valórase nos problemas 1, 2 e 3.
- Analizar e interpretar cualitativa e cuantitativamente fenómenos económicos e sociais mediante o estudo das relacións funcionais que aparecen neles.
  - Este criterio valórase nos problemas 2 e 3.
- Utilizar táboas e gráficas como instrumento para o estudo de situacións empíricas, axustándoas a unha función, e obter os seus parámetros para adquirir información suplementaria, empregando os métodos de interpolación e extrapolación axeitados.
  - Este criterio valórase parcialmente no problema 3.
- Utilizar os números reais e as súas operacións, elixindo a notación máis axeitada, para intercambiar información e resolver problemas.
  - Este criterio valórase no problema 1 e, parcialmente, nos problemas 2 e 3.
- Interpretar e elaborar informes sobre situacións reais que se poidan representar graficamente, que esixan ter en conta intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, tendencias de evolución e continuidade.
  - Este criterio valórase no problema 3 e, parcialmente, no problema 2.
- Interpretar o grao de relación entre as variables duna distribución bidimensional e obter conclusións cuantitativas sobre diversas situacións, empregando o coeficiente de correlación e as rectas de regresión.
  - Este criterio valórase no problema 5.
- Resolver problemas de optimización extraídos de situacións reais de carácter económico e social utilizando o cálculo de derivadas.
  - Este criterio valórase no problema 3.
- Asignar e interpretar probabilidades a sucesos simples e compostos (dependentes e independentes), utilizando diferentes técnicas como o reconto directo, diagramas de árbore, a combinatoria ou as táboas das distribucións binomial e normal.
  - Este criterio valórase no problema 4.

3.2 Criterios que se empregan no exercicio modificando o procedemento base

- Non se modifica ningún criterio.

3.3 Criterios excluídos do exercicio

A duración da proba impide un tratamento exhaustivo de todos os criterios de avaliación. Neste exercicio concreto non se valoran os seguintes criterios:

- Distinguir se a relación entre os elementos dun conxunto de datos dunha distribución bidimensional é de carácter funcional ou aleatorio, e extraer conclusións de tipo cualitativo a partir da súa representación gráfica.
- Utilizar a linguaxe matricial e as operacións con matrices como instrumento para representar datos estruturados en forma de táboas ou gráficos provenientes de situacións diversas.
- Realizar investigacións nas que se utilicen estratexias tales como a reorganización e a codificación da información de partida, a busca de exemplos, particularizacións, xeneralizacións, métodos de ensaio-erro sistemáticos e as ferramentas matemáticas adecuadas.
- Tomar decisións ante situacións que se axusten a unha distribución binomial ou normal, por medio da asignación de probabilidades aos sucesos correspondentes.

4. Solución completa con pautas de corrección e de puntuación

– **Problema 1**

[2,00 puntos]

- a) Beneficio obtido investindo 10.000 euros en cada produto [0,25 puntos]:

  O beneficio vén dado por: $10000\cdot\frac{10}{100}+10000\cdot\frac{4}{100}=1400$ euros.

- b) Cantidade investida en cada produto para un investimento global de 42.200 euros [0,50 puntos].

  Chamándolle x á cantidade investida en bonos, ten que cumprirse que $x+7x=42200$, ecuación da que se obtén $x=5275$ euros investidos en bonos.

  A cantidade investida en accións será, xa que logo, $7x=36925$ euros.

- c) Cantidade investida en cada produto para obter unha rendibilidade global do 6,1 %. [0,75 puntos]

  Chamándolle x á cantidade investida en accións, e y á cantidade investida en bonos, resulta o seguinte sistema de ecuacións: $\left.\begin{array}{r} x+y=10000 \\ x\cdot\frac{10}{100}+y\cdot\frac{4}{100}=10000\cdot\frac{6,1}{100}\end{array}\right\}$. Simplificando este sistema obtense: $\left.\begin{array}{r} x+y=10000 \\ 10x+4y=61000\end{array}\right\}$, que unha vez resolto dá como solución:

  x = 3500 euros investidos en accións; y = 6500 euros investidos en bonos.

- d) Comprobación duna solución para o sistema dado [0,25 puntos]:

  Os valores $x=3\cdot10^{-1}$, $y=0,025$ constitúen unha solución para o sistema $\left.\begin{array}{r} 2x+3y=0,675 \\ 10x-4y=2,9\end{array}\right\}$

  posto que cumpren as dúas ecuacións: $\left.\begin{array}{r} 2\cdot3\cdot10^{-1}+3\cdot0,025=0,675 \\ 10\cdot3\cdot10^{-1}-4\cdot0,025=2,9\end{array}\right\}$

- e) Expresión do sistema do apartado anterior en forma matricial [0,25 puntos]:

  $\begin{pmatrix}2 & 3\\ 10 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,675\\ 2,9\end{pmatrix}$

– **Problema 2**

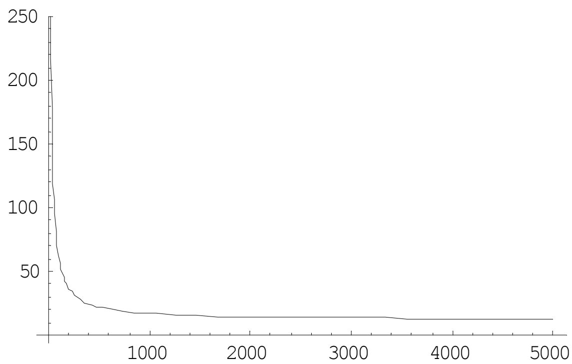
- a) Custo medio no caso de que se fabriquen 2.000 unidades [0,25 puntos]: O custo total de fabricación das 2000 unidades é: $5000 + 12 \cdot 2000 = 29000$ euros. O custo medio por unidade é $\frac{29000}{2000} = 14{,}50$ euros.

- b) Prezo de venda por unidade no caso anterior, para obter un beneficio de 12.000 euros [0,25 puntos]:

  Como o custo de fabricación é de 29.000 euros, o prezo de venda tería que ser de 41.000 euros, co que o prezo de venda por unidade debería ser $\frac{41000}{2000} = 20{,}50$ euros por unidade.

- c) Significado de cada unha das funcións seguintes [0,50 puntos]:
  - $f(x) = 5000 + 12 \cdot x$ é a función que representa o custo global de fabricación de x unidades.
  - $g(x) = \frac{5 \cdot 10^3 + 12 \cdot x}{x}$ é a función que representa o custo medio de fabricación por unidade**.**

- d) Representación gráfica de g(x) [0,50 puntos]: dado que g(x) representa un custo, sempre positivo, representaremos unicamente a parte da gráfica correspondente a abscisas positivas:



- e) Evolución do custo medio en función do número de unidades [0,50 puntos]:
  - Á medida que aumenta o número de unidades producidas, o custo medio por unidade diminúe.
  - A función $g(x) = \frac{5 \cdot 10^3 + 12 \cdot x}{x}$ ten como asíntota horizontal a recta *y = 12*, posto que $\lim_{x \to \infty} \frac{5 \cdot 10^3 + 12x}{x} = 12$. En consecuencia, canto maior é o número de unidades fabricadas, máis se aproxima a 12 euros o custo medio de fabricación por unidade.

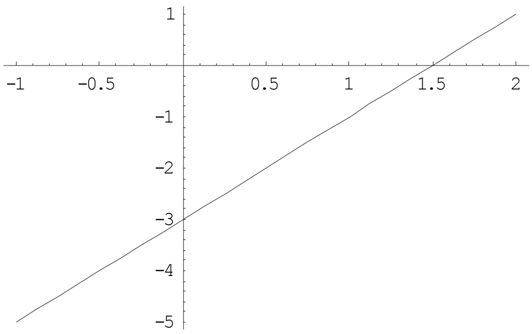
– **Problema 3**

- a) Vendas do cuarto día [0,25 puntos]:

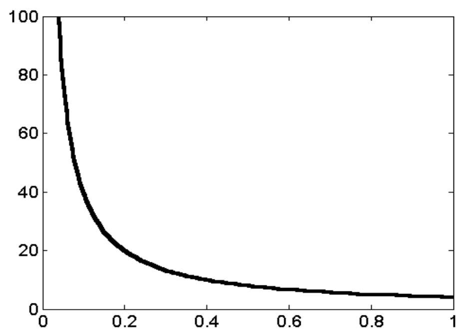
$V(4) = 30 + 0{,}24 \cdot 4 - 0{,}03 \cdot 4^2 = 30{,}48$ milleiros de euros; é dicir, 30.480 euros.

- b) Cálculo dun máximo da función [0,75 puntos]: calculamos a primeira derivada da función $V^{\mathrm{I}}(t) = 0{,}24 - 0{,}06 \cdot t$; a primeira derivada anúlase para $t = 4$: $V^{\mathrm{I}}(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$; Para $t = 4$ a segunda derivada é negativa, pois $V^{\mathrm{II}}(t) = -0{,}06 < 0$. Por tanto, $t = 4$ é un máximo para a función.
- c) Días de número mínimo de vendas [0,50 puntos]: como a función ten un máximo en $t = 4$, a partir dese valor é decrecente. Xa que logo, o número mínimo de vendas producirase o día trixésimo.
- d) Representación gráfica [0,50 puntos]:

– Dunha función crecente e negativa no intervalo (0,1).



– Dunha función decrecente e positiva en (0,1)



– **Problema 4**

- a) Probabilidade de sacar unha sota [0,50 puntos]: chamándolle S ao suceso consistente en que a carta extraída sexa unha sota, $p(S) = \frac{4}{40} = 0{,}1$
- b) Extraendo tres cartas sucesivamente, con devolución á baralla, probabilidade de que as tres sexan espadas [0,50 puntos]:

$$p(EEE) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = 0{,}016$$

- c) Extraendo tres cartas simultaneamente, probabilidade de sacar tres espadas [0,50 puntos]:

$$p(E_3)=\frac{\binom{10}{3}}{\binom{40}{3}}=\frac{120}{9880}=0{,}012$$

- d) Probabilidade de que polo menos dúas das tres cartas extraídas sexan espadas [0,50 puntos]: a probabilidade de que polo menos dúas cartas sexan espadas é a suma das probabilidades de que dúas cartas sexan espadas e de que tres cartas sexan espadas

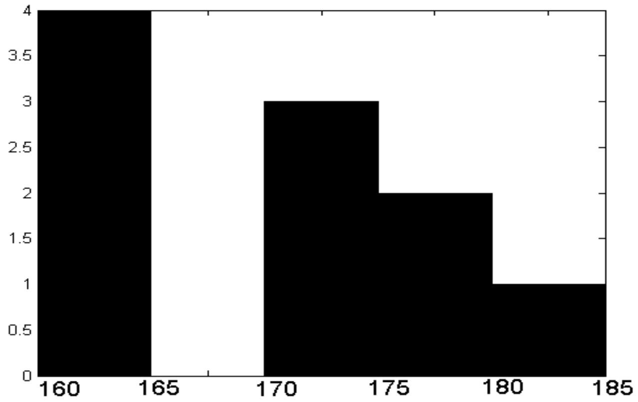
$$p(E_2)+p(E_3)=\frac{\binom{10}{2}\cdot\binom{30}{1}}{\binom{40}{3}}+\frac{\binom{10}{3}}{\binom{40}{3}}=0{,}149$$

– **Problema 5**

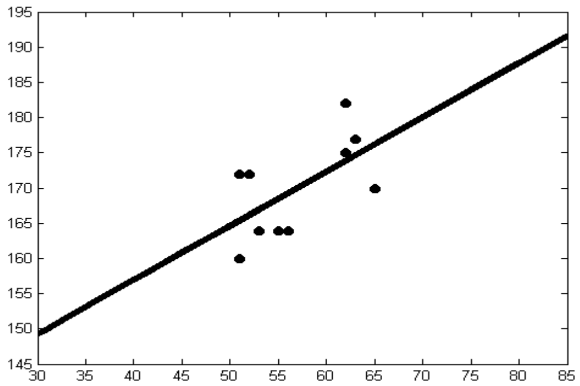
- a) Media e mediana dos pesos [0,50 puntos]:
  - A media $\bar{x}=\frac{570}{10}=57$
  - A mediana $M_e=\frac{55+56}{2}=55{,}5$
- b) Táboa de frecuencias das estaturas e histograma [0,50 puntos]:
  - Táboa de frecuencias:

Estatura	Frecuencia
$160\le y<165$	4
$165\le y<170$	0
$170\le y<175$	3
$175\le y<180$	2
$180\le y<185$	1

  - Histograma



- c) [0,50 puntos]:
  - Representación da recta de regresión e da nube de puntos



  - Peso estimado dun alumno de 190 cm de estatura:

    $190 = 0{,}77 \cdot x + 126{,}11 \Rightarrow x = 82{,}97$ Kg.

- d) Tipo de correlación e xustificación [0,50 puntos]:
  - Dado que o coeficiente de correlación é 0,6 a correlación non pode considerarse forte nin débil.
  - Unha correlación é forte cando o coeficiente de correlación está próximo a 1, e débil cando o coeficiente de correlación está próximo a 0.