Dirección Xeral de Formación Profesional e Ensinanzas Especiais

Probas de acceso a ciclos formativos de grao superior

Parte xeral

Matemáticas

Índice

1.Formato e duración 3
2.Exercicio 3
Problema 1 3
Problema 2 3
Problema 3 4
Problema 4 5
3.Solución completa con pautas de corrección e de puntuación 6
Problema 1 6
Problema 2 7
Problema 3 7
Problema 4 8

1. Formato e duración

Esta proba consta de catro problemas con varios apartados cada un. Débense xustificar todas as respostas.

A duración da proba é dunha hora e media

Pódese usar calculadora non gráfica e non programable.

2. Exercicio

Problema 1

[2,5 puntos]

Queremos alugar unha determinada máquina, para o que consultamos dúas empresas, que nos ofrecen as seguintes condicións:

A empresa *A* cobra 240 euros iniciais fixos, e 60 euros por día de alugamento.

A empresa *B* cobra 72 euros por día de alugamento.

- a) Escriba unha función que relacione o número de días de alugamento co seu custo no caso da empresa *A*, e o mesmo para a empresa *B*. [0,50 puntos]
- b) Efectúe unha representación gráfica aproximada das rectas anteriores no mesmo sistema de coordenadas. [0,50 puntos]
- c) Formule e resolva unha ecuación que nos permita saber por cantos días temos que alugar a máquina para que o prezo das dúas empresas coincida. [0,50 puntos]
- c) Formule e resolva unha ecuación que nos permita saber por cantos días temos que alugar a máquina para que o prezo das dúas empresas coincida. [0,50 puntos]
- e) No caso de que aluguemos a máquina por máis de 40 días, a empresa B ofrécenos un desconto do 20% sobre o prezo dos días que superen os 40. Neste suposto, a partir de cantos días de alugamento sería máis económica a empresa *B*? Comprobe o resultado cun exemplo. [0,75 puntos]

Problema 2

[2,5 puntos]

Para medir o consumo dun determinado vehículo, realizáronse varias probas en cidade e en estrada. Coñécese o seguinte:

- Realizando 100 km en cidade e 50 en estrada, consumíronse 18 litros de gasolina.
- Percorrendo 50 km por cidade e 100 por estrada, consumíronse 15 litros de gasolina.

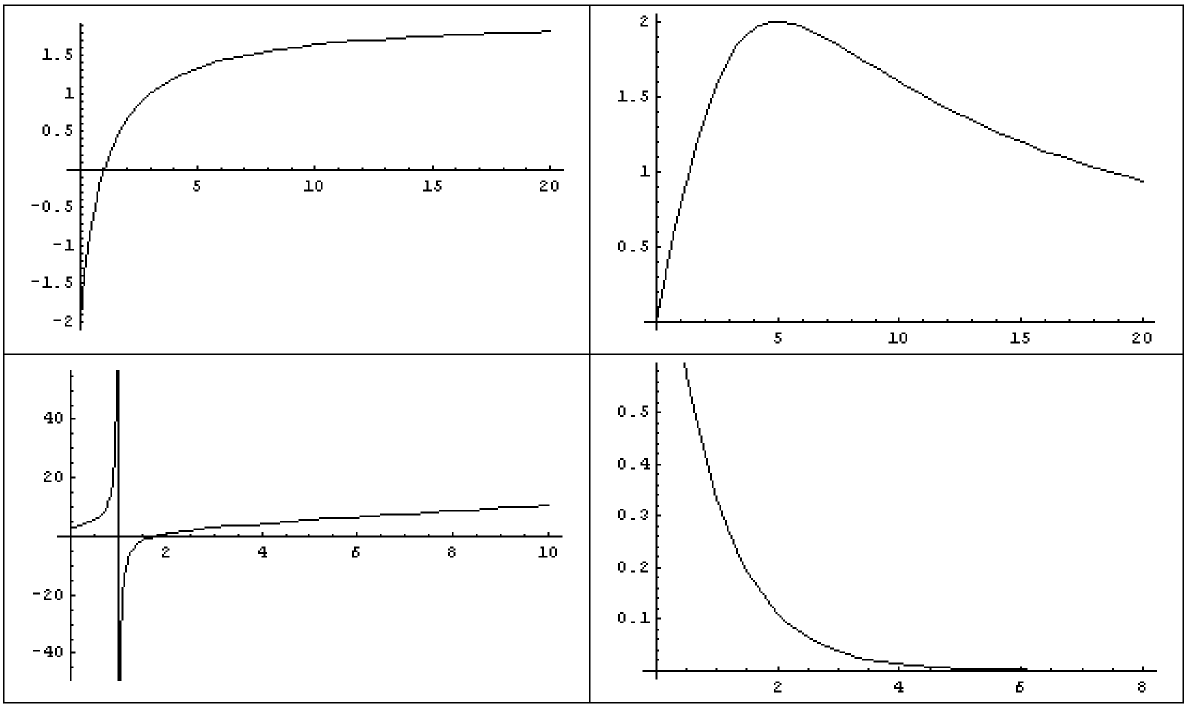
- a) Formule e resolva un sistema de ecuacións que permita coñecer o consumo medio en cidade e en estrada. [0,75 puntos]
- b) Exprese eses consumos en porcentaxes (consumo cada 100 km.). [0,25 puntos]
- c) Como pode expresarse este sistema en forma matricial? [0,25 puntos]
- d) Sexa $C = \begin{pmatrix} 100 & 50 \\ 50 & 100 \end{pmatrix}$ a matriz dos coeficientes do sistema, e sexa $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.
  - Xustifique se é posible realizar o produto de matrices *C.M.* [0,25 puntos]
  - Calcule o valor do determinante de M. [0,25 puntos]
- e) Consideremos o sistema de ecuacións: $\left.\begin{matrix} x - y = 1 \\ nx - y = 4 \end{matrix}\right\}$. Estudie para que valores de n este sistema é incompatible. [0,75 puntos]

Problema 3

[2,50 puntos]

O número de ordenadores infectados por un determinado virus informático vén dado pola función $f(t) = \dfrac{20t}{t^2 + 25}$, onde t representa o tempo (en días) transcorrido desde o comezo da propagación, e f(t) o número de ordenadores infectados, expresado en milleiros de unidades.

- a) Cantos ordenadores estarán infectados ao décimo día? [0,50 puntos]
- b) Xustifique en que día haberá un número máximo de infeccións, e cantas serán estas. [0,75 puntos]
- c) Durante cantos días irá en aumento o número de ordenadores infectados? [0,25 puntos]
- d) Comprobe se ten algunha asíntota horizontal a gráfica da función. En caso afirmativo, explique o seu significado no contexto do problema. [0,50 puntos]
- e) Indique cal das gráficas seguintes corresponde á función *f(t),* e especifique polo menos tres razóns para a elección realizada. [0,50 puntos]



Problema 4

[2,50 puntos]

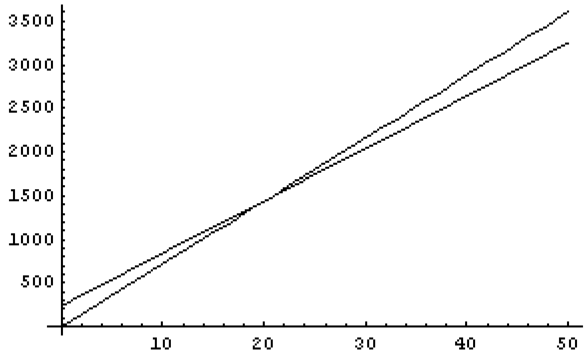
Analizadas as máquinas dun determinado tipo instaladas nunha empresa, obsérvase que a súa vida útil é a seguinte: 36, 40, 38, 38, 30, 29, 28, 29, 35 e 38 meses, respectivamente.

- a) Represente os datos anteriores nun diagrama de barras e calcule a media aritmética destes datos. [1,00 punto]
- b) Realizado un estudio estatístico deste tipo de máquinas, obsérvase que a súa vida útil se corresponde cunha distribución normal de media 36 e desviación típica 5. Elixida unha máquina ao chou, cal é a probabilidade de que a súa duración sexa maior de 40 meses? NOTA.- Para o cálculo desta probabilidade pódese facer uso do seguinte dato: nunha distribución normal N(0,1), $P(Z \leq 0{,}8) = 0{,}7881$. [0,75 puntos]
- c) No proceso de control de calidade das pezas producidas por este tipo de máquinas obsérvase que o 10% das pezas producidas presentan deficiencias nas medidas, oito de cada 200 pezas presentan deficiencias na calidade do acabado e catro de cada 200 pezas presentan deficiencias dos dous tipos. Elixida unha peza ao chou:
  - Cal é a probabilidade de que presente deficiencias de medida? [0,25 puntos]
  - Cal é a probabilidade de que presente deficiencias de medida ou de calidade de acabado? [0,50 puntos]

3. Solución completa con pautas de corrección e de puntuación

Problema 1

- a) Funcións que expresan o custo do alugamento en cada caso. [0,50 puntos]:
  - Chamándolle x ao número de días, a función que expresa o custo no caso da empresa A será: $f_A(x) = 240 + 60x$
  - No caso da empresa B: $f_B(x) = 72x$
- b) Representación gráfica das dúas funcións. [0,50 puntos]



- c) Formulación e resolución da ecuación. [0,50 puntos]

  Para que o prezo das dúas empresas coincida, $240 + 60x = 72x$

  $x = 20$ días.
- d) Casos nos que é máis económica a empresa *A*. [0,25 puntos]

  Para un alugamento de 20 días, os prezos iguálanse. A partir do día vixésimo primeiro a empresa A é máis económica, como pode deducirse directamente da posición das gráficas. Tamén se pode comprobar alxebricamente, sen máis que substituír nas respectivas funcións
- e) Condicións para que sexa máis económica a empresa B, no caso de máis de 40 días de alugamento. [0,75 puntos]

  No suposto deste apartado, para se igualaren os prezos tería que ser

  $240 + 60x = 72x - \frac{72 \cdot 20}{100}(x - 40)$, ecuación que se verifica para x = 140.

  Neste caso, a empresa B sería máis económica a partir de 141 días de alugamento.

  Comprobación:

  Prezo da empresa *A* para 141 días: 240+60 . 141 = 8700 euros.

  Prezo da empresa *B* para 141 días: $72 \cdot 141 - \frac{72 \cdot 20}{100}(141 - 40) = 8697{,}60$ euros.

Problema 2

- a) Formulación e resolución do sistema. [0,75 puntos]

  Chamándolle x ao consumo en litros por quilómetro en cidade, e y ao consumo en litros por quilómetro en estrada,

  $$\left.\begin{array}{l} 100x + 50y = 18 \\ 50x + 100y = 15 \end{array}\right\}$$ sistema que, resolto, dá como solucións x = 0,14 / y = 0,08.

- b) Expresión dos consumos anteriores en porcentaxes. [0,25 puntos]

  O consumo en cidade é do 14%, e en estrada do 8%.

- c) Expresión do sistema en forma matricial. [0,25 puntos]

  $$\begin{pmatrix} 100 & 50 \\ 50 & 100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 15 \end{pmatrix}$$

- d) [0,50 puntos: 0,25 cada apartado]

  – Dadas as matrices C e M do enunciado, non é posible efectuar o produto C.M porque non coincide o número de columnas de C co número de ringleiras de M.

  – O determinante de M vale $M = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -5$

- e) [0,75 puntos]:

  Dado o sistema $\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ nx - y = 4 \end{array}\right\}$

  $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ n & -1 \end{vmatrix} = -1 + n$, que se anula no caso n = 1

  – Xa que logo, cando n = 1 o rango da matriz dos coeficientes $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ n & -1 \end{pmatrix}$ é 1, mentres que o da matriz ampliada $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ n & -1 & 4 \end{pmatrix}$ é 2. Neste caso, segundo o teorema de Rouché-Frobenius, o sistema é incompatible.

Problema 3

- a) Ordenadores infectados ao décimo día. [0,5 puntos]

Substituíndo t = 10: $f(10) = \dfrac{20 \cdot 10}{10^2 + 25} = 1{,}6$ milleiros de ordenadores; é dicir, 1.600 ordenadores infectados.

- b) Número máximo de infeccións. [0,75 puntos]

Para que a función *f(t)* teña un máximo nun punto, a súa primeira derivada, $f^1(t) = \dfrac{-20t^2 + 500}{(t^2 + 25)^2}$, ten que se anular nese punto.

$f^1(t) = 0 \Leftrightarrow -20t^2 + 500 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (o valor t = -5 non se considera, por non ter sentido no contexto do problema).

Para valores de *t* comprendidos entre 0 e 5 a función é crecente, por ser positiva a súa primeira derivada. Para valores de *t* superiores a 5 a función *f* é decrecente, por ser negativa a súa primeira derivada. Xa que logo, t = 5 é un máximo, que corresponde ao maior número de infeccións.

- c) Días en que aumenta o número de infeccións. [0,25 puntos]

A función *f(t)* é crecente cando a súa primeira derivada, $f^1(t) = \dfrac{-20t^2 + 500}{(t^2 + 25)^2}$ é positiva, circunstancia que se produce para valores de *t* comprendidos entre 0 e 5, xa que

$f^1(t) > 0 \Leftrightarrow -20t^2 + 500 > 0 \Leftrightarrow t < 5$

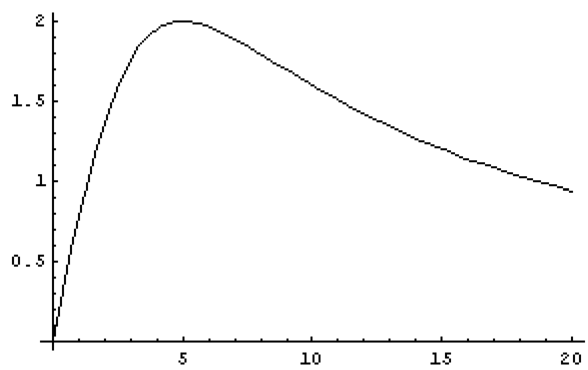
- d) Asíntotas horizontais e significado. [0,50 puntos: 0,25 cada apartado]

A función ten como asíntota horizontal a recta y = 0, xa que $\lim_{t \to \infty} f(t) = 0$

A existencia da asíntota y = 0 significa que o número de ordenadores infectados vai diminuíndo co paso dos días, e a infección tende a extinguirse.

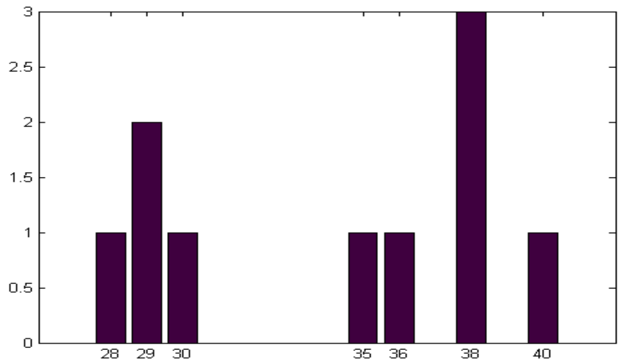
- e) Gráfica da función. [0,50 puntos]

Considerando que a función ten un máximo para t = 5, é crecente para valores comprendidos entre 0 e 5 e ten unha asíntota horizontal para y = 0, a gráfica que cumpre estes requisitos é



Problema 4

- a) Diagrama de barras e cálculo da media. [1,00 punto: 0,50 cada apartado]



A media é $\bar{x} = \dfrac{36+40+38+38+30+29+28+29+35+38}{10} = 34{,}1$

- b) Probabilidade de duración maior de 40 meses. [0,75 puntos]

  Para podermos utilizar a táboa da distribución normal, N(0,1), en primeiro lugar tipificamos a variable: $Z = \dfrac{X-36}{5}$. Xa que logo,

  $$P(X > 40) = P\left(Z > \frac{40-36}{5}\right) = P(Z > 0{,}8) = 1 - P(Z \leq 0{,}8) = 0{,}7881$$

- c) Cálculo de probabilidades:
  - De que unha peza presente deficiencias de medidas. [0,25 puntos]

    Chamándolle M ao suceso consistente en que unha peza presente deficiencias nas medidas, $p(M) = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$
  - De que unha peza presente deficiencias de medida ou de acabado. [0,50 puntos]

    Chamándolle A ao suceso consistente en que unha peza presente deficiencias de pintura, $p(A) = \dfrac{8}{200} = 0{,}04$.

    Aplicando as propiedades de probabilidades

    $p(M \cup A) = p(M) + p(A) - p(M \cap A) = 0{,}1 + 0{,}04 - 0{,}02 = 0{,}12$