[illegible] ejercicio 8 1º Bachillerato

[illegible] $f(x) = ax + \frac{bx+c}{x^2+k}$ a, b, c números reales

[illegible] $\lim_{x\to\infty} f(x) = ?$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} ax + \frac{bx+c}{x^2+k} = \lim_{x\to\infty} a + \frac{b/x + c/x^2}{1 + k/x^2} = a$

Eje de simetría $x = 3$

La gráfica de la función corta al eje OX en el punto que pasa por

ORDENADA $y = 2$

Corta OX $\left\{ \begin{array}{l} f(x) = ax + \frac{bx+c}{x^2+k} \\ y = 0 \end{array} \right.$

Conclusión: Este problema nos lleva a una contradicción. Entendemos que lo que quiere decir corta al eje OY en el punto que pasa por ORDENADA $y = 2$, lo que significa que la gráfica pasa por el punto $A(0,2)$, esto es $f(0) = 2$

$f(0) = 2$

$k + c = 2 \xrightarrow[k=3]{} c = 2 - 3 = -1$

Resolución examen A 1º Bachillerato

1.3 El punto $P(1, 3/2)$ pertenece a la gráfica de $y = f(x)$. Esto es:

$$f(1) = \frac{3}{2} \quad \text{siendo } f(x) = 3 + \frac{bx-1}{x^2+1}, \text{ esto es}$$

$$3 + \frac{b-1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$6 + b - 1 = 3$$

$$b + 5 = 3 \longrightarrow b = -2$$

La función que cumple las tres premisas del enunciado será

$$f(x) = 3 + \frac{-2x-1}{x^2+1}$$

$$f(x) = 3 - \frac{2x+1}{x^2+1}$$

E-2

2.1 Expresión analítica de la función a trozos del gráfico

La rama de la izquierda es una función lineal, su expresión analítica es de la forma:

$$y = ax + b$$

Sabemos que

pasa por el punto $P(-3, 0) \longrightarrow y(-3) = 0 \longrightarrow 0 = -3a + b$

pasa por el punto $Q(0, 5) \longrightarrow y(0) = 5 \longrightarrow b = 5$

$$-3a + 5 = 0 \longrightarrow a = 5/3 \longrightarrow y = \frac{5}{3}x + 5$$

Resolución examen A 1º Bachillerato

La rama de la derecha es una función cuadrática, su expresión es de la forma

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

Sabemos que

pasa por el punto $R(0,12) \longrightarrow y(0)=12 \longrightarrow C=12$

pasa por el punto $S(2,0) \longrightarrow y(2)=0 \longrightarrow 4A+2B+C=0$

pasa por el punto $T(6,0) \longrightarrow y(6)=0 \longrightarrow 36A+6B+C=0$

$$\left.\begin{array}{l} 4A+2B+12=0 \\ 36A+6B+12=0 \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} 2A+B+6=0 \\ 6A+B+2=0 \end{array}\right| \quad 4A-4=0 \longrightarrow A=1 \longrightarrow B=-8$$

$$y = x^2 - 8x + 12$$

La expresión de la función a trozos será

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{3}x + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Resolución examen A 1º Bachillerato

2.2

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^2-8x+12) = \infty-\infty \text{ IND} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} x^2\left(1-\frac{8}{x}+\frac{12}{x^2}\right) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{5}{3}x+5\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{5}{3}x+5\right) = 5 \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (x^2-8x+12) = 12 \end{cases} \Bigg| \text{ no existe } \lim_{x\to 0} f(x)$$

2.3

La 1ª coordenada del vértice es $x=4$

La 2ª coordenada del vértice es $f(4) = 16-32+12 = -4$

$$V(4,-4)$$

Nº3

Se dice que $y=f(x)$ e $y=g(x)$ son funciones inversas si

$(g\circ f)(x) = x$

$(f\circ g)(x) = x$

$$x \xrightarrow{\;f\;} y = \frac{2x+1}{x-1} \dashrightarrow^{g} x \text{ (en función de } y)$$