Resolución examen A 1 Bachillerato

$$y = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$yx - y = 2x+1$$

$$yx - 2x = 1+y$$

$$x(y-2) = 1+y$$

$$x = \frac{1+y}{y-2}$$

$$g(y) = \frac{1+y}{y-2}$$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) = \frac{1 + \frac{2x+1}{x-1}}{\frac{2x+1}{x-1} - 2} = \frac{\frac{x-1+2x+1}{x-1}}{\frac{2x+1-2x+2}{x-1}} =$$

$$= \frac{\frac{3x}{x-1}}{\frac{3}{x-1}} = \frac{3x}{3} = x$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{1+x}{x-2}\right) = \frac{2\left(\frac{1+x}{x-2}\right)+1}{\frac{1+x}{x-2} - 1} = \frac{\frac{2+2x+x-2}{x-2}}{\frac{1+x-x+2}{x-2}} =$$

$$= \frac{\frac{3x}{x-2}}{\frac{3}{x-2}} = \frac{3x}{3} = x$$

Resolución examen A 1º Bachillerato

$x \xrightarrow{f} y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ dominio de $f = \mathbb{R}-\{1\}$

$x \xrightarrow{g} y = \dfrac{1+x}{x-2}$ dominio de $g = \mathbb{R}-\{2\}$

$$\begin{tikzcd} \cdot \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & \cdot \arrow[r, "g"] & \cdot \end{tikzcd}$$

dominio de $g \circ f$

$g \circ f$ no está definida en $x=1$ porque f no está definida en $x=1$

Si $y=2$ pertenece a las imágenes de f, entonces g no tendría sentido en $y=2$.

$$\frac{2x+1}{x-1} = 2$$

$$2x+1 = 2x-2$$

$$1 = -2$$ (ninguna imagen de f vale 2, por lo tanto g no tendría problema alguno dentro de la composición).

dominio $(g \circ f) = \mathbb{R}-\{1\}$

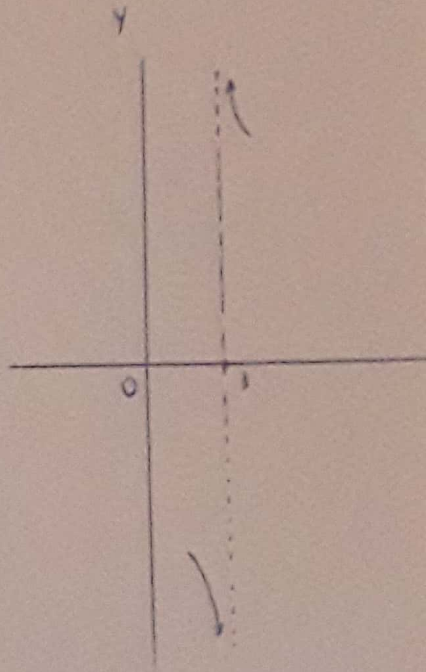
Nº 4 Calcula las asíntotas de $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2-1}$

4.1 Asíntotas verticales

$x=1$ es asíntota vertical de $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2-1}$ porque

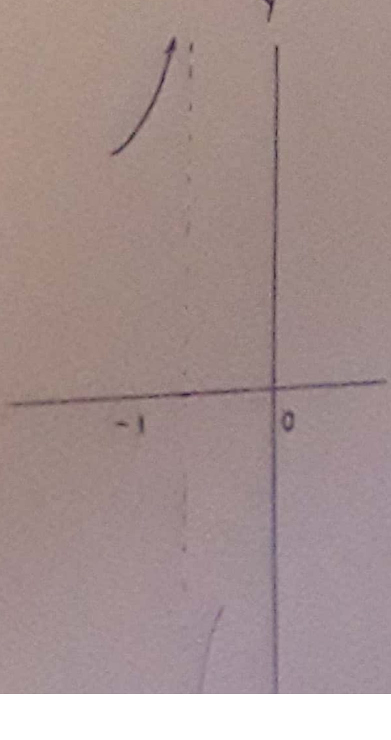
$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{3}{0}=\pm\infty$$

$$\underset{x\to 1^+}{\text{signo}}\, f(x)=\underset{x\to 1^+}{\text{signo}}\,\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{+}{+}=+$$



$$\underset{x\to 1^-}{\text{signo}}\, f(x)=\underset{x\to 1^-}{\text{signo}}\,\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{+}{-}=-$$

$x=-1$ es asíntota vertical de $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2-1}$ porque



$$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{3}{0}=\pm\infty$$

$$\underset{x\to (-1)^+}{\text{signo de}}\, f(x)=\underset{x\to (-1)^+}{\text{signo}}\,\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{+}{-}=-$$

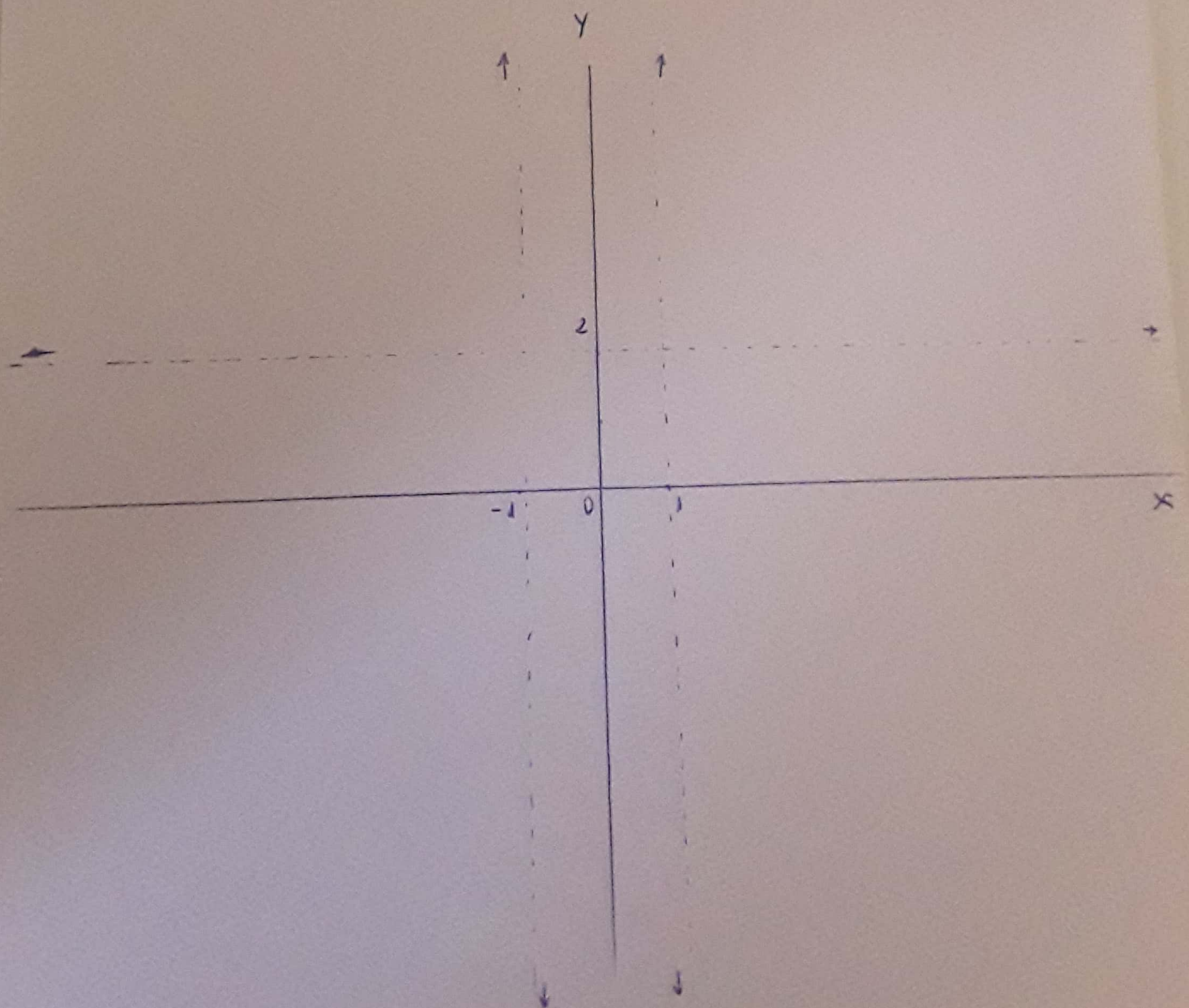
$$\underset{x\to (-1)^-}{\text{signo de}}\, f(x)=\underset{x\to (-1)^-}{\text{signo}}\,\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\frac{+}{+}=+$$

Resolución examen A 1º Bachillerato

La recta $y=2$ es asíntota horizontal de la función $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-1}$ porque

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2+1/x^2}{1-1/x^2}=2$$

$$\text{signo}\left[f(x)-b\right]=\text{signo}\left(\frac{2x^2+1}{x^2-1}-2\right)=\text{signo}\ \frac{3}{x^2-1}\begin{cases}>0 \text{ f encima} & \text{si } x\to\infty\\ >0 \text{ f encima} & \text{si } x\to-\infty\end{cases}$$



P.5

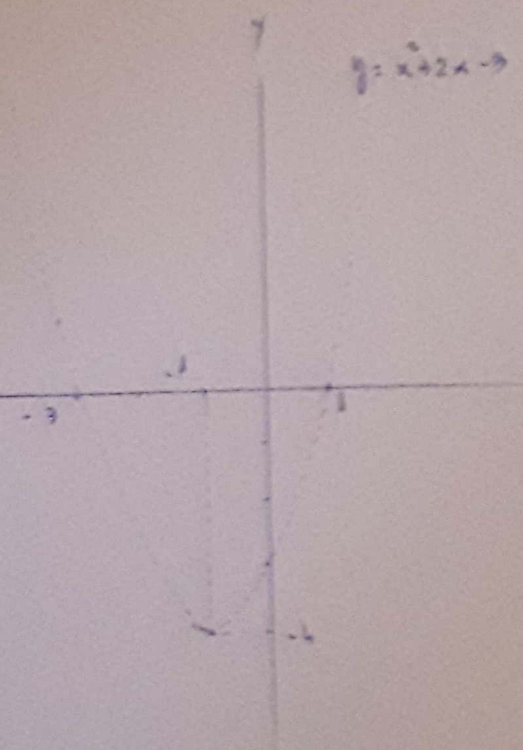
5.1 Resoldre gràficament la inequació $x^2+2x-3<0$

Representem la paràbola $y=x^2+2x-3$

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2+2x-3 \\ y=0 \end{array}\right| \quad x^2+2x-3=0 \left\langle \begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$$

Vèrtice $V\left(-1, y(-1)\right)$ $\qquad y(-1) = 1-2-3=-4$

$V\left(-1,-4\right)$



Resolver la inequació $x^2+2x-3<0$ equival a encontrar els valors de x on les imatges per la funció $y=x^2+2x-3$ son negatives

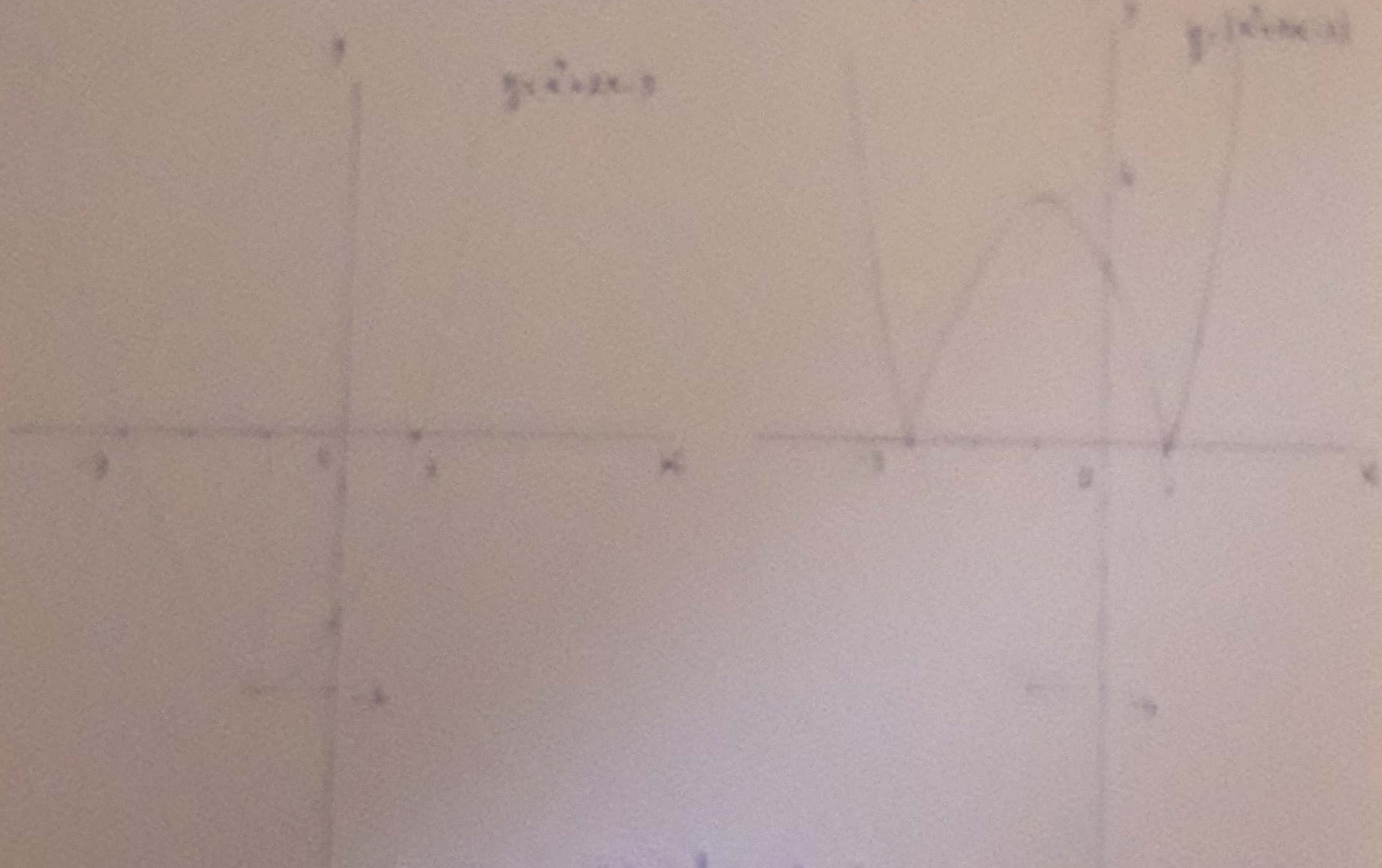
Solució $x\in\left(-3,1\right)$

[illegible]

[illegible] $f(x) = |x^2+2x-3|$

$$f(x) = |x^2+2x-3| = \begin{cases} x^2+2x-3 & \text{si } x^2+2x-3 \geq 0 \\ -(x^2+2x-3) & \text{si } x^2+2x-3 \leq 0 \end{cases}$$

[illegible] $y = x^2+2x-3$ [illegible]



[illegible] $f(x) = |x^2+2x-3|$ [illegible]

[illegible]

[illegible] $f(x) = |x^2+2x-3|$

Resolución examen A 1º Bachillerato

P.6

6.1 $\lim_{x \to 0} \frac{5}{1+2^{1/x}}$

$\lim_{x \to 0} \frac{5}{1+2^{1/x}} = \frac{5}{1+2^{\pm\infty}}$. Nos vemos obligados a calcular los siguientes límites laterales:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

y en consecuencia el límite propuesto depende de los siguientes límites laterales

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{5}{1+2^{1/x}} = \frac{5}{1+2^{\infty}} = \frac{5}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{5}{1+2^{1/x}} = \frac{5}{1+2^{-\infty}} = \frac{5}{1} = 5$$

El límite propuesto no existe.

Resolució examen A 1r Batxillerat

6.2 Calcula

$$\lim_{x \to \infty} \sqrt[x+1]{\left(\frac{x+3}{2x-5}\right)^{x^2+1}} = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+3}{2x-5}\right)^{\frac{x^2+1}{x+1}} =$$

$$= \left(\lim_{x \to \infty} \frac{x+3}{2x-5}\right)^{\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+1}{x+1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\infty} = 0$$

n: 7 Considerem la funció $f(x) = x^3 - 1$

Calcula

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1 - 0}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x-1} = \frac{0}{0} \text{ IND}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 1 & x-1 \\ \hline 0 & x^2+x+1 \end{array}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} = \lim_{x \to 1} (x^2+x+1) = 3$$