

Ejercicios de refuerzo para alumnado con
Matemáticas de 3º ESO pendiente

1ª evaluación	Números Reales, polinomios	Mércores 22 de novembro 2023
2ª evaluación	Ecuaciones y sistemas, progresiones	Mércores 21 febreiro 2024
3ª evaluación	Funciones, estadística, probabilidad,	Mércores 10 abril 2024
Final	PROBA FINAL: LUNS 13 de MAIO de 2024 ás 9:55	

El alumnado podrá entregar para su corrección todos o algunos de los ejercicios, así como preguntar a la profesora/el profesor cualquier duda que se le presente.

Números Reales – 1ª evaluación

1. Clasifica los siguientes números indicando a qué conjuntos de números pertenecen

	Z- Enteros	R- Reales	Q- Racionales	N- Naturales	I- Irracionales
$\sqrt{7}$					
$3/5$					
7,5					
4,252525					
-6/3					
4,2525...					
$4, \overline{25}$					
$\sqrt{9}$					
$-\sqrt{9}$					
3,2482891...					

2. Efectúa y simplifica todo lo posible durante el desarrollo del ejercicio, no solo al final:

$$a) \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} - \left(\frac{3}{-2}\right)^2 : \frac{6}{5} - \frac{5}{4} =$$

$$c) \frac{\frac{1}{5} + 2}{\frac{2}{7} - 2} =$$

$$b) -\frac{4}{2} - \frac{9}{3} \left(\frac{10}{2} : \frac{5}{2}\right) + \frac{6}{3} \cdot \frac{9}{6} - 3 =$$

$$d) \frac{\frac{3}{4} : \left(2 + \frac{1}{6}\right)}{\left(2 - \frac{3}{4}\right) : \left(-5 + \frac{1}{8}\right)} =$$

3. Simplifica todo lo posible utilizando las propiedades de las operaciones con potencias

$$a) \frac{14^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9}{7^{-6} \cdot 2^{-5} \cdot 14^0} =$$

$$b) \frac{9^2 \cdot 4}{27 \cdot 6^{-2} \cdot 18} =$$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right) - 1 =$

d) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} : 3^{-4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right)^4 : \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^2$

4. Tenemos un solar que queremos vender dividiéndolo en parcelas para obtener una mejor rentabilidad. Vendemos primero $\frac{3}{7}$ del mismo, luego la mitad de lo restante y todavía nos quedan 244 m^2 sin vender. Calcula la superficie del solar.

5. Una fábrica de "Ketchup" compra 42000 kg de tomate. Al pelarlos pierde $\frac{1}{8}$ de su peso; el tomate restante lo pone a cocer añadiéndole especias y agua en una cantidad que equivale a la mitad de su peso y en la cocción se pierden $\frac{2}{5}$ de su peso. ¿Qué cantidad final de "Ketchup" se obtiene?

6. Marta, Luisa y Diego son socios de una empresa. Marta tiene un tercio de las acciones, Luisa la mitad y Diego el resto. Marta compra a Luisa la mitad de sus acciones y a Diego la tercera parte de las suyas. Calcula:

- Las acciones de Diego al principio
- Las acciones de Diego al final.
- Las acciones de Luisa al final
- Las acciones de Marta al final.

7. Calcula

a) $\sqrt[4]{81} =$

b) $\sqrt[5]{-32} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} =$

d) $\sqrt[4]{-81} =$

e) $3\sqrt{2} - \sqrt{18} + 2\sqrt{72} - 3\sqrt{50} - \sqrt{8}$

f) $\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{250} =$

g) $\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{\frac{24}{9}} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6} =$

h) $\sqrt[3]{\frac{-8}{125}} =$

8. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado todo lo posible

a) $5\sqrt{27} \cdot 4\sqrt{6}$

b) $\sqrt{24} \cdot 3\sqrt{8}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[8]{2^7}$

d) $\sqrt{5} : \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{5^2} \cdot 3^4$

9. Realiza con la calculadora

a) $\frac{2+10^{-2}}{2-10^{-2}} =$

b) $\frac{3\sqrt{125}}{4\sqrt{405}-3\sqrt{80}} =$

c) $\frac{3_126:10^{-3}+2,0110^{-1}}{3\sqrt{\frac{4}{9}}-2\cdot 10^3} =$

10. Simplifica los radicales extrayendo factores cuando sea posible

a) $\sqrt{12x^3y^5z^2}$

b) $\sqrt[6]{27^3 \cdot y^6}$

c) $\sqrt[3]{\frac{8x^4}{81y}}$

d) $\sqrt{48x^5y^3}$

11. Efectúa paso a paso y expresa el resultado en forma de potencia:

$$\frac{\sqrt[3]{9^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[6]{9}} =$$

12. Efectúa las operaciones simplificando el resultado todo lo posible

a) $\sqrt{13 + \sqrt{9}} =$

b) $\sqrt[4]{4^3 \sqrt{128}} =$

c) $(2\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 =$

d) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} =$

e) $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})$

f) $\sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$

g) $\sqrt[3]{2^4 \sqrt{2^2 \sqrt{2}}}$

13. Racionaliza el denominador de las siguientes fracciones, simplificando si es posible:

a) $\frac{10}{\sqrt{8}} =$

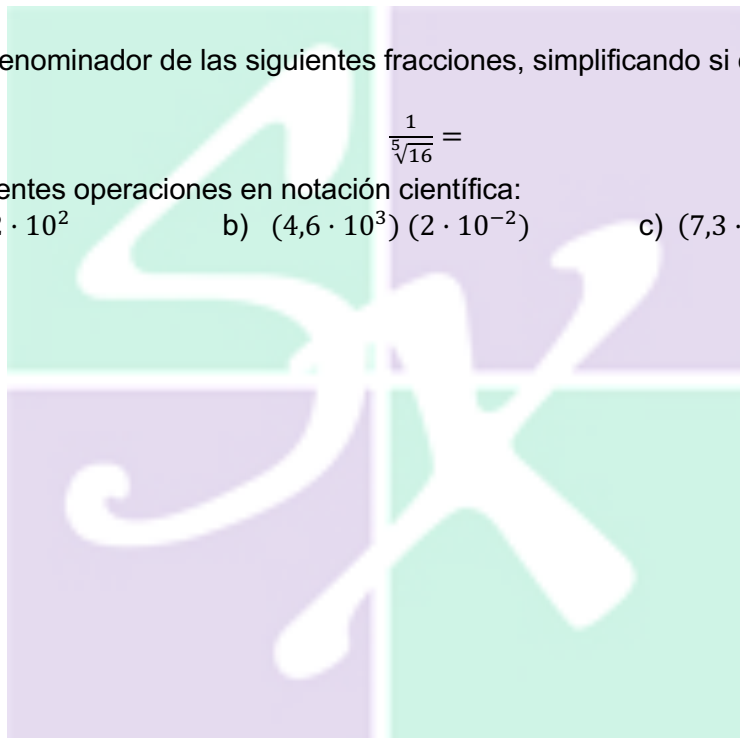
$\frac{1}{\sqrt[5]{16}} =$

14. Realiza las siguientes operaciones en notación científica:

a) $2,3 \cdot 10^3 - 4,2 \cdot 10^2$

b) $(4,6 \cdot 10^3)(2 \cdot 10^{-2})$

c) $(7,3 \cdot 10^3):(2,3 \cdot 10^{-2})$



Polinomios 1ª evaluación

1. Calcula el valor numérico del polinomio para el valor de la variable indicado

$$P(x) = x^2 - 1 \text{ para } x=-1$$

$$Q(s) = \frac{s^2}{2} - \frac{1}{2} \text{ para } s=0$$

$$R(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{5} - \frac{1}{2} \text{ para } x=-2$$

2. Calcular m para que el valor numérico se el indicado

$$P(x) = x^2 - m \quad \text{si } P(1)=23$$

$$Q(s) = \frac{ms^2}{2} - \frac{1}{2} \quad \text{si } Q(-1)=12$$

$$R(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{mx}{5} - \frac{1}{2} \quad \text{si } R(2)=2$$

3. Efectúa :

a) $xy + 2xy - 3x^2y$

b) $\frac{5x}{2} - \frac{3 \times 8}{2} - \frac{x}{2}$

c) $\frac{x+1}{2} + \frac{1}{3}(x-1) - \frac{1}{2}(x+2)$

d) $\frac{-3}{4}x^2 + 2x - 1$

4. Dados los polinomios $P(x) = x^3 - \frac{x}{2} + 3$ $Q(x) = x^2 - \frac{x}{2}$ calcula:

$$P(x) + Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$

$$P(x) - 2Q(x) =$$

$$P(x) \cdot Q(x) =$$

$$(Q(x))^2 =$$

5. Factoriza extrayendo factor común cuando sea posible.

a) $3a - 6b + 3$

b) $2x^4 - 24x^3 - 2x^5$

c) $50ab - 20a^2b + 5ab^2$

d) $2x^2 - 3$

e) $\frac{7}{3}x^2 - \frac{14}{3}$

f) $6x^3y^2 - 3x^2yz^2 + 12xy^3z^2$

g) $\frac{x^3}{4} - \frac{5x^2}{6} + \frac{7x}{2}$

6. Desarrolla las siguientes identidades notables

a) $(x - 5)^2$

b) $(2x + 6)^2$

c) $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$

d) $\left(\frac{-x}{2} + 3\right)^2$

e) $(3x - 1)(3x - 1)$

f) $(2x + 2)(2x - 2)$

g) $\left(\frac{3}{2}x - 1\right)\left(\frac{3}{2}x - 2\right)$

h) $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$

7. Efectúa

a) $2(x - 1) + (x - z)^2 - x$

b) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 + \frac{x}{2}$

c) $4(2x + 3)^2 - (x - 1)(x + 1) - (x - 1)^2$

8. Realiza las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini. Indica claramente cuál es el cociente y cuáles el resto

$(2x^2 - 3x + 1) : (x - 2)$

$(4x^5 - 2x^2 + x - 1) : (x + 1)$

$(3x^3 - 2x^4 + x^6 - 3) : (x-1)$

9. Comprueba razonadamente si $(x+4)$ es divisor de $(x^3 - 2x + 2)$

10. Calcula el valor de m para que el resto de la división $(x^3 - m) : (x + 5)$ sea 18

11. Calcula el valor de m para que la división $(x^3 - m) : (x + 5)$ sea exacta

12. Factoriza los siguientes polinomios indicando cuáles son sus raíces.

$P(x) = x^2 + 6x + 9$

$P(x) = x^4 - 2x^3 - x - 2$

$P(x) = x^2 - 9$

$P(x) = x^5 - x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x$

$P(x) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$

$P(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

$P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

$P(x) = x^2 + x + 1$

13. Opera y simplifica

a) $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x^2}\right) =$

c) $\frac{2x}{x+1} : \left(\frac{2x}{x+1} - 1\right) =$

b) $\frac{3x^3 - 3x}{x^5 - x} =$

d) $\frac{x-2}{2x} - \frac{1-3x}{3x^2} + \frac{2x^2+3}{6x^4}$

Ecuaciones y sistemas 2ª evaluación

14. Resuelve las ecuaciones. Las de grado 2 incompletas no pueden resolverse utilizando la fórmula.

a) $3(x - 3) - 4(3 - 5x) = x - (x + 1)$

b) $\frac{x-1}{5} - \frac{x+2}{10} = \frac{6-x}{5} - x - 1$

c) $\frac{1}{3}(x + 5) - \frac{2}{3}(x + 1) = x$

d) $x - \frac{x+1}{3} - \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right) = x - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

e) $x^2 - 81 = 0$

f) $x^2 + 81 = 0$

g) $3x^2 - 15 = 0$

h) $3x^2 + 15 = 0$

i) $3x^2 - 15 = 15$

j) $(x - 1)(x^2 - 4) = 0$

k) $(x - 2)^2 = (x - 2)^2 + x$

l) $2x^4 + 6x^2 - 8 = 0$

m) $x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4} = 0$

n) $2(x + 2)^2 - (x - 3)(x + 3) = x^2 - 7$

o) $(x - 1)(x - 4)^2 = 0$

p) $(x + 6)(x - 1)(x - 3)(x - 5) = 0$

q) $4x^2 - 50 = 0$

r) $\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{(x-1)(x+1)}{2} - \frac{(x-2)(x-2)}{3} = 0$

15. Resuelve los siguientes sistemas por los tres métodos indicando que método estás a utilizar

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3x-2y}{3} + 4y = \frac{13}{3} \\ \frac{2(-2y+x)}{3} - \frac{3x}{2} = -\frac{13}{6} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3x-y}{2} - 2x + 1 = \frac{-x-y}{3} \\ -x + y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-2}{2} + \frac{2y-1}{3} &= 1 \\ \frac{3x+4y}{2} - (1+x) &= 6-x \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-2}{2} + \frac{2y-1}{3} &= 1 \\ \frac{3x+4y}{2} - (1+x) &= 4-x \end{aligned} \right\}$$

16. Si una vendedora descuenta el 20% sobre el precio de venta de un artículo, gana 1848 € sobre el precio de coste; pero si descuenta el 50%, pierde 450 €. ¿Qué porcentaje aplica al precio de coste, en este artículo, para calcular el precio de venta sin descuentos?
17. Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si a los tres les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Halla dicha longitud.
18. La suma de los radios de dos círculos es 70 cm y la suma de las áreas de éstos es igual al área de un tercer círculo de 50 cm de radio. ¿Cuál es el radio de los dos primeros círculos?
19. He pagado 6 €. por las naranjas que llevo en la bolsa. Si hubiera comprado tres kilos menos, solo habría pagado 4,20 €. ¿Cuántos kilos de naranjas llevo?
20. La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre le saca 6 años a la madre, que tuvo a los dos gemelos a los 27 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?
21. Alberto compró un ordenador y un televisor por 2000 € y los vendió por 2260 €. ¿Cuánto le costó cada objeto, sabiendo que en la venta del ordenador ganó el 10% y en la venta del televisor ganó el 15%? (Solución: 8 ordenadores y 12 televisores)
22. Con 3,5 euros más del dinero que tengo, podría comprar una camiseta. Si tuviera el doble, me sobraría 7,25 euros. ¿Cuánto dinero tengo?
23. En una pastelería se fabrican dos tipos de tartas. Cada tarta del primer tipo necesita 2'4 Kg de masa y 3 horas de elaboración. Las del segundo tipo necesitan 4 Kg de masa y 2 horas de elaboración cada una. Calcula el número de tartas elaboradas de cada tipo si se han dedicado 67 horas de trabajo y 80 Kg de masa.
24. Un cuadrado tiene de lado 3 m más que el lado de otro y la suma de las áreas de ambos es 89 m² calcula las dimensiones de ambos cuadrados.
25. Tenemos un alambre de 17 cm. ¿Cómo hemos de doblarlo en ángulo recto para que sus extremos queden a una distancia de 13 cm?

Progresiones - 2ª evaluación

1. Indica que términos siguen en las siguientes sucesiones
- a) 3, 5, 7, 9..... b) 2, 5, 9, 14, 20..... c) 2, -6, 18, -54....
- d) 1, 4, 9, 16, 25.... e) 2, 4, 5, 9, 8, 14, 11.....

2. Escribe los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones.

$$a_n = 3n - 8$$

$$b_n = 2^n + 1$$

$$c_n = (-1)^n(2n - 4)$$

$$d_n = \frac{3n - 1}{2n}$$

3. a) Halla el primer término de una progresión aritmética y la diferencia, sabiendo que:

$$a_3 = 24 \text{ y } a_{10} = 66.$$

- b) El sexto término de una progresión aritmética es 4 y la diferencia $1/2$.

4. El quinto término de una progresión aritmética es 7 y la $d = 3$. Halla el término de lugar 12.

5. Calcula los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que sus medidas, expresadas en metros, están en progresión aritmética de diferencia 3.

6. Calcula la suma de los múltiplos de 59 comprendidos entre 1000 y 2000.

7. Calcula la suma de los múltiplos de 7 que tengan 3 cifras.

8. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética 2, 8, 14,... para obtener como resultado 1064?

9. Por el alquiler de una casa se acuerda pagar 400 € al mes durante el primer año, y cada año se aumentará el alquiler en 30 € mensuales. ¿Cuánto se pagará mensualmente al cabo de 12 años?

10. ¿Cuáles de las siguientes progresiones son geométricas?

a) 1, 2, 4, 8, 16.....

c) 2, 6, 18, 36.....

b) 1, -3, 9, -27, 81.....

d) 125, 25, 5, 1, $1/5$

11. En una progresión geométrica el segundo término vale 8 y el quinto 32. Calcula su razón y los 4 primeros términos de esa progresión y su término general.

12. Se tiene una cuba de vino que contiene 1024 litros. El 1 de octubre se vació la mitad del contenido; al día siguiente se volvió a vaciar la mitad de lo que quedaba, y así sucesivamente todos los días. ¿Qué cantidad de vino se sacó el día 10 de octubre?

13. ¿Qué lugar ocupa el número 57 en la progresión aritmética cuyos primeros términos son:

$$-3, 1, 5, \dots$$

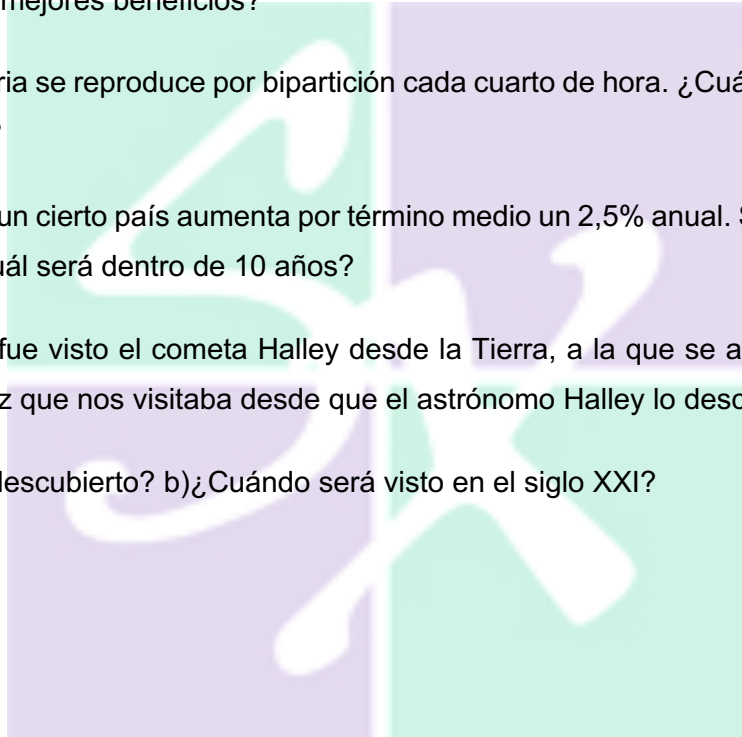
14. Durante 30 días: Sara dará a Pablo 2000 € el primer día, 4000 € el 2º, 6000 € el 3º, y así sucesivamente. Pablo dará a Sara 2 cts el primer día, 4 cts el 2º, 8 cts el 3º, 16 cts el 4º... ¿Cuál de los dos obtendrá mejores beneficios?

15. Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?

16. La población de un cierto país aumenta por término medio un 2,5% anual. Si la población actual es de 3 millones, ¿cuál será dentro de 10 años?

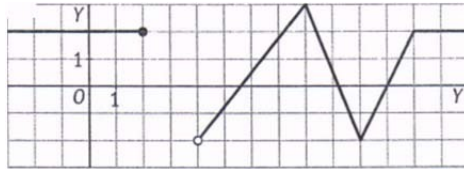
17. En el año 1986 fue visto el cometa Halley desde la Tierra, a la que se acerca cada 76 años. Esta era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubrió.

a) ¿En qué año fue descubierto? b) ¿Cuándo será visto en el siglo XXI?



Funciones – 3ª evaluación

1. Estudia las características de esta gráfica: dominio, imagen o recorrido, continuidad, crecimiento, decrecimiento, máximos relativos, mínimos relativos, simetrías



2. El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a x euros una unidad de un determinado producto viene dado por la fórmula $B(x) = -x^2 + 10x - 21$

Determina el precio al que hay que vender el producto para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál es el beneficio máximo?

3. El IVA en alimentación es del 10%. Escribe la fórmula que nos permita calcular el IVA en función del precio de cada artículo. Halla también la función que nos da el precio final que se paga en función del precio inicial. ¿Qué tipo de funciones son?

4. Representa gráficamente las siguientes funciones, clasificándolas:

a) $3x - y = 1$ b) $y = x^2 - 8x + 1$

5. Representa gráficamente las siguientes funciones realizando todos los cálculos necesarios (no es válido usar solo la tablas de valores):

a) $f(x) = x^2 - 4x - 5$ b) $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ c) $f(x) = 2x^2 - 8$ d) $f(x) = x^2 + 1$

6. La gráfica de la función $y = ax^2 + bx + c$, pasa por los puntos $A(1, 0)$ y $B(2, 3)$ y tiene vértice en $V(0, -1)$. Determina a , b y c .

7. Una parábola corta al eje de abscisas en los puntos $x = 1$ y $x = 5$. La ordenada del vértice es $y = 2$. ¿Cuál es su ecuación?

8. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto $P(-1, -2)$. Comprobar la solución.

9. Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = 2x + 5$ que pasa por el punto $P(2, 1)$. ¿Cuál es su pendiente?

10. a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1, -2)$ y $(3, 4)$.

b) Hallar también una recta paralela a la anterior y que pase por el punto $(-2,3)$ (Soluc: $y=3x-5$; $y=3x+9$)

11. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto $(1,5)$.

Estadística – 3ª evaluación

1. El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3,3,
2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1,2.

Construye la tabla de frecuencias y dibuja el diagrama de barras. Calcula moda, mediana, media, desviación típica y coeficiente de variación.

2. Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

Peso	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)	[100,110)	[110,120)
n_i	8	10	16	14	10	5	2

- a) Construye la tabla de frecuencias.
- b) Representa un diagrama de sectores, un histograma y un polígono de frecuencias.
- c) Calcula la moda, la mediana y los cuartiles. Interpretalos.
- d) Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpretalos.

3. 20 voluntarios nos han dicho que llevan trabajando en una ONG los siguientes años:

1 3 2 3 3 5 5 8 3 5 1 3 2 3 5 3 5 3 3 3

- a) Construye una tabla de frecuencias con los datos.
- b) Representalos en un diagrama de sectores.
- c) Calcula la moda, la mediana y los cuartiles. Interpretalos.
- d) Haz un diagrama de cajas y bigotes.
- e) Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpretalos.
- f) Calcula el porcentaje de voluntarios que llevan trabajando más de 3 años.

Probabilidad – 3ª evaluación

- En una bolsa hay bolas iguales de tres colores: 3 blancas, 4 verdes y 5 rojas; si se saca una bola y se mira el color, halla la probabilidad de que:
 - Sea blanca
 - Sea roja
 - No sea verde
- Lanzamos 2 monedas al aire, calcula la probabilidad de:
 - Sacar dos caras.
 - Sacar dos cruces.
 - Sacar cara en una moneda y cruz en la otra
- Una caja contiene 10 bolas, 7 blancas y 3 negras. Si se sacan 2 bolas al azar, escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de:
 - Los dos sean del mismo color, con reemplazamiento (se devuelve a la caja la bola que hemos sacado)
 - Los dos sean del mismo color, sin reemplazamiento (no devolvemos a la caja la que hemos sacado)
- Se lanzan al aire 4 monedas iguales. Calcula la probabilidad de:
 - Sacar 4 caras
 - No sacar ninguna cara
- Acuden a una cena 28 hombres y 32 mujeres; de postre, han comido flan 16 hombres y 20 mujeres; el resto han comido tarta. Si elegimos al azar uno de los comensales, calcula la probabilidad de que:
 - Sea hombre.
 - Haya comido tarta.
 - Sea hombre y haya comido flan.
- Lanzamos una moneda y tiramos un dado (habitual de seis caras).
 - Escribe el espacio muestral del experimento.
 - Calcula la probabilidad de obtener una cara y un seis.
 - Halla la probabilidad de obtener una cruz o un seis.
- La probabilidad de aprobar Francés es 0,8, y la de aprobar Lengua es 0,75. La probabilidad de aprobar las dos materias es 0,65.
 - ¿Los dos sucesos son incompatibles? Razona la respuesta.
 - Calcula la probabilidad de aprobar al menos una de las materias.
 - Calcula la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos materias.