IES Sanxillao

Pendientes de Matemáticas Aplicadas a las CCSS I- 1º BAC

2023/24

Examen 1	**Números reales, álgebra,funciones: elementales, exponencial y logarítmica. Límites, continuidad y asíntotas**	**Miércoles 10 de enero de 2024**
Examen 2	**Derivadas, cálculo de derivadas y aplicaciones de las derivadas. Combinatoria. Probabilidad.**	**Miércoles 13 de marzo de 2024**
Examen Final (para el alumnado que no tenga aprobada alguna de las partes anteriores)	**Martes 9 de abril de 2024**	

NÚMEROS REALES (examen 1)

1. Indica a que conjuntos numéricos pertenecen los siguientes números (solo se admite un fallo)

	$-\sqrt{2}$	2,8	2,01001001...	-4	12/4	$0,\hat{4}$
Enteros (Z)						
Naturales (N)						
Reales (R)						
Racionales (Q)						
Irracionales (I)						

2. Siendo A = [-3, 2) y B = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$, calcula A∩B y AUB y expresa ambos mediante desigualdades y usando intervalos.

3. Expresa usando intervalos el conjunto formado por los números reales cuyo valor absoluto es mayor que 2.

4. Siendo A = E(-3, 2) y B = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$, calcula A∩B y AUB y expresa ambos mediante desigualdades y usando intervalos.

5. Dados los intervalos: $A = \{x \in R / -2 \leq x < 4\}$ $B = \{ x \in R / |x| \geq 1\}$ $C = \{ x \in R / x > 0 \}$

   Calcula: a) A U B U C b) A ∩ B ∩ C c) (A ∩ B) U (A ∩ C)

6. Expresa usando intervalos el conjunto formado por los números reales x tales que: $|4 - 2x| < 6$

7. Expresa, utilizando intervalos el conjunto de números reales que verifica: $\left|2x - \frac{2}{4}\right| \geq 5$

8. La longitud de un microorganismo es de 6,48 μ. Expresa en metros y en notación científica la longitud de 15billones de microorganismos dispuestos en fila. (1 μ es la millonésima parte de 1 m).

9. Escribe con intervalos el conjunto de números reales que verifica que $|3-x|>2$.

10. Determina el mayor entorno centrado en 1 contenido en el intervalo (-4, 3).

11. Efectúa y expresa el resultado usando potencias:

a) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}:\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right]^{3}+\left[4^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\right]^{-1}$

b) $\dfrac{(-4)^{7}\cdot 15^{2}\cdot(-12)^{-3}\cdot 25^{6}}{40^{9}\cdot 5^{-6}\cdot(-6)^{-4}}$

c) $\dfrac{50}{(-24)^{-1}}\cdot\dfrac{48}{20^{3}}\cdot\left(\dfrac{-45}{54}\right)^{-2}$

d) $\dfrac{(-6)^{3}\cdot(2^{3}\cdot 8^{-5})^{-2}\cdot(-27)^{-4}}{18^{-6}\cdot(-2)^{4}\cdot 12^{6}}$

12. Efectúa y simplifica:

$a)\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{2}-\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)$ $\quad b)\ \dfrac{3\sqrt{8}+\sqrt{18}-2\sqrt{72}}{4\sqrt{8}+\sqrt{2}}$ $\quad c)\ \sqrt{\dfrac{3}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\sqrt{6}+\sqrt{\dfrac{1}{6}}$

13. Simplifica el resultado todo lo posible utilizando las propiedades de las operaciones con potencias:

$$\frac{\sqrt{27}\cdot\sqrt[3]{81}\cdot\sqrt{243}\cdot\sqrt[4]{9}}{\sqrt[3]{3^{2}}\cdot 9^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}=$$

14. Efectúa y expresa el resultado en forma de potencia:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{2^{2}}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{2^{-1}}\cdot\sqrt{2^{5}}}}{\sqrt[3]{2^{-5}}\cdot\sqrt[4]{2}}$ $\quad$ b) $\sqrt{\frac{1}{9}\sqrt[3]{3^{2}\sqrt{\frac{1}{9}\sqrt{27}}}}$ $\quad$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{x^{2}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{x^{-1}}\cdot\sqrt{x^{3}}}}{\sqrt[6]{x^{-5}}\cdot\sqrt{x}}$

15. Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{\dfrac{a}{2b}}\cdot\left(\sqrt[3]{\dfrac{4b^{2}}{a^{2}}}:\sqrt{\dfrac{2b}{a}}\right)$

b) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}}$

c) $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

e) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}+\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

f) $2\sqrt{27}+\sqrt{\frac{75}{4}-\frac{\sqrt{12}}{3}}$

16. Efectúa y simplifica el resultado todo lo posible:

a) $\sqrt{\frac{\mathrm{a-b}}{(\mathrm{a-b})^{2}}\cdot\frac{\mathrm{a+b}}{\mathrm{a^{2}-b^{2}}}}$ $\quad$ b) $\frac{1}{\mathrm{a}}\sqrt{\frac{\mathrm{ab^{2}}}{4}}+3\mathrm{b}\sqrt{\frac{1}{4\mathrm{a}}}-\frac{1}{\mathrm{a}}\sqrt{\mathrm{ab^{2}}}$ $\quad$ c) $\frac{2}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{3}{2+\sqrt{3}}$

d) $\frac{2}{2-\sqrt{3}}+\frac{3}{2+\sqrt{3}}-\left(2+\sqrt{3}\right)$

e) $\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt[3]{2a^{-2}\sqrt{\frac{b^3}{a}}}}$

17. Simplifica el resultado todo lo posible:

a) $\frac{7}{5}\sqrt[3]{81\mathrm{a}}-2\sqrt[3]{\frac{3}{8}\mathrm{a}^4}-\frac{1}{5}\sqrt[3]{3\mathrm{a}}$

b) $\frac{\sqrt[4]{\mathrm{a}^3}.\mathrm{a}^{-1}}{\mathrm{a}.\sqrt{\mathrm{a}}}$

c) $\sqrt{3\sqrt{\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}}}$

d) $-3\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\sqrt{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(\sqrt{2}-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-1\right)\right)$

18. Determina el valor de x en cada caso:

a) $log_{25}x=\frac{1}{2}$ b) $log_x\sqrt{3}=-\frac{1}{2}$ c) $\log_x 5 = 0{,}5$ d) $\log x^2 = -4$

19. Sabiendo que log 2 = 0,3010 calcula el valor de: $\log\frac{4000\cdot 0{,}0016}{\sqrt[3]{800}}$

20. Calcula el valor del siguiente logaritmo: $\log_3\frac{\sqrt[4]{3}}{9}$

21. Sabiendo que log 2 = 0,3010, calcula: $\log\frac{\sqrt{2}\cdot 0{,}05}{40}$

22. Calcular utilizando la definición de logaritmo: $2-log_4 16+log_3\sqrt[3]{81}+log 0{,}001+6\ln e$

ÁLGEBRA (examen 1)

1. Factoriza y calcula las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 3x^4 + x^3 - 21x^2 - 25x - 6$

b) $P(x) = 9x^4 + 9x^3 - 4x^2 - 4x$

c) $P(x) = x^6 + x^5 - 11x^4 - 9x^3 + 18x^2$

d) $P(x) = 4x^4 - 15x^2 - 5x + 6$

2. Sin hacer la división, calcula *m* para que el resto de dividir $P(x) = x^5 - 2x^3 - 8x^2 - mx + 3$ entre x + 1 sea 1.

3. Efectúa y simplifica:

$a)\ \frac{x^2+10x+25}{x^2+3x-4}\cdot\frac{x^2-16}{x+5}$

$b)\ \frac{2}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x+2}-\frac{5x}{x^2-9}:\frac{1}{x+3}$

$c)\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\cdot\frac{x^2-x}{x^2+1}$

$d)\left[\left(1-\frac{1}{x}\right):\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]:(x^2-1)$

4. Resuelve la ecuación $4x^5 + 8x^4 - 5x^3 - 18x^2 - 9x = 0$

5. Desarrolla: $a)\ (3x-x^2)^4$ b) $(3x^3 - y^2)^5$ c) $(2x^2 + y^3)^4$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ \sqrt{x+6}=2\sqrt{x+1}-1$

b) $5^x+5^{x-1}+5^{x-3}=151$

$c)\ \frac{x+1}{3x-6}-\frac{x-1}{2x+4}=\frac{10-x^2}{6x^2-24}$

$d)\ 4\,log\ \ x\ -\ log\left(x^2-\frac{4}{5}\right)=log\ \ 5$

e) $|3x+2|+4=9$

f) $2\cdot|3-x|-1=0$

$g)\ 2^x\ -\ 5\cdot\ 2^{-x}+\ 4\cdot\ 2^{-3x}=0$

h) $3^{2x}-4\cdot 3^{x+1}=-27$

$i)\ \frac{x^2}{x+1}-\frac{x^3-1}{x^2-1}=-\frac{1}{x-1}$

$j)\ log\ \ x\ +\ log(x+3)=2\,log\ \ (x+1)$

$k)\ \sqrt{x^2+7}+2=2x$

$l) 3^{x^2+1}=\frac{1}{9}$

$m)\ log\,x=log\,16-log\,2+log\,3$

$n)\ \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}=2$

$o)\quad \frac{x}{2x-1}+\frac{2(x^2-1)}{2x^2-x}=1+\frac{2}{x}$

$p)\ 2\sqrt{x+3}-x=10+3x$

7. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{log(x^2-11x+26)+log2}{log(x-6)}=2$

b) $log\sqrt{3x+4}+\frac{1}{2}log(5x+1)=1-log3$

8. Resuelve:

$a)\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1-\frac{1}{xy}\\ xy=6\end{cases}$

$b)\begin{cases}x+y=65\\ \log x+\log y=3\end{cases}$

$c)\begin{cases}x^2=y+21\\ \sqrt{x+y}=3\end{cases}$

d) $\begin{cases}x-2y=1\\ \sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}=2\end{cases}$

$e)\quad \left.\begin{aligned}2x-y+y^2=4\\ y^2-3=x\end{aligned}\right\}$

f) $\left.\begin{aligned}2^x+3^{2y}=11\\ 2^{x+1}-3^y=1\end{aligned}\right\}$

$g)\quad \left.\begin{aligned}log(x+y)+log(x-y)=log56\\ \frac{2^x}{2^y}=16\end{aligned}\right\}$

9. Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas y clasifícalos según el número de soluciones que tienen:

$a)\begin{cases}2x-y-z=-3\\ x-2y-2z=-6\\ 4x+2y+z=4\end{cases}$

$b)\begin{cases}-3x+y-2z=0\\ 2x\qquad+\ z\ \ =0\\ -x\ \ +y-\ \ z\ \ =0\end{cases}$

$c)\begin{cases}2x-3y+2z=5\\ x\ \ +y\ \ +z\ =0\\ -3x-4y+z=1\end{cases}$

$d)\begin{cases}2x-y-z=2\\ 3x-2y-2z=2\\ x-y-z=1\end{cases}$

$e)\begin{cases}3x-2y-5z=8\\ 4x+3y-z=5\\ 6x+3y-5z=7\end{cases}$

$f)\begin{cases}x-2y+2z=5\\ 2x+y+3z=4\\ 3x+4y+4z=3\end{cases}$

10. Un cajero automático admite billetes de 50 €, de 20 € y de 10 €. Un día se depositan en el cajero 225 billetes por un importe de 7000 €. Averigua el número de billetes de cada tipo, sabiendo que la suma del número de billetes de 50 € y de 10 € es el doble que el número de billetes de 20 €.

11. Un equipo de fútbol compra calcetines, pantalones y camisetas. Los calcetines son tantos como camisetas y pantalones juntos, y hay el doble de camisetas que de pantalones. Sabiendo que el precio de calcetines, camisetas y pantalones es de 3 €, 24 € y 12 € respectivamente y que la factura asciende a 2070 €, ¿cuántas prendas de cada clase se han adquirido?

12. Una editorial dispone de tres tipos de libros de texto diferentes para Matemáticas Aplicadas de 1º BAC. El primer tipo se vende a 9 €, el segundo a 11 € y el tercero a 13 € cada ejemplar. En la campaña del curso actual la editorial ingresó 8400 € por la venta de estos tres libros de Matemáticas. Sabiendo que se vendieron el triple de libros del primer tipo que del tercero, y que del segundo tipo se vendieron tantos como del primer y del tercer tipo juntos, averigua cuántos libros de cada tipo se vendieron.

13. Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta es de 50 euros y el de un edredón es de 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel?

14. Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} 2x + y < 0 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ x > 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

    Indica si los puntos A(3,4); B(2,2); C(4,2) y D(0,6) son soluciones del sistema.

15. Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} 4x + 9y > 36 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ x > 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

    Indica si los puntos A(3,4); B(7,2); C(1,5) y D(9,0) son soluciones del sistema.

16. Resuelve las inecuaciones :

    $a)\ \ -x^2 - 2x + 3 \geq 0$ b) $-3x - 2 < 5 - \frac{x}{2}$ c) $\frac{x^2-3x+2}{4-x^2} \leq 0$

ANÁLISIS (Funciones elementales, exponencial y logarítmica. Límites, continuidad y asíntotas) (examen 1)

1. Escribe como una función definida a trozos: $y = |-x^2 + 4x|$
2. Estudia el dominio de las siguientes funciones

   a) $y = e^{x^2-4}$ $b) f(x) = ln\left(\frac{x^2+1}{2x+4}\right)$
3. Estudia la simetría (par o impar) de las siguientes funciones

$a)\ y = \frac{x}{x-5}$ $b)\ y = \frac{2x^3}{x^2+1}$

4. Calcula la función inversa de las siguientes funciones y comprueba el resultado:

   $a) f(x) = 2\sqrt{x+1}$ $b)\ g(x) = \frac{x+1}{3x-1}$

5. Siendo *f*(x) y *g*(x) las funciones del ejercicio anterior, calcula y comprueba el resultado de: g compuesto con f

6. Obtén la representación gráfica aproximada de las siguientes funciones:

   a) y = ln (x + 3); b) $y = \sqrt{x-2}$; c) $y = 0{,}5^x + 4$

7. Representación gráfica de la siguiente función: $y = |4 - x^2|$

8. a) Dadas las funciones $f(x) = 3x^2$ y. $g(x) = \sqrt{x+1}$ calcula: g o f y f o g

   b) Calcula la inversa de la función $f(x) = \frac{x-1}{3-2x}$

9. Representación gráfica de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & si \quad x < 0 \\ 3x - 2 & si \quad 0 \le x < 2 \\ 4 - x^2 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

10. Andrés planea con su familia un viaje a Sicilia. Durante su estancia quiere alquilar un coche para visitar los principales monumentos de la isla. La empresa de alquiler de vehículos ofrece un coche para 2 días por 140 €, y un coche para 8 días por 500 €. Calcula, mediante interpolación lineal, el coste de alquilar un coche:

    a) Para 4 días. b) Para 10 días.

11. Calcula los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to\infty}(-x^2 + 2x + 5)$; $b)\ \lim_{x\to 1}\left(5 - \frac{1}{x^2}\right)$; $c)\ \lim_{x\to -\infty}\frac{9x^2 + 2}{x - 1}$; $d)\ \lim_{x\to 0}\ln x$; $e)\ \lim_{x\to\infty} 0{,}2^{x-1}$;

$f)\ \lim_{x\to +\infty}\left(\frac{3x-1}{x-3}\right)^{x-1}$; $g)\ \lim_{x\to\infty}\frac{1 - x^4}{x^5 + 2}$; $h)\ \lim_{x\to +\infty} ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$; $i)\ \lim_{x\to -\infty}\frac{3^x + 4x}{x^5 - 2}$; $j)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}}{x}$

12. Calcula los siguientes límites:

    a) $\lim_{x\to -\infty}(-x^3 + 2x + 5)$

    b) $\lim_{x\to +\infty}\frac{9x^2+2}{x^3-1}$;

    c) $\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}+x}{x}$

    d) $\lim_{x\to +\infty} 5^{x+1}$;

    e) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{6x-1}{x-3}\right)^{x^2}$

    f) $\lim_{x\to -\infty}\frac{1-x^3}{x^5+4}$

    g) $\lim_{x\to +\infty} ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

13. Calcula los siguientes límites:

    a) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-2x+1}$

    b) $\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+1} - x\right)$

    c) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{3x^2}$

    d) $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$

e) $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

f) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}}$

14. Calcula los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to -3} \frac{x+3}{x^2+4x+3}$ $\quad b)\ \lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$ $\quad c)\ \lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2x+1}{2x+3}\right)^{2+3x}$

$d)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{2x+5}$ $\quad e)\ \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

15. Obtén la representación gráfica aproximada de las siguientes funciones:

a) y = ln (x - 3); b) $y=\sqrt{x+2}$; c) y = 5^x - 4

16. Representación gráfica de la siguiente función: $y = |9-x^2|$

17. El precio de un billete de tren está en función de la distancia recorrida. Recorrer 57 km cuesta 2,85 € y 68 km vale 3,40 € Se pide:

a) Hallar por interpolación lineal el precio de un billete de 60 km.

b) Calcular por extrapolación el precio del billete cuando la distancia recorrida sea de 500 km.

c) Justifica la validez de los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

18. Representación gráfica de la función:

$$y=\begin{cases} \frac{x}{1-x} & se \quad x<-3 \\ x^2-1 & se \quad -3\le x<3 \\ x-5 & se \quad x\ge 5 \end{cases}$$

19. Continuidad, asíntotas y esbozo de la curva $y=\frac{x^2-5x+7}{x-2}$

20. Asíntotas de la curva y = $\frac{x^2+1}{x^2-2x}$

21. Representación gráfica aproximada de las siguientes funciones elementales:

a) y = x^2 + 4 *b) y = $-x^5$* *c) y = $\frac{-3}{x}$* *d) y = ln(3 – x)* *e) y = 2^x – 3*

22. En un experimento se simula la velocidad (en km/h) que alcanzaría un coche de carreras en función del tiempo transcurrido, y que viene dada por la expresión: $f(x) =$

$$\begin{cases} 110+12x+6x^2 & si\ 0<x\ \le 3 \\ 350-\frac{450}{x} & si\ x>3 \end{cases}$$

donde *f*(*x*) es la velocidad en km/h y *x* es el tiempo transcurrido en horas.

a) ¿Qué velocidad lleva el simulador al cabo de 2 h de recorrido?
b) Indica si la velocidad va aumentando o disminuyendo a lo largo del tiempo.
c) Suponiendo que el experimento se extiende en el tiempo, explica si el coche llegaría a alcanzar los 400 km/h, y en caso negativo indica a qué velocidad máxima se aproximaría.

23. - Continuidad, asíntotas y esbozo de la curva $y=\frac{x^2-5x+7}{x-2}$

24. Estudio y representación gráfica de la curva: y= $\frac{x^2}{x^2-9}$

25. .- Estudia la continuidad de la función: $f(x) = \begin{cases} 3-x & si \quad x < -2 \\ x^3+1 & si \quad -2 \leq x < 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

26. Calcular los valores de a y b para que la siguiente función sea continua

$$f(x) = \begin{cases} x+b \; si \; x \leq 1 \\ ax+b \; si \; 1 < x \leq 3 \\ -x^2+10x-11 \; si \; x > 3 \end{cases}$$

27. Dada la función $f(x) = \frac{3x^2-5x+2}{x-2}$

- Calcula sus asíntotas y las ramas infinitas.

- Esboza la gráfica de la curva a partir de sus asíntotas.

28. El servicio de traumatología de un hospital va a implantar un nuevo sistema para reducir las listas de espera. Se prevé que a partir de ahora la siguiente función indicará en cada momento t (en meses), el porcentaje de pacientes que podrá ser operado sin necesidad de entrar en lista de espera:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & si \quad 0 \leq t \leq 10 \\ \dfrac{38t - 100}{0{,}4t} & si \quad t > 10 \end{cases}$$

a) Calcula el porcentaje de pacientes que pueden ser operados sin entrar en lista de espera el cuarto mes.
b) Estudia si la función *P*(*t*) es continua.
c) Indica si el porcentaje de pacientes que no entrará en lista de espera tiende a estabilizarse en el transcurso del tiempo. En caso afirmativo, indica qué porcentaje se estima que entrará en lista de espera en el futuro con este nuevo sistema.

DERIVADAS, cálculo de derivadas y aplicación de las derivadas. (examen 2)

1. Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2}{9}$

   a) Calcula su tasa de variación media en el intervalo [-2, 3].

   b) Calcula su tasa de variación instantánea en el punto de abscisa *x* = 3 y escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto.

   c) Calcula los puntos de la curva con tangente horizontal.

2. Estudia la derivabilidad de la función: $f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x < 0 \\ 3x+2 & si \quad 0 \le x < 2 \\ x^2+4 & si \quad x \ge 2 \end{cases}$ en *x* = 0 y *x* = 2.

3. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

   $a)\ y = \sqrt[3]{x^2} + \dfrac{x^3}{4} - 2x^2 + 8$ $\qquad b)\ y = (3x^4 + 5x^2 - x) \cdot \log_2 x$ $\qquad c)\ y = \dfrac{1 - 3^x}{-x^2}$

4. Ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función f(x) = 5x – x^2 en el punto de abscisa x = 1.

5. Monotonía y extremos de $y = \frac{-5x+7}{x-2}$

6. ¿En qué punto de la curva f(x) = x^2 – 2x + 6 la recta y = - 6x es paralela a la tangente a la curva? ¿Cuál es la ecuación de dicha recta tangente?

7. La función $f(x) = \frac{60x}{x^2+9}$ indica los beneficios obtenidos por una empresa desde que comenzó a operar, siendo x los años y f(x) en miles de euros.

   a) Calcula al cabo de cuánto tiempo obtiene la empresa el máximo beneficio.

   b) Averigua si la empresa perderá dinero en algún momento.

8. Utilizando la definición de derivada, calcula la derivada de la función f(x) = $2x^2$ + x en los puntos de abscisa x = -1 y x = 2.

9. Se ha estimado que la población (en miles de habitantes) de un barrio periférico de una gran ciudad evolucionará siguiendo este modelo:

   $P(t) = \frac{240+20t}{16+t}$ donde t indica los años transcurridos desde su creación en el año 2005

   a) ¿Qué población tenía dicho barrio en el año 2005? y en el 2015?
   b) ¿Será posible que la población del barrio duplique a la población inicial?
   c) A largo plazo, ¿la población se estabilizará o no?

10. El coste de producción de *x* unidades de un producto es igual a $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$ euros y el precio de venta de una unidad es $V(x) = 50 - \frac{x}{4}$ euros.

    a) Escribe la función que nos da el beneficio total si se venden las *x* unidades producidas y represéntala.

    b) Halla el número de unidades que deben venderse para que el beneficio sea máximo.

11. Una población de aves, cuenta inicialmente con 50 individuos y se triplica cada año.

    a) ¿Cuál es la fórmula de la función que representa el crecimiento de la población de aves?

b) ¿Cuántas aves hay después de 25 años?

c) ¿Después de cuánto tiempo la población de aves será de 1000 individuos?

12. Los científicos usan el carbono 14 para calcular la edad de los fósiles y de cualquier otro tipo de objetos. La fórmula que emplean es $A = A_o \cdot 2^{\frac{-t}{5600}}$ donde A_0 representa la cantidad de carbono 14 cuando se formó el fósil y A representa la cantidad de carbono 14 que tiene después de t años. Si en el momento de la formación del fósil había 500 gramos de carbono 14 ,¿cuántos gramos contendrá 2000 años después?

13. Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva $y = x \cdot \ln x$ en el punto de abscisa x = 1.

14. Obtén la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$ b) $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x} - \frac{\sqrt[4]{x^3}}{2}$ c) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$

d) $f(x) = x \cdot e^x$ e) $f(x) = \log_3 x - \tan x$ f) $f(x) = (3x^3 - 5x^2)^2$

g) $f(x) = \ln \frac{x^2+1}{x^2-1}$ h) $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ i) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

15. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 11}{x + 1}$:

a) Calcula sus asíntotas.
b) Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.

16. Para la función $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$:

a) Calcula sus asíntotas.

b) Puntos de corte con los ejes.

c) Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.

d) Representación gráfica aproximada.

17. La función $B(x) = \frac{5x}{x^2 + 4}$ indica los beneficios obtenidos por una empresa desde que comenzó a funcionar (B(x) en miles de euros, x en años).

a) ¿Al cabo de cuánto tiempo obtiene la empresa el beneficio máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

b) Analiza si la empresa llegará a tener pérdidas con el transcurso del tiempo.

18. Ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función $f(x) = 5x - x^2$ en el punto de abscisa x = 1.

19. Después de un proceso de vacunación en una población ante una epidemia, la función $f(t) = \frac{5t}{t^2 - 5t + 9}$ indica el número de enfermos, en centenas, que siguen mostrando los síntomas a medida que pasan los días (t).¿Cuándo se puede considerar que se empiezan a notar los efectos de la vacuna? ¿Cuál fue el día con el máximo número de enfermos y a cuántos ascendieron? Describe la evolución del número de enfermos con el transcurso del tiempo.

20. Ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$ paralela a la recta $y = 6x$.

21. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}$

a) Estudia: dominio, puntos de corte con los ejes, simetrías, asíntotas, monotonía y extremos relativos.
b) Teniendo en cuenta el apartado anterior, dibuja la gráfica de la función y = f(x).

Combinatoria y Probabilidad (examen 2)

1. En un examen he de responder a seis preguntas de las 10 preguntas que lo forman. Explica de cuántas opciones dispongo en cada supuesto:

   a) Sé todas las preguntas igual de bien.
   b) Hay una pregunta que no me he estudiado.
   c) Las domino todas, pero tres especialmente bien.

2. El ayuntamiento cuenta con 16 grupos de rock de la ciudad para organizar un concierto, pero por la duración del mismo, se decide que solo actúen 5 grupos. Para determinar cuáles y el orden de actuación escriben el nombre de cada uno en una papeleta y las introducen en una bolsa. ¿Cuántos posibles resultados podrá tener el sorteo?

3. Para matricularme en un curso, tengo que elegir dos materias entre las siguientes:

   Música Tecnología Teatro Dibujo Informática Periodismo

   a) ¿De cuántas formas puedo hacer la elección?
   b) Si en la secretaría me advierten de que anote las seis materias por orden de preferencia, ¿de cuántas formas las puedo escribir?

4. Queremos colocar diez libros en un estante de nuestra biblioteca. ¿De cuántas maneras podemos hacerlo?. Si queremos poner juntos los cuatro de matemáticas a la izquierda y los seis de historia a la derecha, ¿de cuántas opciones disponemos?

5. Un examen tiene parte teórica y parte práctica. Hay 4 preguntas de cada parte de las que hay que elegir dos (en cada parte). ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer el examen?

6. De una urna con 3 bolas azules y 5 rojas sacamos dos bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de:

   a) Que sean las dos azules
   b) Que las dos sean rojas
   c) Que la primera sea azul y la segunda roja
   d) Que haya una bola azul y una roja

7. Sabiendo que P(A) = 0,5, P(A U B) = 0,8 y P(A/B) = 0,6, calcula:

   a) $P(A \cap B)$
   b) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
   c) ¿Son independientes los sucesos A y B?

8. Sabemos que $P(A)=\dfrac{2}{3}, P(B)=\dfrac{3}{4}$ y $P(A\cap B)=\dfrac{5}{8}$. Halla la probabilidad de que:

   a) Se verifique alguno de los dos sucesos.
   b) No ocurra B.
   c) No se verifique ni A ni B.
   d) Ocurra A si se ha verificado B.

9. Está comprobado que el 48% de los alumnos de 2º Bach son aficionados a la música clásica y a la pintura, y que el 60% de los aficionados a la pintura también son aficionados a la música clásica. Si elegimos al azar un alumno de 2º Bach, ¿cuál es la probabilidad de que no sea aficionado a la pintura?

10. En una orquesta sinfónica el 50% de los instrumentos son de cuerda, el 40% de viento y el resto de percusión. El 60% de la orquesta está compuesto por mujeres. Sabemos que un 40% de la orquesta se trata de mujeres que tocan un instrumento de cuerda y un 8% son hombres que tocan un instrumento de percusión.

a) Con los datos del enunciado, construye una tabla de contingencia.

Si elegimos un músico al azar, halla las siguientes probabilidades:

b) Que sea mujer y toque un instrumento de viento.
c) Sabiendo que toca un instrumento de percusión, que sea hombre.
d) Sabiendo que es hombre, que toque un instrumento de percusión.
e) Que sea mujer sabiendo que toca un instrumento de cuerda.
f) Que sea hombre sabiendo que toca un instrumento de cuerda.
g) Que toque un instrumento de percusión o sea mujer.

11. En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos materias. Con estos datos, construye una tabla de contingencia y a partir de ella, si se elige al azar un alumno de esa clase, halla la probabilidad de que: a) Haya aprobado inglés y matemáticas. b) Haya aprobado inglés sabiendo que aprobó matemáticas, c) ¿son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"?

12. Un estudiante se presenta a un examen tipo test compuesto por 100 preguntas, cada una de las cuales va acompañada de cuatro respuestas (y solo una es correcta). Sesenta de las preguntas corresponden a la parte del programa que el estudiante ha preparado y en las que tiene una probabilidad del 80% de contestar acertadamente. En las preguntas restantes señalará al azar una de las cuatro respuestas. Si se elige al azar una de las preguntas, ¿cuál es la probabilidad de que su respuesta sea la correcta?

13. En una ciudad, el 55% de sus habitantes es mayor de 30 años; el 45% está casado y el 60% está casado o es mayor de 30 años. Calcula la probabilidad de estos sucesos:

a) Ser mayor de 30 años y estar casado

b) No estar casado

c) Estar casado sabiendo que es mayor de 30 años.

14. Una empresa de transporte tiene dos autobuses, A y B, y tres conductores: Diego, Elena e Inés. Los viajes realizados durante el último mes son: autobús A: D10; E5; I20; autobús B: D30; E10; I30. Durante uno de los viajes se produjo un accidente. Calcula la probabilidad de que:

a) Condujera Elena

b) Que el autobús afectado fuera B

c) Que el accidente lo tuviese el autobús A conducido por Inés

d) Sabiendo que fue Diego quien tuvo el accidente, que el autobús B fuese el afectado

e) Sabiendo que el autobús afectado fue el B, que el accidente lo tuviese Elena.

f) Estudia si E y B son independientes

15. En una asociación vecinal hay 800 socios, de los cuales 315 son hombres. Sabiendo que hay 150 hombres y 175 mujeres que tienen más de 60 años, elegido un socio al azar, calcula:

a) La probabilidad de que sea hombre.
b) La probabilidad de que sea mayor de 60 años.
c) La probabilidad de que sea mujer mayor de 60 años.
d) La probabilidad de que sea menor de 60 años sabiendo que es mujer.
e) La probabilidad de que sea hombre sabiendo que es menor de 60 años.

16. Una fábrica tiene tres cadenas de producción: A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de coches producidos; la B, el 30%, y la C, el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es de $1/2$ en la cadena A, $1/4$ en la B y de $1/6$ en la C. Halla: a) La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido producido por la cadena A. b) La probabilidad de que un coche sea defectuoso. c) Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la cadena C? d) Sabiendo que un coche fue fabricado en la cadena B, calcula la probabilidad de que sea defectuoso.

17. Una imprenta tiene en su almacén 1000 libros de una edición E_1, 1200 de una edición E_2 y 800 de una edición E_3. Se sabe que el 3% de los libros de E_1, el 1,5% de E_2 y el 2% de E_3 son defectuosos. Si elegimos un libro al azar, calcula la probabilidad de que sea:

a) No defectuoso y de la edición E_3.
b) Defectuoso, sabiendo que es de la edición E_3.
c) No defectuoso.
d) De la edición E_2 si sabemos que resultó defectuoso.

18. Una urna A tiene 3 bolas blancas y 7 negras. Otra urna B tiene 9 bolas brancas y 1 negra. Sacamos una bola de A y la echamos en B y, a continuación, sacamos una bola de B.

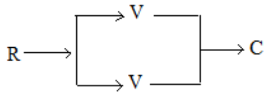
a) ¿Cuál será la probabilidad de que la segunda bola sea negra?
b) Sabiendo que la segunda bola fue negra, ¿cuál es la probabilidad de que también la primera fuese negra?

19. La probabilidad de obtener rentabilidad positiva en el plazo de un año con un fondo de inversión recientemente constituido es 0,4. Si en el primer año se obtuvo rentabilidad positiva, la probabilidad de obtenerla en el segundo año es 0,6. La probabilidad de no obtener rentabilidad positiva ni en el primero ni en el segundo año es 0,48.

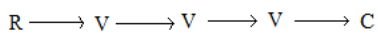
a) ¿Que probabilidad hay de obtener rentabilidad positiva en el segundo año?
b) Calcula la probabilidad de obtener rentabilidad positiva en alguno de los dos años.

20. Para regular el abastecimiento de agua en una ciudad C, desde un río R, se piensa en dos posibilidades según los siguientes esquemas:

I)



II)



donde V son válvulas de regulación independientes que tienen una probabilidad de 0,7 de estar abiertas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado instante el agua llegue, según el esquema I, desde R hasta C?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el agua no llegue en el esquema II, desde R hasta C?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que el agua no llegó a C en el esquema II, fuese debido a que la primera válvula estuviese cerrada?