Ejercicios de refuerzo para alumnado con
Matemáticas de 1º BAC I pendiente

1ªproba	Gauss- Trigonometría- Complejos - Geometría-Cónicas	Martes 9 enero 2024
2ª proba	Funciones- Límites- Continuidad- Derivabilidad	Martes 12 marzo 2024
Final	Martes 9 de abril 2024	

Gauss. 1ª prueba

1. Clasifica los sistemas atendiendo a número de soluciones. Resuélvelo, utilizando el método de Gauss, cuando sea posible

a) $\begin{cases} x+y-3z=1 \\ 2x-y+z=5 \\ -x+5y-11z=8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+2y+3z=3 \\ -x+y+z=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+y+2z=2 \\ -2x-y-z=1 \\ 2x+z=6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x+y+3z=1 \\ -y-3z=2 \\ 2x+2y+6z=-2 \end{cases}$

Trigonometría. 1ª prueba

2. Utilizando los productos notables y las relaciones fundamentales de la trigonometría, demuestra que:

$(a) sen^4\alpha - \cos^4\alpha = sen^2\alpha - \cos^2\alpha$

$(b) \sec^2\alpha = 1 + t_g^2\alpha$

$(c)\ \dfrac{seu\beta \cdot \cos^2\beta + sen^3\beta}{\cos\beta} = tg\beta$

3. Sabiendo que el ángulo β está en el tercer cuadrante y que $\cos\beta - \frac{3}{8}$ calcula las restantes razones trigonométricas.

4. Sabiendo que la tangente de un ángulo es el doble que su seno y que $\beta > 180º$ calcula cos β

5. Si $tg\ \alpha = \frac{2}{3} y\ \alpha > 90º$, calcula cos α.

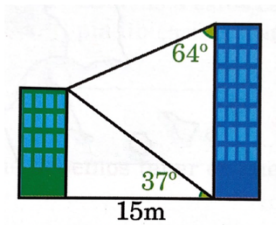
6. Sabiendo que $tg\ \alpha = -\sqrt{8}$, $\alpha < 180º$, halla

a) sen α y $\cos\alpha$
b) $\cos(180º+\alpha)$, $sen\ (180º-\alpha)$,
c) $\cos(90º+\alpha)$, $tg\ (-\alpha)$, $sen(90º-\alpha)$, $tg(180º+\alpha)$

7. Utilizando la circunferencia goniométrica, expresa todo en función de α. Comprueba que
$\cos(\pi+2) - sen(2\pi-\alpha) + sen\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) - sen(\pi-\alpha) = sen\alpha$

8. Resuelve los siguientes triángulos sabiendo que es posible que tengan dos soluciones o ninguna
   a) a=11cm, b=13 cm, c= 25 cm
   b) a=8 cm, b=7 cm, B=60º
   c) a=11 cm , b=5 cm, B=30º

9. Calcula la altura de los edificios ¿Cuánto medirá la tirolina que conecte sus azoteas?



10. Para construir un túnel AC nos situamos en un punto B y tomamos las siguientes medidas:
$\overline{AB} = 280\ m,\quad \overline{BC} = 320\ m,\quad \widehat{BAC} = 72º$ Calcula la medida del túnel $\overline{AC}$ y los ángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{BCA}$

11. Dos árboles C y D se encuentran en la orilla opuesta de un río. Desde los puntos A y B situados en la orilla donde nos encontramos, tomamos las siguientes medidas:
$\overline{AB} = 100\ m,\quad \widehat{CAB} = 82º, \widehat{DAB} = 40º,\ \widehat{DBA} = 32º,\ \widehat{CBA} = 25º,$
Calcula la distancia que separa los árboles

12. Simplifica estas expresiones:
   a) $\frac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{sen(a+b)+sen(a-b)} =$
   b) $\cos\alpha \cdot \cos(\alpha-\beta) + seu\alpha, sen(\alpha-\beta) =$
   c) $\cos(\alpha-\beta) \cdot \cos(\alpha+\beta)$

13. Demuestra estas identidades

$$\frac{sen2x}{2sen^2x} = \frac{\cot gx}{\cos^2x \cdot (1+tg^2x)} =$$

$$\frac{senx \cdot \cos^2x + sen^3x}{sen2x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sec^3x}{1+tg^2x}$$

14. Una de estas identidades en realidad es una ecuación. Encuéntrala y justifica la veracidad de las otras

$$\frac{1+tq^2x}{1-tg^2x} = \frac{1}{2}\left(tg\left(x+\frac{\pi}{4}\right) - tg\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\frac{\cos\alpha}{1-sen\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1+sen\alpha} = 2\sec\alpha$$

$$(sen\alpha-\cos\alpha)^2 - (sen\alpha+\cos\alpha)^2 = 2sen2\alpha$$

15. Calcula los ángulos (en radianes) que cumplen:

$\sqrt{3} \cdot \cos x - 1 = \frac{1}{2}$

16. Resuelve las ecuaciones trigonométricas sacando factor común

$senx = sen^2x$

17. Calcula los ángulos que cumplen

a) $\cos x - senx = 0$

b) $\cos x - senx = 0$

c) $sen^2x - \cos^2x + 4 = 5senx$

d) $senx + \sqrt{3}\cos x = 0$

e) $sen^2x + \cos x = 1 + \cos^2x$

18. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

$\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \mathrm{coc}(x + \pi) = \frac{1}{2}$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos^2x = 1$

19. Calcula los ángulos que cumplen:

$tg2\alpha = -tg\alpha$

$sen^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\alpha = 2$

Complejos 1ª prueba

20. Dados los números complejos $z_1 = -1 + i$, $z_2 = -3i$, $z_3 = 2 - 2i$ Realiza las siguientes operaciones:

a) $2z_1 + z_2 + z_3$

b) $z_1 \cdot z_3$

c) $\frac{z_1}{z_2}$

d) $z_1 \cdot \overline{z_2}$

e) $\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1}$

21. Calcula

$(2 - i)^2 - (1 + i)^2 =$

$i(3 - 2i) + \left(1 + \sqrt{2}\,i\right)\left(1 - \sqrt{2}\,i\right) =$

$\frac{2i + 1}{i + 3} =$

$\frac{2i}{3 - 4i} + \frac{1 + i}{3 + 4i} =$

22. Opera y simplifica

$$\frac{i^7+i^3}{i^{20}-i^{11}}= \qquad \frac{i^{2021}+i^{2022}}{i^{2023}+i^{2024}}=$$

23. Sean $z_1=3+ai\ \ y\ \ z_2=a-3i$¿Qué valor o valores debe a para que $z_1\cdot z_2$

a)…sea un número Real?

b)…sea un número imaginario puro?

24. Expresa en forma binómica los siguientes complejos

a) $2_{30º}$

b) $\sqrt{3_{300º}}$

c) $\sqrt{2_{135º}}$

d) $4_{\frac{\pi}{2}}$

25. Calcula el puesto y el conjugado de los siguientes números complejos, ayudándote de la representación gráfica

a) $3_{\frac{\pi}{2}}$

b) $2_{225º}$

c) $4_{\frac{3\pi}{2}}$

d) $1_{150º}$

26. Dados los números complejos $z_1=1_{30º}$, $z_2=2_{180º}$, $z_3=3_{270º}$ Calcula

a) $\frac{z_1}{z_3}$

b) $\frac{1}{z_2}$

c) $(z_1)^7$

d) $\frac{z_2\cdot z_3}{\bar{z}_1}$

27. Calcula expresando el resultado en forma binómica

$$\left(\frac{\sqrt{3}+i}{-2+2\sqrt{3}i}\right)^5 \qquad \left(\frac{1-i}{1+\sqrt{3}i}\right)^{10}$$

28. Calcula los números complejos que cumplan

$z_3=-8,\qquad z^5=1-\sqrt{3}i,\qquad z_3=-i,\qquad z^6=\left(\sqrt{3}+i\right)^3$

29. Resuelve las siguientes ecuaciones

$x^4+3x^2-10=0$

$x^4-3x^3+3x^2-3x+2=0$

$x^4+9x^2=0$

30. De dos números complejos sabemos que su producto es 27i y uno de ellos es el cuadrado del otro. Halla sus expresiones en forma binómica

31. Halla un número complejo que cumpla que el triángulo que forma con el origen de coordenadas y su conjugado sea equilátero y que su área valga $\sqrt{12}$

32. Un vértice de un hexágono regular inscrito en una circunferencia centrada en el origen de coordenadas está en P(1,1). ¿Puedes encontrar el resto de los vértices?

1ª prueba. Geometría y cónicas

1. De dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabemos que $|\vec{u}|$ =8, $|\vec{v}|$ = 3,5 y $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$ = 45 °.

a) ¿Cuánto vale $\vec{u}\cdot\vec{v}$?

b) ¿Y $\vec{v}\cdot\vec{u}$?

2. Sabemos que $|\vec{u}|$=3 $|\vec{v}| = \frac{5}{2}$ y $\vec{u}\cdot\vec{v} = -15$

¿ Puedes hallar el valor del ángulo que forman los dos vectores?

3. Dados los vectores $\vec{u}(1,\sqrt{3})$ y $\vec{v}(3,0)$, calcula su producto escalar

4. Calcula $\vec{v}(\vec{u}+\vec{v})$ si conocemos $|\vec{u}| = \frac{1}{2}, |\vec{v}| = \frac{3}{2}$ y $\widehat{\vec{u},\vec{v}} = 60º$ ¿Qué propiedad se aplica?

5. Calcula el ángulo formado por los vectores

a) $\vec{u}$=(6,8) , $\vec{v} = (-4,3)$ b) $\vec{u}$=(5,-2) , $\vec{v} = (2,7)$

6. Halla el valor de la proyección del vector $\vec{u}$=(5,2) sobre el vector $\vec{v} = (6,0)$

7. Dado un triángulo equilátero ABC de lado 5 centímetros, calcula $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

8. Dados $\vec{\mu} = (-2,3)$ $\vec{v} = (-3,2)$ y $\vec{w} = (-3,4)$ Calcula

$a)$ $\vec{u}\cdot\vec{v}$ $b)$ $\dfrac{1}{2}\vec{u}\cdot\vec{w}$ $c)$ $\vec{u}\cdot(\vec{u}\cdot\vec{w})$

9. Conocidos los vectores $\vec{a} = (-1,5)$ $\vec{b} = (3,-2)$

$a)$ $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})$

$b)$ $(3\vec{a}+\vec{b})\cdot\left(\dfrac{1}{3}\vec{a}-3\vec{b}\right)$

10. Con estos datos $|\vec{\mu}| = \sqrt{3}$ $|\vec{V}| = \sqrt{7}$ $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = 30°$ Calcula

$a)$ $\vec{u}\cdot\vec{u}$ $b)$ $|\vec{\mu}+\vec{v}|\cdot|\vec{\mu}-\vec{v}|$

11. Calcula el valor del vector $\vec{v}$ ortogonal a $\vec{u} = (m,8)$ tal que $|\vec{v}| = 10,$

12. Encuentra los dos vectores unitarios paralelos al vector $\vec{u} = (3,4)$

13. Encuentra el vector de coordenadas positivas que es unitario y perpendicular al vector $\vec{u} = (-5,12)$

14. Dados los vectores $\vec{u} = (x,4)$ $\vec{v} = (y,6)$ $\vec{w} = (2,7)$ calcula lo que deben valer los parámetros x,y en cada caso para que se cumpla:

$a)$ $|\vec{v}| = 10$ $b)$ $\vec{u}\parallel\vec{v}$ $c)$ $\vec{u}\perp\vec{v}\ y\ |\vec{u}| = 5$ d) $\vec{u}\perp\vec{\omega}$

15. Calcular k para que los puntos A(-1,3), B(-2,1) , C(k,,-k+1) estén alineados

16. Calcula las coordenadas de los puntos P y Q que dividen al segmento de extremos A(-3,2) y B(5,-6) en tres partes iguales
17. Dada la recta r:y=-2x+4 calcula la recta perpendicular a r que pasa por el punto de corte de r con el eje de ordenadas.
18. Dar la ecuación vectorial de una recta paralela a r:2x-y+1=0 que pasa por el punto medio del segmento $\overline{AB}$, siendo A(1,-1) B(3,1)
19. Calcula K para que las rectas $r: \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = \quad \lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ s: -2s+ky+1=0

a)Sean paralelas

b)Sean perpendiculares. En ese caso encontrar el punto de corte

20. Dada la recta r:2x+my+2=0 calcula m para que:

a)Sea paralela al eje de ordenadas

b)Sea paralela a la recta y=x+2

c)Sea perpendicular a $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{4}$

21. Dadas las siguientes rectas, calcula el ángulo que forman:

a) r: 2x-5y-5=0 s: $y = -\frac{3}{2}x - 3$

b) $r: \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathbb{R}$ $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 2\lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathbb{R}$

22. Encuentra la distancia del punto P(1,-2) a la recta $r_4: x = 2$
23. Halla la distancia del punto A(-1,3) al punto de intersección de las rectas:

a) r: x+y-1=0 $s: \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = -1 - \lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathbb{R}$

b) r: x-y+1=0 $r: \begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathbb{R}$

24. Halla el punto de la recta r:x-y+1=0 que equidista de los puntos A(1,-1) y B(0,2)
25. Halla el valor de m y k para que las rectas r:2x-y+1=0 y s:x+my+k=0 disten $\sqrt{5}$ unidades.
26. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos simétricos de A(1,-1) y a C(2,-3) respecto a punto P(-1,1).

¿Existe alguna relación entre dicha recta y la que pasa por los puntos A y C?

27. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro C(2,-2) y que sea tangente a la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2}$
28. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(1,0) B(0,-1) C(2,1)
29. Calcula la ecuación de una circunferencia de la que sabemos que P(3,-3) y Q(7,-5) son los extremos de un diámetro.
30. Indica lo que miden los ejes, la distancia focal y el valor de la excentricidad de las siguientes elipses

a) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{4}=1$

31. Una hipérbola con focos F(-4,0) y F'(4,0) pasa por el punto P(8,5). Escribe su ecuación reducida.

32. De las siguientes parábolas, calcula su vértice, el parámetro p, el foco y la ecuación de la directriz

a) $y^2=7x$
b) $y^2=-6x$
c) $x^2=4y$
d) $x^2=-\frac{5}{2}y$

33. Indica que tipo de cónica viene representada por cada una de las siguientes ecuaciones y enuncia los elementos fundamentales de cada una de ellas

a) $4x^2+y^2=100$
b) $x^2+4x=4-y^2$
c) $x^2-2y^2=8$
d) $(y+3)^2+5=6y+6x+14$

Funciones y límites. 2ª prueba

34. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ $\qquad g(x) = \frac{2}{x^3-x^2}$

35. Calcula el dominio de las siguientes funciones

$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{-x+1}}$ $\qquad g(x) = \sqrt{\frac{x}{2x+6}}$

36. Estudia el dominio y el recorrido de $f(x) = ln\left(\frac{x+5}{1-2x}\right)$

37. Representa las funciones

a) $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ |x| & -1 \leq x \leq 1 \\ -x+1 & 1 < x < 3 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x+1 & -2 \leq x < 0 \\ 2^x & x \geq 0 \end{cases}$

c) $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 2 \\ 3x-4 & x > 2 \end{cases}$

38. Dadas $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $\quad g(x) = \sqrt{x} \quad y \ h(x) = \frac{2}{x}$ calcula

a) $f \circ g$

b) $f \circ h$

c) $f \circ g \circ h$

d) $g \circ h \circ f$

39. Calcular la inversa de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 + 2$ $\qquad$ b) $g(x) = \frac{2x-1}{x}$

40. Resuelve los siguientes límites

a) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-3} - \sqrt{x^2+x}\right)$

b) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^3+4x^2-2} - \sqrt{x^3+7x+6}\right)$

c) $\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{x^2-x}{2-x} + \frac{-x^2}{3}\right)$

d) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x^2-3}{x-1} - \frac{x^2+3x-1}{x}\right)$

e) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x-3}{3x-5}\right)^x$

f) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{3x+1}{3x-2}\right)^x$

g) $\lim_{x\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{x^2-4}\right)^{x^2+3}$

h) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$

i) $\lim_{x\to -3}\frac{x+1}{(x+3)^2}$

j) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

k) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+4x-5}$

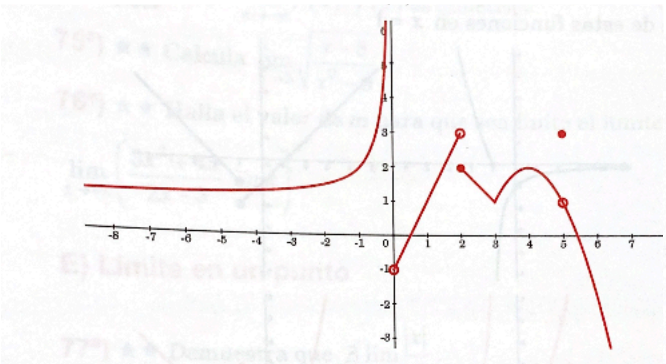
l) $\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{x^3+x^2}$

m) $\lim_{x\to -2}\frac{x^3-4x^2+4x}{2+x}$

n) $\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x^2+x}$

o) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

41. Dada la gráfica de f(x), hallar:



a) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ c) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

d) $\lim_{x\to 0} f(x)$ e) $f(0)$ f) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

g) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ h) $\lim_{x\to 2} f(x)$ i) $f(2)$

j) $\lim_{x\to 3} f(x)$ k) $\lim_{x\to 5} f(x)$ l) $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

m) $f(3)$ n) $f(5)$ o) $\lim_{x\to -1} f(x)$

Continuidad y derivadas 2ª prueba

42. Estudia la discontinuidad de las siguientes funciones indicando que tipos de discotinuidades presentan

$$f(x)=\frac{x^2-4}{2-x}$$

$$f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+1}$$

43. Estudia la continuidad

$$f(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 3 \\ x^2-2, & x>2 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} 3^x, & x\le -1 \\ \ln(x-1), & x>1 \end{cases}$$

44. Calcular k para que las funciones sean continuas

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2 \\ k, & x=2 \end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases} \ln(-x+z), & x<1 \\ 2x+k, & x\ge 1 \end{cases}$$

45. Calcula las asíntotas

$$f(x)=\sqrt{x^2+5}$$

$$h(x)=\frac{8}{x(x-2)}$$

46. Halla las asíntotas y representa las funciones en valores próximos a ellas

$$g(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-9}$$

$$h(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$$

47. Halla las asíntotas $f(x)=\begin{cases} \frac{2^1}{x} & x<-1 \\ \frac{x^2+1}{x} & x\ge 1 \end{cases}$

48. Calcula las derivadas

a) $f(x)=\frac{1}{x5}$

b) $g(x)=\sqrt[3]{x^{10}}$

c) $\ln(x)=\frac{x^8}{x^{10}}$

d) $j(x)=\frac{1}{\sqrt{x^3}}$

e) $k(x)=-\frac{1}{3}$

f) $l(x)=x^2\sqrt{x}$

g) $f(x)=x^5-7x^4+x^3-1$

h) $g(x)=\frac{1}{7}x^{14}+\frac{3}{4}x^8-5x$

i) $\ln(x)=5\sqrt{x}+3\sqrt[4]{x^9}$

j) $j(x)=\frac{4}{x}-3\sqrt{x}$

k) $K(x)=\frac{5}{x^3}+\frac{6}{x^2}$

l) $l(x)=3^x+2-7^x$

m) $m(x) = 3\cos x - 5senx$

n) $n(x) = \frac{1}{2}\log_3 x + 5\ln x$

o) $f(x) = \frac{2x}{x^2-3}$

p) $f(x) = \frac{-3}{2x+5}$

q) $h(x) = \frac{4x^2-6x+6}{2}$

r) $j(x) = \frac{x^3-x}{x^2+1}$

s) $f(x) = 4^x \cdot tgx$

t) $g(x) = (x^2 - 4x)\ln x$

u) $h(x) = (x^2 + 3x) \cdot \cos x$

v) $j(x) = \sqrt{x}(x^3 - 2x + 5)$

w) $f(x) = \frac{(2x^2+1)^3}{2x-3}$

x) $g(x) = \ln(e^x)$

y) $h(x) = \sqrt{2x^3 + x}$

z) $j(x) = \frac{4}{3}e^{\sqrt{x}}$

aa) $K(x) = \left(\frac{x-2}{x+6}\right)^2$

bb) $l(x) = \frac{x^2+3x}{(5x-2)^2}$

cc) $f(x) = 4sen3x$

dd) $g(x) = sen^2(x^2 - 5x)$

ee) $h(x) = \cos 4x$

ff) $j(x) = tg\left(\frac{3x+1}{2}\right)$

gg) $k(x) = arcsen(senx)$

hh) $j(x) = sen^3x^2$

ii) $f(x) = arctg(x^2 + 2x)$

jj) $g(x) = \ln(\cos(x^3 - 2x))$

kk) $h(x) = tg\left(\frac{1}{x}\right)$

ll) $K(x) = \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$

mm) $l(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{x^2-4}}$

nn) $j(x) = \sqrt{5x^3 - 2x + 1}$

49. Calcula las derivadas aplicando previamente las propiedades de los logaritmos

$$f(x) = \ln\frac{x+3}{x^2+5}$$

$$K(x) = \ln\frac{sen^2x}{4x}$$

$$g(x) = \ln^3\left(\frac{x-5}{2x}\right)$$

$$l(x) = \ln(e^{2x} \cdot 3\cos x)$$

$$u(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{(2x-1)^3}{x^2+2}}\right)$$

$$j(x) = \ln(x^2 \cdot e^x)$$

50. Calcular la recta tangente y normal de $h(x) = \ln(2 + x)$ en el punto de abscisa x=-1

51. Calcular los valores de a y b sabiendo que $f(x) = ax^3 + bx^2 + 5x$ que son paralelas a la recta r: 3x-y+5=0

52. Los resultados (pérdidas o ganancias) de una pequeña empresa vienen explicados, en miles de euros, por $f(t) = \frac{5t^2+20t-25}{t^2+7}$ donde t indica el tiempo en años desde su creación. Responde estas cuestiones:

a) ¿En qué momento alcanzará la empresa las máximas ganancias? ¿A cuánto ascenderán?
b) ¿Cuándo dejará de tener pérdidas?
c) ¿Tendrá beneficios a largo plazo? ¿cuántos?

53. Halla dos números cuyo producto sea 25 y cuya suma sea mínima

54. Queremos vallar un terreno rectangular. En uno de los lados no necesitaremos valla, porque linda con una pared. Nos gustaría que tenga la mayor área posible, aunque solo disponemos de 100 metros de valla. ¿Qué dimensiones tendrá

55. Estudia las características fundamentales de las siguientes funciones y represéntalas

a) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ b) $g(x) = \frac{3x^2}{x^3+1}$

56. Hallar el valor de k para que las siguientes funciones sean derivables

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+3}{x-3} & x \leq 0 \\ kx - 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} cosx & x \leq 0 \\ x^2 + kx + 1 & x > 0 \end{cases}$$