

Encuentra la ecuación cuadrática

Escribir una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y -2.

Solución

Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y -2.

Como conocemos las raíces de la ecuación, podemos escribir ésta como:

$$x^2 + Sx + P = 0$$

Siendo S la suma de las raíces y P el producto de las raíces

$$S = 3 - 2 = 1$$

$$P = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Factorización

Factorizar : $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solución

Factorizar: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} =$$

$\nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3$
 $\searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2$

Conociendo las raíces de la ecuación podemos factorizar de este modo:

$$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

Encontrar el valor k

Determinar k de modo que en la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ las raíces sean iguales.

Solución

Determinar k de modo que en la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ las raíces sean iguales.

Para que las dos raíces sean iguales, el discriminante ($b^2 - 4ac$) tiene que ser igual a cero

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$k^2 - 4 \cdot 36 = 0 \quad k^2 = 144$$

$$k = \pm\sqrt{144} \begin{cases} \nearrow k_1 = 12 \\ \searrow k_2 = -12 \end{cases}$$

Encuentra los valores que se te piden

La suma de dos números es 5 y su producto es -84 .
Halla dichos números.

Solución

La suma de dos números es 5 y su producto es -84 .
Halla dichos números.

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 5x - 84 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{5 \pm 19}{2}$$

$\nearrow x_1 = \frac{24}{2} = 12$
 $\searrow x_2 = \frac{-14}{2} = -7$

Ejercicio para calcular edades

Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años.

Calcula la edad de Pedro.

Solución

Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años.

Calcula la edad de Pedro.

Designamos las variables para el ejercicio:

Edad actual x

Edad hace 13 años $x - 13$

Edad dentro de 11 años $x + 11$

Escribimos la ecuación correspondiente:

$$x + 11 = \frac{(x - 13)^2}{2}$$

Elevamos el binomio al cuadrado, quitamos denominadores y resolvemos la ecuación

$$2x + 22 = x^2 - 26x + 169 \quad x^2 - 28x + 147 = 0$$

$$x = 21$$

~~x = 7~~

$x = 7$, no es una solución válida porque entonces qué edad tendría hace 13 años

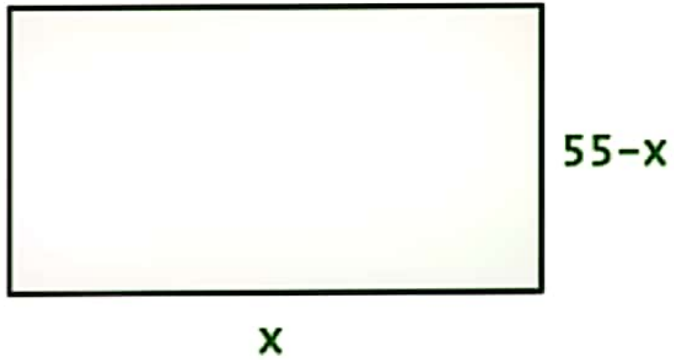
Edad actual 21 años

Calculo de un terreno

Para hallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca.

Calcula las dimensiones de la finca.

Solución



Semiperímetro 55

Base x

Altura $55 - x$

El área es igual base por altura

$$x \cdot (55 - x) = 750$$

Quitamos paréntesis

$$x^2 - 55x + 750 = 0$$

$$x = 25 \quad x = 30$$

Las dimensiones de la finca son:

$$\text{base} = 30 \text{ m} \quad \text{altura} = 25 \text{ m}$$

$$\text{base} = 25 \text{ m} \quad \text{altura} = 30 \text{ m}$$

Rectángulos proporcionales

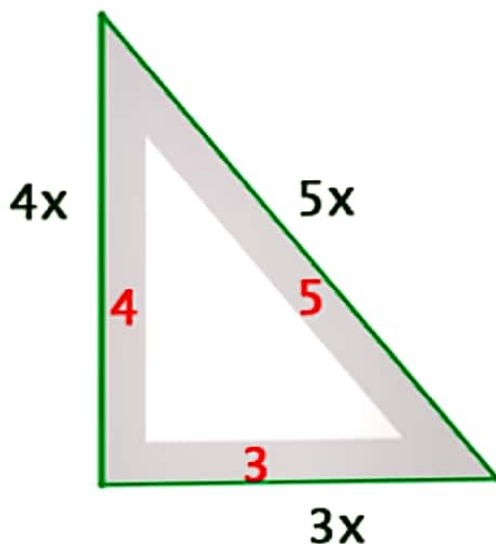
Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5.

Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2 .

Solución

Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5.

Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2 .



1^{er} lado (base) $3x$

2^o lado (altura) $4x$

3^{er} lado $5x$

Aplicamos la fórmula del área de un triángulo

$$\frac{3x \cdot 4x}{2} = 24$$

Quitamos denominadores y resolvemos la ecuación

$$x^2 = 4 \quad x = \pm 2 \quad x = 2$$

-2 no es solución porque un lado no puede tener una longitud negativa

1^{er} lado 6 m

2^o lado 8 m

3^{er} lado 10 m

Calcula el área del jardín

Calcula el área del jardín

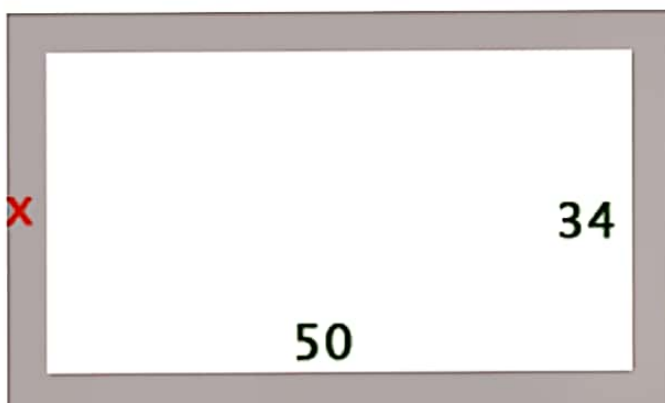
Un jardín rectangular de 50m de largo por 34m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme.

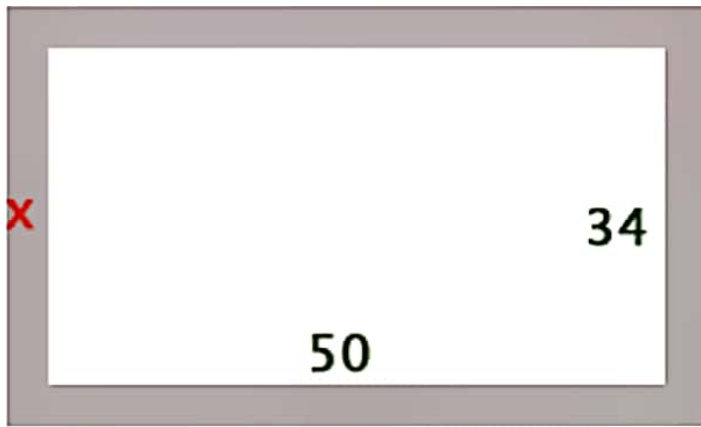
Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540m^2 .

Solución

Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme.

Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m^2 .





Llamaremos x a la anchura del camino

540 será igual al área total del conjunto menos el área del jardín

$$(50 + 2x) \cdot (34 + 2x) - 50 \cdot 34 = 540$$

Quitamos paréntesis, operamos y simplificamos la ecuación dividiendo por 4 en los dos miembros

$$4x^2 + 168x - 540 = 0 \quad x^2 + 42x - 135 = 0$$

$$x = 3 \text{ y } x = -45$$

La anchura del camino es 3 m.

-45 no es una solución porque las distancias han de ser positivas.



Criterio de Semejanza en rectángulos

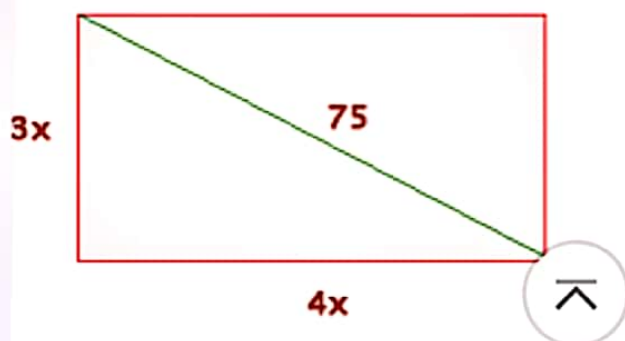
Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

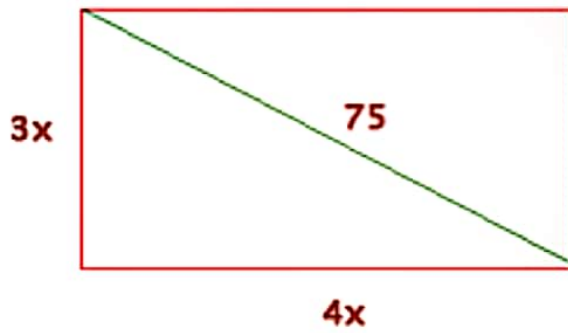
Solución

Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

$$\text{Base } 48x : 12 = 4x$$

$$\text{Altura } 36x : 12 = 3x$$





$$(4x)^2 + (3x)^2 = 75^2$$

$$25x^2 = 5625$$

$$x^2 = 225 \quad x = 15$$

$$\text{Base } 4 \cdot 15 = 60 \text{ m}$$

$$\text{Altura } 3 \cdot 15 = 45 \text{ m}$$

Calcula el numero que se te indica

Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es $\frac{26}{5}$.

Solución

su inverso es $\frac{26}{5}$.

Número: x

Inverso del número: $1/x$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

Tenemos una ecuación racional, en primer lugar tenemos que quitar denominadores

$$m.c.m. (5, x) = 5x$$

$$5x^2 + 5 = 26x$$

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

$$x = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{10}$$

$\nearrow x_1 = 5$
 $\searrow x_2 = \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$

El número pedido es 5 \wedge es $1/5$ no es solución porque no es un número entero.

Estructura la ecuación cuadrática y calcula

Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580.

¿Cuáles son esos números?

Solución

Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580.

¿Cuáles son esos números?

1^{er} número x

2^o número $x + 2$

$$x^2 + (x + 2)^2 = 580$$

Elevamos el binomio al cuadrado, operamos y simplificamos la ecuación dividiendo en los dos miembros por 2



Elevamos el binomio al cuadrado, operamos y simplificamos la ecuación dividiendo en los dos miembros por 2

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 580$$

$$2x^2 + 4x - 576 = 0$$

$$x^2 + 2x - 288 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1152}}{2} = \frac{-2 \pm 34}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = 16 \\ \searrow x_2 = -18 \notin \mathbb{N} \end{matrix}$$

1^{er} número 16

2^o número 18

-18 no es solución porque no es un número natural

Calcular tiempo de llenado de una piscina

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B.

Calcular tiempo de llenado de una piscina

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B.

¿Cuántas horas tarda cada uno separadamente?

Solución

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B.

¿Cuántas horas tarda cada uno separadamente?

Tiempo de A: x

Tiempo de B: $x + 3$

En una hora ocurre lo siguiente:

$$A = \frac{1}{x}$$

$$B = \frac{1}{x + 3}$$



También sabemos que en una hora, los 2 caños juntos llenan media piscina

$$A + B = \frac{1}{2}$$

Sustituimos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2}$$

Tenemos una ecuación racional, en primer lugar tenemos que quitar denominadores

$$m.c.m.(2, x, x+3) = 2x(x+3)$$

$$2x + 6 + 2x = x^2 + 3x \qquad x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -2 \notin \mathbb{N} \end{matrix}$$

Comprobamos que 3 es una solución:

Al cabo de una hora, ocurre que:

Comprobamos que 3 es una solución:

Al cabo de una hora, ocurre que:

$$A = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1}{3+(3)} = \frac{1}{6}$$

Al cabo de 2 horas:

$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Entonces, en 2 horas la piscina se habrá llenado

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

La piscina estará completamente llena al cabo de 2 horas.

Respuesta:

Tiempo de A 3 horas

Tiempo de B 6 horas

Encuentra los valores que se indican

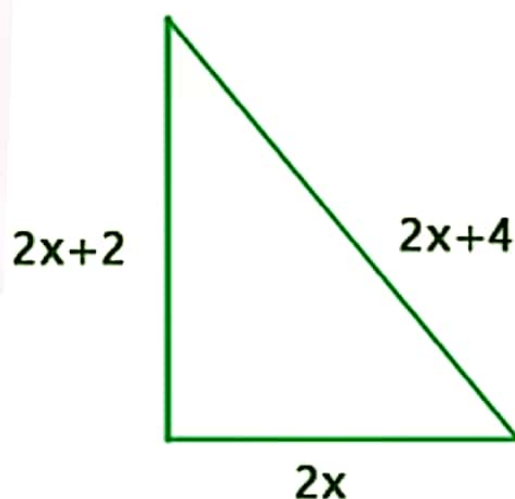
Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos.

Halla los valores de dichos lados.

Solución

Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos.

Halla los valores de dichos lados.



1^{er} cateto $2x$

2^o cateto $2x + 2$

Hipotenusa $2x + 4$

Aplicamos el teorema de Pitágoras

$$(2x)^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 4)^2$$

Elevamos los binomios al cuadrado, operamos y simplificamos la ecuación dividiendo en los dos miembros por 4

$$4x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$4x^2 - 8x - 12 = 0 \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ y } x = -1$$

1^{er} cateto 6 cm

2^o cateto 8 cm

Hipotenusa 10 cm

No consideramos $x = -1$ porque las distancias son positivas

Calculo de un volumen

Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha.

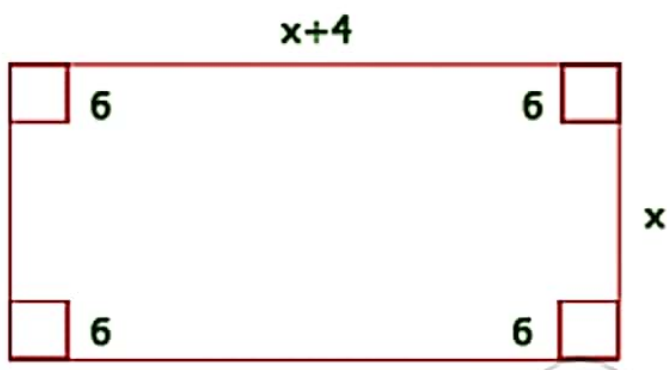
Con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes.

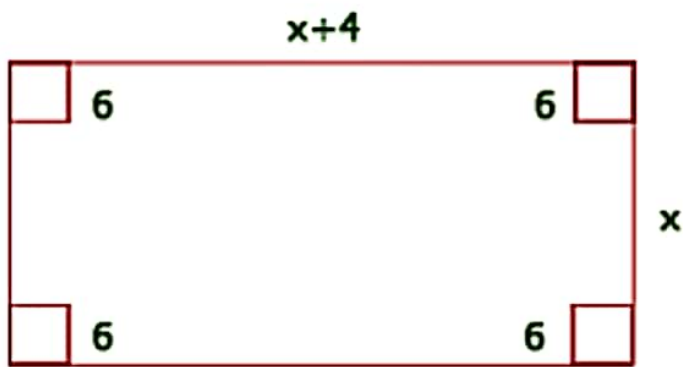
Halla las dimensiones de la caja.

Solución

Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha.

Con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.





Ancho: x

Largo: $4x$

Alto: 6 cm

El volumen de la caja, que es prisma rectangular, es: largo \times ancho \times alto

$$6(x - 12) \cdot (x + 4 - 12) = 840 \quad (x - 12) \cdot (x - 8) = 140$$

Pasamos el 6 dividiendo al segundo miembro y se multiplican los binomios

$$x^2 - 20x - 44 = 0 \quad x = 22 \text{ y } x = -2$$

Ancho: 22 cm

Largo: 26 cm

La solución -2 la rechazamos porque una longitud no puede ser negativa

Llenando un deposito

Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos.

¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

Solución

Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos.

¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

Tiempo del 1º x

Tiempo de 2º $x - 2$

$$1^\circ \frac{1}{x}$$

El primero llena un depósito en x horas.

$$2^{\circ} \frac{1}{x-2}$$

El segundo llena un depósito en $(x - 2)$ horas

Pasamos el tiempo a una fracción de hora

1 hora y 20 minutos = $\frac{4}{3}$ horas

Entre los dos $\frac{1}{\frac{4}{3}}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

Hacemos el inverso en el segundo miembro

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{4}$$

Quitamos denominadores, el m.c.m. es: $4x(x - 2)$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

Hacemos el inverso en el segundo miembro

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{4}$$

Quitamos denominadores, el m.c.m. es: $4x(x-2)$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{6} = \frac{14 \pm 10}{6} = \begin{cases} \nearrow x_1 = 4 \\ \searrow x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Tiempo del 1º 4 horas

Tiempo de 2º 2 horas

$\frac{2}{3}$ no es una solución, por $\overline{\wedge}$ el tiempo empleado por el segundo caño sería negativo.