**INECUACIONES:**

Las inecuaciones son desigualdades algebraicas en la que sus dos miembros se relacionan por uno de estos signos:

| | | |
|---|---|---|
| $<$ | *menor que* | $2x - 1 < 7$ |
| $\leq$ | *menor o igual que* | $2x - 1 \leq 7$ |
| $>$ | *mayor que* | $2x - 1 > 7$ |
| $\geq$ | *mayor o igual que* | $2x - 1 \geq 7$ |

La solución de una inecuación es el conjunto de valores de la variable que la verifica.

La solución de la inecuación se expresa mediante:

1. Una representación gráfica.
2. Un intervalo.
3. En forma comprensiva.

Ejemplos:

$2x - 1 < 7$

$2x < 8 \quad x < 4$

SOLUCIÓN:


$(-\infty, 4) = \{ \ x \in R / x < 4 \ \}$

---

$2x - 1 \leq 7$

$2x \leq 8 \quad x \leq 4$

SOLUCIÓN:


$(-\infty, 4] = \{ \ x \in R / x \leq 4 \ \}$

---

$2x - 1 > 7$

$2x > 8 \quad x > 4$

SOLUCIÓN:


$(4, \infty) = \{ \ x \in R / x > 4 \ \}$

---

$2x - 1 \geq 7$

$2x \geq 8 \quad x \geq 4$

SOLUCIÓN:


$[4, \infty) = \{ \ x \in R / x \geq 4 \ \}$

**TRANSFORMACIONES DE EQUIVALENCIA:**

Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número (o término), la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$4x + 4 < x + 10$ $4x + 4 - 4 < x + 10 - 4$ $4x < x + 6$ $4x - x < x - x + 6$ $3x < 6$

Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número positivo, la inecuación resultante es equivalente a la dada.

$3x < 6$ $3x : 3 < 6 : 3$ $x < 2$

Si a los dos miembros de una inecuación se les multiplica o divide por un mismo número negativo, la inecuación resultante cambia de sentido y es equivalente a la dada.

$-x < 5$ $(-x) \cdot (-1) > 5 \cdot (-1)$ $x > -5$

**Inecuaciones de primer grado con una incógnita**

1º Quitar corchetes y paréntesis.

2º Quitar denominadores.

3º Agrupar los términos en x a un lado de la desigualdad y los términos independientes en el otro.

4º Efectuar las operaciones

5º Si el coeficiente de la x es negativo multiplicamos por −1, por lo que cambiará el sentido de la desigualdad.

6º Despejamos la incógnita.

7º Expresar la solución de forma gráfica y con un intervalo.

$$2 - \left(-2x - 2 - \frac{x-3}{2}\right) \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x$$

**Inecuaciones polinómicas de segundo grado**

Consideremos la inecuación:

$x^2 - 6x + 8 > 0$

La resolveremos aplicando los siguientes pasos:

1ºIgualamos el polinomio del primer miembro a cero y obtenemos las raíces de la ecuación de segundo grado.

$x^2 - 6x + 8 = 0$

solución a la ecuación

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{8}{2} = 4 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

2º Representamos estos valores en la recta real.

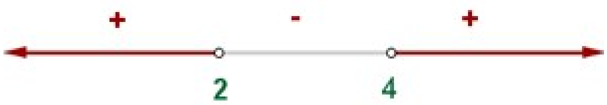

Tomamos un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:

$P(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 8 > 0$

$P(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 17 - 18 < 0$

$P(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 + 8 = 33 - 30 > 0$

3º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que el polinomio.




$S = (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

$x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = -1$$

$(x + 1)^2 \geq 0$

Como un número elevado al cuadrado nunca es negativo la solución es R

**Solución**

| | | |
|---|---|---|
| $x^2 + 2x + 1 \geq 0$ | $(x + 1)^2 \geq 0$ | R |
| $x^2 + 2x + 1 > 0$ | $(x + 1)^2 > 0$ | R-1 |
| $x^2 + 2x + 1 \leq 0$ | $(x + 1)^2 \leq 0$ | $x = -1$ |
| $x^2 + 2x + 1 < 0$ | $(x + 1)^2 < 0$ | $\varnothing$ |

$x^2 + x + 1 > 0$

$x^2 + x + 1 = 0$ $$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

solución

Cuando no tiene raíces reales, le damos al polinomio cualquier valor si:

El signo obtenido coincide con el de la desigualdad, la solución es R.

El signo obtenido no coincide con el de la desigualdad, no tiene solución.

**Solución**

$x^2 + x + 1 \geq 0$ R
$x^2 + x + 1 > 0$ R
$x^2 + x + 1 \leq 0$ vacio
$x^2 + x + 1 < 0$ vacio

**Inecuaciones polinómicas de mayor grado**

Factorizamos el polinomio, localizamos sus raices y damos valores en los intervalos que estas determinan.

$x^3 - 9x^2 \geq 0$

$x^3 - 9x^2 = 0$ -> $(x+3) \cdot x \cdot (x-3) \geq 0$

$x = -3$

**Inecuaciones racionales**

Las inecuaciones racionales se resuelven de un modo similar a las de segundo grado, pero hay que tener presente que:

* El denominador no puede ser cero.
* No podemos "*pasar multiplicando*" denominadores con incognitas (ya que no conocemos su signo)

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0$$

1º Hallamos las raíces del numerador y del denominador.

$x - 2 = 0$ $x = 2$

$x - 4 = 0$ $x = 4$

2º Representamos estos valores en la recta real, teniendo en cuenta que las raíces del denominador, independientemente del signo de la desigualdad, tienen que ser abiertas.

3ºTomamos un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0 \qquad x \neq 4$$

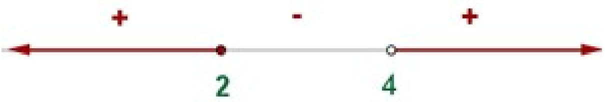
$x = 0$ $\quad \frac{0-2}{0-4} > 0$

$x = 3$ $\quad \frac{3-2}{3-4} < 0$

$x = 5$ $\quad \frac{5-2}{5-4} > 0$

4º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que la fracción polinómica.

S = (-∞, 2] U (4, ∞)




$$\frac{x+3}{x-2} < 2$$

Pasamos el 2 al primer miembro y ponemos a común denominador.

$$\frac{x+3}{x-2} - 2 < 0 \qquad \frac{x+3-2(x-2)}{x-2} < 0 \qquad \frac{-x+7}{x-2} < 0$$

Hallamos las raíces del numerador y del denominador.

$-x + 7 = 0 \qquad x = 7$

$x - 2 = 0 \qquad x = 2$

Evaluamos el signo:

$x = 0$ $\quad \frac{0+7}{0-2} < 0$

$x = 3$ $\quad \frac{3+7}{3-2} > 0$

$x = 8$ $\quad \frac{-8+7}{8-2} < 0$

S = (-∞, 2) U (7, ∞)